UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

Vezja in signali v Senzorski elektroniki

Boštjan Murovec

Verzija 14. 7. 2020

Prosim, sporočite napake, nejasnosti in ostale pripombe na

bostjan.murovec@fe.uni-lj.si

Zadnji verziji obeh skript sta dostopni na:

http://lie.fe.uni-lj.si/PredavanjaEA.pdf

http://lie.fe.uni-lj.si/PraktikumEA.pdf

Verziji z ožjimi robovi in večjimi črkami pri tiskanju sta dostopni na:

http://lie.fe.uni-lj.si/PredavanjaEA_povecano.pdf

http://lie.fe.uni-lj.si/PraktikumEA_povecano.pdf

Predogled, predvideno leto izdaje 2019

Zgodovina sprememb

Verzija 14. 7. 2020

Popravki napak. Novih vsebin ni.

Didaktični namigi

Svinčnik opozarja na pomembno dejstvo, ki si ga velja zapomniti in dobro razumeti. Nerazumevanje takih opomb vodi v izrazito pomanjkljivo znanje obravnavane snovi in ima hujše posledice pri načrtovanju vezij.

Skodelica kave stopnjuje pomen simbola svinčnika in ravno tako označuje pomemben del besedila, le da gre v tem primeru za snov, ki zahteva globlji razmislek in nam pogosto daje tudi konceptualno celovitejši vpogled v obravnavano tematiko. Za razumevanje tako označenega besedila si vzemimo dovolj časa, tudi če je ob njem potrebno popiti dodatno skodelico kavice.

Znak signalizira opis resne teoretične ali praktične napake, zaradi katere je razumevanje in delovanje vezja povsem napačno ali vsaj neustrezno.

Roka s prstom, ki lahko kaže v različne smeri (☞, ☝, ☝, ☜), se pojavlja na slikah, v tabelah in v enačbah. Opozarja nas na specifično lokacijo, na katero moramo biti še posebej pozorni. Dejstvo, na katerega nas ta simbol opozarja, je razloženo v glavnem besedilu.

Simbol knjige se pojavlja na začetku poglavij ali sekcij in označuje potrebna predznanja za poglobljen študij pripadajočega odseka besedila. S tem simbolom so označeni tudi ostali nasveti o branju pričujoče knjige.

Zobato kolo simbolizira globoko premlevanje snovi. Z njim so označeni deli besedila, ki vsebinsko dopolnjujejo glavno snov, niso pa potrebna za spremljanje rdeče niti knjige in **ne spadajo v izpitno snov**.

Luna simbolizira študij pozno v noč in stopnjuje pomen zobatega kolesa. Tako označene vsebine so namenjene zgolj najbolj motiviranim bralcem, niso potrebne za razumevanje ostalih delov knjige in **ne spadajo v izpitno snov**.

Pomembnejše enačbe so uokvirjene, kot kaže naslednji primer.

$$\underbrace{3 = 2 + 1}_{\text{manj pomembna enačba}} \qquad \boxed{\underbrace{U = R \cdot I}_{\text{bolj pomembna enačba}}}$$

Knjiga *Senzorska elektronika* od bralca pričakuje solidno znanje osnov linearnih vezij, brez katerega podanim vsebinam ni mogoče slediti. Nekatera od zahtevanih predznanj podaja ločena knjiga *Vezja in signali v Senzorski elektroniki*, ki izbrane tematike linearnih vezij poglobljeno razloži in ilustrira na primerih, ki so neposredno povezani s senzorsko elektroniko.

Resnično izhodiščna in nujna predznanja, ki jih ne pokriva niti knjiga *Vezja in signali v Senzorski elektroniki*, ampak jih mora bralec osvojiti drugje, vključujejo: Kirchoffova zakona, računanje nadomestne upornosti zaporedno in vzporedno vezanih uporov, Ohmov in Joulov zakon ter lastnosti idealiziranih kondenzatorjev in tuljav. Nujna je določena spretnost pri preurejanju vezij, kot so: zamenjava dveh zaporednih napetostnih virov z novim virom, zamenjava kombinacije vzporedno in/ali zaporedno vezanih uporov z nadomestno upornostjo in podobno.

Posamezna poglavja knjige *Senzorska elektronika* bralcu namigujejo, katera predznanja naj ponovi v knjigi *Vezja in signali v Senzorski elektroniki*, prav tako slednja knjiga nakazuje, kdaj je njena določena vsebina še posebej mišljena kot predznanje za študij določenega poglavja v knjigi *Senzorska elektronika*. Pri tem sta uporabljeni naslednji oznaki.

$\boxed{\text{ELE}}$ Vsebina v knjigi *Senzorska elektronika*.

$\boxed{\text{VIS}}$ Vsebina v knjigi *Vezja in signali v Senzorski elektroniki*.

Priporočeno študijsko zaporedje

Knjiga *Senzorska elektronika* je pisana tako, da se ob zadostnem predznanju linearnih vezij lahko bere zaporedno od prvega do zadnjega poglavja. Ob pomanjkljivem predznanju linearnih vezij priporočamo hkratno branje knjige *Vezja in signali v Senzorski elektroniki* v naslednjem zaporedju poglavij, pri čemer je priporočljivo pri prvem branju izpustiti vsebine, ki so označene s simboloma ⚙ in ☾.

Sklop 0a: uvod, motivacija in seznanitev z realnimi lastnostmi elektronskih komponent

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavje 1,
- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavji 1 in 2.

Sklop 0b: osnove linearnih vezij

- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavja od 3 do 13.

Sklop I: operacijski ojačevalnik, primerjalnik in bliskovni AD pretvornik

- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavje 19,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 2 do 7.

Sklop II: napetostni sledilnik

- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavji 14 in 15,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 8 do 11.

Sklop III: napetostni ojačevalnik

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavje 12,
- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavje 16,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 13 do 17,
- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavji 14 in 15,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 8 do 12,
- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavje 16,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 13 do 17.

Sklop IV: negativna povratna zveza

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 18 do 26,
- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavje 20,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavje 27,
- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavje 17,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavje 28.

Sklop V: Neidealnosti napajanja

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 29 do 35.

Sklop VI: seštevalnik in odštevalnik

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 36 do 40,
- $\boxed{\text{VIS}}$ poglavje 18,
- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 41 do 43.

Sklop VII: uporovni senzorji in tokovni viri

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od 44 do 46.

Sklop VIII: instrumentacijski ojačevalnik

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od X do Y.

Sklop IX: tokovno–napetostni pretvornik

- $\boxed{\text{ELE}}$ poglavja od X do Y.

Kazalo vsebine

Seznam slik

Seznam tabel

Del I

Od teoretične zasanjanosti do krute realnosti

Pomembna razlika med teoretično obravnavo vezij in realistično elektroniko je, da teorijo razvijamo na tablo ali papir, realno vezje pa mora delovati v praksi. Teoretična vezja so sestavljena iz teoretičnih idealnih elementov, ki ne obstajajo. Prvi in hkrati presenetljivo velik korak prehoda od vezja na papirju v prakso je spoznanje, da realna vezja močno odstopajo od idealiziranih. Prve izkušnje vsakega elektronika pokažejo, da stvari v praksi delujejo radikalno drugače, kot si jih predstavljamo na podlagi branja teoretičnih knjig. Namen prvega dela pričujoče knjige je vsaj začetna seznanitev s praktičnimi lastnostmi elementov, ki sestavljajo realna elektronska vezja, in z njimi povezanimi težavami na katere nujno naletimo v praksi.

1 PREKLETSTVO REALNOSTI

V teoriji ali kot miselni pripomoček elemente mnogokrat idealiziramo, saj nam tak pristop nudi zadovoljiv vpogled v osnovno razumevanje vezja. Pri idealizirani obravnavi upora z nazivno upornostjo $100\,\Omega$ je v naši glavi njegova upornost enaka $100{,}000000\bar{0}\,\Omega$, ki je poleg tega neodvisna od pogojev delovanja, kot so napetost, tok in frekvenca, ter zunanjih vplivov, kot so temperatura, vlaga, zračni tlak in magnetno polje. Podobno velja za kondenzator 15 nF, katerega idealizirano obravnavamo, kot da ima kapacitivnost $15{,}000000\bar{0}$ nF. Tak pristop velja splošno za vse elektronske elemente.

Realnost je bistveno drugačna od nakazane idealizacije, saj *vsak* element izkazuje določeno toleranco svoje nazivne vrednosti, kot sta upornost v primeru upora in kapacitivnost v primeru kondenzatorja. Vrednosti parametrov so tudi izrazito odvisne od zunanjih dejavnikov in pogojev delovanja. Poleg tega realni upor ne izkazuje samo lastnosti ohmske upornosti, saj pri višjih frekvencah izkazuje pretežno kapacitivni ali induktivni značaj. Še mnogo pestrejše karakteristike veljajo za realne kondenzatorje, ki imajo pretežno kapacitivne lastnosti le v določenem frekvenčnem pasu, medtem ko se pri nizkih frekvencah obnašajo ohmsko, pri visokih frekvencah pa induktivno. Posledično je načrtovanje elektronskih sistemov močno oteženo, delovanje v praksi pa mnogokrat povsem drugačno od predvidenega obnašanja na papirju ali na podlagi preveč poenostavljene računalniške simulacije.

Ključni korak prehoda od teorije v prakso je seznanitev z realnimi karakteristikami elementov, saj nas v nasprotnem primeru čakajo nadvse neprijetna in pogosta presenečenja. Realne podatke o elementih podajajo njihovi proizvajalci v obliki podatkovnih preglednic, ki nudijo vpogled v dejansko obnašanje elementov pod navedenimi pogoji. Na podlagi podatkovnih preglednic inženir ocenjuje primernost elementa za konkreten namen uporabe ter predvideva potencialne probleme, povezane z njim.

Podatkovna preglednica je seznam problemov. Če bi bili elementi idealni, podatkovnih preglednic ne bi potrebovali, saj je splošno razčiščeno, kaj pomenijo pojmi *idealni upor*, *idealni kondenzator* in podobno. *Vsak* podatek v podatkovni preglednici (razen nazivnih vrednosti parametrov) predstavlja določeno odstopanje od ideala in s tem enega izmed potencialnih žarišč problemov pri uporabi elementa.

Podatkovna preglednica je elektronikov velik prijatelj, saj ga opozarja več ali manj na vse probleme, ki jih uporaba določenega elementa lahko prinese. Izkušen elektronik ve, da se podatkovna preglednica vsakega uporabljenega elementa skrbno prebere od prve do zadnje strani.

Konkretne izvlečke podatkovnih preglednic obravnavamo kasneje, medtem ko se v tem poglavju zgolj seznanimo z nekaterimi ključnimi lastnostmi realnih uporov, ki predstavljajo hude težave zlasti pri načrtovanju precizijskih merilnih vezij in v mnogih primerih opazno manjšajo točnost izvajanja meritev.

1.1 Toleranca nazivne vrednosti

Vsi elektronski elementi so podvrženi tolerancam. Problematiko osvetlimo na primeru uporov, vendar podani zaključki veljajo povsem splošno tudi za ostale elemente. Upori imajo podano nazivno (nominalno) vrednost upornosti, ki je običajno označena na njihovem ohišju. Dejanska vrednost upornosti se *vedno* razlikuje od nominalne, iz česar izvira mnogo težav senzorske elektronike. Dovoljeno relativno odstopanje dejanske vrednosti parametra od nazivne vrednosti podajamo s tolerancami.

Množično dostopni so upori s tolerancami 5 %, 2 % in 1 %. Dražji, a ravno tako serijsko proizvajani, so vsaj še upori toleranc 0,5 %, 0,25 %, 0,1 %, 0,05 %, 0,02 %, 0,01 % in 0,005 %, kjer je negotovost dejanske upornosti ustrezno manjša.

Primer 1. Pri uporu nazivne vrednosti 1 kΩ in tolerance 2 % se dejanska upornost nahaja kjerkoli na intervalu $1\ \mathrm{k\Omega} \cdot (1 \pm 0{,}02)$ oziroma $1\ \mathrm{k\Omega} \pm 20\ \Omega$. Najmanjša in največja upornost, ki jo lahko pri tem uporu pričakujemo, je 980 Ω in 1020 Ω. Pri uporu 1 kΩ s toleranco 1 % interval možnih upornosti obsega območje od 990 Ω do 1010 Ω. □

1.2 Toleranca in cenovni pritisk ⊕

Tabela 1.1 podaja pregled tolerančnih razredov, kjer je v odvisnosti od tolerance upora (prvi stolpec) podana negotovost upornosti pri uporu 1 kΩ (drugi stolpec) in iz nje izhajajoči minimalna in maksimalna upornost (tretji in četrti stolpec). Za izbranega dobavitelja podaja zadnji stolpec minimalno ceno razpoložljivih uporov v območju od 100 Ω do 10 kΩ pri nazivnih močeh od 50 mW do 1 W.

Tabela 1.1. Tolerance uporov in okvirna cena.

toleranca [%]	±negotovost pri 1 kΩ [Ω]	min. upornost pri 1 kΩ [Ω]	maks. upornost pri 1 kΩ [Ω]	minimalna cena [€]
5	50	950	1050	0,003
2	20	980	1020	0,027
1	10	990	1010	0,004
0,5	5	995	1005	0,04
0,1	1	999	1001	0,1
0,05	0,5	999,5	1000,5	1,6
0,02	0,2	999,8	1000,2	★ 16
0,01	0,1	999,9	1000,1	17
0,005	0,05	999,95	1000,05	27

★ Ponudba obsega samo en tip upora, zato je nepopolna in neprimerljiva z ostalimi ponudbami.

Cene so zgolj ilustrativne in pogojno primerljive, saj poleg nominalne upornosti in nazivne moči nanje vplivajo ostali parametri, kot so temperaturni koeficient, deklarirana življenjska doba, kakovost ohišja in podobno. Kljub nedorečenosti so številke zadnjega stolpca nadvse zgovorne in razkrivajo, da cena elementa močno narašča z ožjo toleranco nazivne vrednosti.

Izbrani dobavitelj ne nudi nobenega upora tolerance 0,005 % za manjšo ceno od 27 €, medtem ko je upor tolerance 0,01 % možno kupiti za 17 €. Pri toleranci 0,02 % ni bistvenega prihranka, vendar je to posledica dejstva, da smo v ponudbi našli samo en upor ustreznih karakteristik, zato podatek ne zajema ustrezne razpršenosti cen; pri popolnejši ponudbi bi se zanesljivo našel upor bistveno nižje cene. Nadaljnje slabšanje tolerance radikalno zmanjša ceno. Upori s toleranco 0,05 % so glede na prikazane vrednosti desetkrat cenejši od uporov s toleranco 0,02 %, čeprav bi bilo pri obsežnejši ponudbi slednjih razmerje manjše. Ko toleranca doseže 1 %, cena za posamezni upor upade tudi pod en stotin.

Opisane cenovne razmere neusmiljeno diktirajo razvoj elektronskih vezij in sistemov, saj morajo biti le-ta zasnovana tako, da njihovo delovanje praktično ni odvisno od zmerno širokih toleranc večine vsebovanih elementov. Drage elemente z ozkimi tolerancami vgrajujemo samo takrat, ko je to resnično potrebno, v nasprotnem primeru je rezultirajoči izdelek predrag in s tem nekonkurenčen.

Primer 2. Upor tolerance 0,005 % je tudi več tisočkrat dražji od upora tolerance 1 %. □

Primer 3. Cena USB bliskovnega diska 8 GB je (med pisanjem tega odstavka) 9,9 € skupaj z DDV, maržo distributerja, garancijo, embalažo in prevozom z drugega konca sveta. Privzemimo, da od tržne cene za proizvodnjo samega diska ostane okvirno 5 €. Če bi v to napravo vgradili samo en upor tolerance 0,005 %, bi bil strošek tega elementa trikrat večji od tržne cene celotnega diska. □

Dober inženir v napravo vgrajuje ozkotolerančne in s tem drage elemente samo takrat, ko je to resnično potrebno, napravo pa zasnuje tako, da je vanjo potrebno vgraditi čim manj takih elementov.

Najpomembnejša elektrotehniška enota je euro. Razlika med fiziko in tehniko je v tem, da prva zgolj proučuje naravne zakonitosti, slednja pa na njihovi podlagi načrtuje naprave, ki so namenjene prodaji na trgu. Tehniško zanimive so samo tiste naprave, ki jih je možno izdelati z dovolj majhnimi stroški, da je njihova cena na trgu sprejemljiva.

Opisani primer cenovnih razmer pri USB bliskovnem disku je značilen za izdelke široke potrošnje in masovne proizvodnje. V avtomatiki ter merilnih in procesnih sistemih je cenovna rezerva večja, ker so ti sistemi navadno načrtovani specifično od primera do primera in morajo delovati zanesljivo dolgo let. Tu potreba po zanesljivosti dovoljuje mnogo višje cene, ker tako delovanje dosežemo s kakovostnejšimi elementi, ki niso nujno ozkotolerančni, so pa izdelani iz boljših materialov in so rigorozneje testirani ter imajo daljše garancije.

Kljub manjšemu cenovnemu pritisku je slabo, če je pravilno delovanje sistema odvisno od ozkih toleranc znatnega števila vgrajenih elementov in komponent, saj lahko na ta način pričakujemo več težav med delovanjem v celotni življenjski dobi.

Elementi se tudi starajo in s tem spreminjajo svoje dejanske parametre, poleg tega nanje vplivajo zunanji fizikalni dejavniki, kot so temperatura, vlaga in prah, kar ni zajeto v podani toleranci.

Večje število ozkotolerančnih elementov pomeni težje izpolnjevanje zahtevanih pogojev obratovanja v večletnem obdobju delovanja naprave.

1.3 Iluzija ozkih toleranc na podlagi napačnih meritev

Včasih slišimo inženirje začetnike, da prihranijo stroške nakupa dragega precizijskega upora z nabavo večje količine neprecizijskih uporov in merjenjem le-teh. Če ima določen element izmed te množice po naključju dejansko upornost dovolj blizu nominalne upornosti, naj bi ga bilo mogoče obravnavati kot element z ožjo toleranco. Ideja je nadvse privlačna. Če namreč en upor s toleranco 0,005 % stane toliko kot šest tisoč uporov s toleranco 1 %, pri slednjih pa z meritvami najdemo tri do pet uporov, ki od nominalne vrednosti ne odstopajo več kot za 0,005 %, prihranimo ogromno denarja (strošek opravljanja šest tisoč meritev upornosti s točnostjo 0,005 % je tu spregledan).

Tako početje vodi v katastrofo. Upori z ožjimi tolerancami so kakovostnejši od širokotolerančnih uporov, zato se jim upornost bistveno manj spreminja s staranjem in temperaturo. Nadvse pomemben je tudi temperaturni šok elementa pri spajkanju, ki trajno spremeni vrednost upornosti, kar razkrivajo podatkovne preglednice teh elementov.

Upor po spajkanju (ko se ohladi) nima več iste (predhodno izmerjene) upornosti. Omenjeni prihranek denarja je zgolj metanje peska v oči. Ko potrebujemo precizijski element, je nujno, da ga kupimo in ne iščemo opisanih pocenitev z goljufanjem sebe in kupcev naših izdelkov.

Primer 4. Za izbrani upor je navedeno, da spajkanje pri temperaturi $350\,^\circ\mathrm{C} \pm 10\,^\circ\mathrm{C}$ v času trajanja $3\ \mathrm{s} \pm 0{,}5\ \mathrm{s}$ pri dolžini priključnih sponk od 3,2 mm do 4,8 mm ne spremeni upornosti za več kot $\pm(0{,}5\ \% + 0{,}05\ \Omega)$. Po teh podatkih je vseeno, kakšno upornost izmerimo pred spajkanjem uporu s toleranco 1 %, saj bo upornost le-tega lahko po spajkanju stokrat bolj odstopal od naivno pričakovane vrednosti znotraj tolerance 0,005 %, ki smo jo pred tem izmerili. □

1.4 Pomen temperature v elektroniki

Na vrednosti parametrov in delovanje elektronskih elementov vplivajo mnogi zunanji fizikalni dejavniki, kot so vlaga, tlak, vibracije in podobno. Še posebej velja izpostaviti temperaturo, ki najbolj vpliva na delovanje vezij, zato ji proizvajalci elementov in načrtovalci vezij posvečajo veliko pozornosti.

Praktično ne obstaja elektronski element, za katerega proizvajalci ne bi podajali temperaturne odvisnosti parametrov ter dovoljenega temperaturnega območja delovanja in celo skladiščenja. Mnogo elektronskih naprav, ki že v osnovi niso zasnovane z upoštevanjem temperaturnih vplivov, v laboratoriju odlično deluje, v praksi pa razočarajo.

Nujna oprema vsakega elektronskega laboratorija je sušilnik za lase, ki omogoča vsaj kvalitativni preizkus obnašanja vezja pri temperaturnih spremembah. Nobene elektronske naprave ne smemo smatrati dokončane, dokler nismo preizkusili, kako se obnaša v celotnem območju pričakovanih temperaturnih pogojev delovanja. Še bolje je med razvojem ločeno preizkušati posamezne sklope naprave, s čimer v zgodnji fazi odkrivamo pomanjkljivosti, ki jih je kasneje mnogo težje odpraviti.

Da si lahko bolje predstavljamo pomen temperature v elektroniki, pomislimo, koliko hladilnih teles in ventilatorjev vsebuje sodoben osebni računalnik, še posebej če je napolnjen z najnovejšimi grafičnimi karticami za večanje 3D produktivnosti operaterjev. Dobavljiva so tudi vodna hlajenja mikroprocesorjev in ostalih delov matične plošče, veliki superračunalniški sistemi pa se hladijo celo na tekoči dušik.

Preučitev matične plošče osebnega računalnika pokaže, da so velika hladilna telesa in ventilatorji samo vrh ledene (žareče ☺) gore. Pri pravilno načrtovanem elektronskem sistemu opazimo ukrepe zmanjševanja temperaturnih vplivov na vsakem koraku. Na tiskanem vezju imamo velike površine bakra okoli močnostnih elementov za boljše odvajanje toplote. Pravilna razporeditev elementov preprečuje, da močnostni in toplejši elementi segrevajo precizijske in temperaturno občutljivejše elemente. Celo sam potek bakra okoli lukenj za spajkanje priključnih sponk ima specifično obliko, da se pri spajkanju toplota odvaja počasi in enakomerno, s čimer dobimo kakovostnejše spoje. Nenazadnje poznamo podrobne teste samih ohišij in njihovega vpliva na temperaturo v notranjosti zaradi različnega pretoka zraka.

Ne pretiravamo dosti, če rečemo, da je temperatura v elektroniki tako pomembna fizikalna veličina kot napetost, tok in upornost.

Ko vpliva temperaturnih sprememb na delovanje naprave ni možno zmanjšati na zadovoljiv nivo, si pomagamo s termostatiranjem, kjer celotno napravo vgradimo v namensko pečico, katere notranjost držimo na stalni temperaturi. Izbrana temperatura je navadno višja od okoliške temperature (recimo 40 °C), da za vzdrževanje temperature potrebujemo samo grelec, ne pa tudi hladilnega sistema. Elektronski sklop v pečici je izoliran od temperaturnih sprememb okolice, zato pri načrtovanju ni potrebno upoštevati širokega temperaturnega območja, moramo pa še vedno preučiti in upoštevati dejansko temperaturno območje delovanja komponent zaradi lastnega segrevanja.

Glede na dovoljeno temperaturno območje delovanja se komponente delijo vsaj v štiri razrede. Komercialni razred zajema temperature od 0 °C do +70 °C, industrijski razred pomeni območje od −40 °C do +85 °C, razširjeni razred od −40 °C do +125 °C in vojaški razred od −55 °C do +125 °C.

1.5 Temperaturna odvisnost elementov ⊕

Predhodno obravnavane tolerance elementov ne zajemajo temperaturnih vplivov, ampak veljajo samo za nov element pri določenih pogojih (recimo pri temperaturi 25 °C). S spremembo temperature se spreminja vrednost parametrov (upornost, kapacitivnost), kar vrednotimo s podatki v podatkovni preglednici. V preprostem primeru je podan samo temperaturni koeficient α (upornosti, kapacitivnosti in podobno), s katerim izračunamo maksimalno spremembo parametra pri znani spremembi temperature.

$$\triangle R = R_{25} \cdot \alpha \cdot \triangle T \tag{1.1}$$

Oznaka $\triangle R$ je maksimalna sprememba upornosti zaradi spremembe temperature $\triangle T$, medtem ko R_{25} označuje upornost upora pri 25 °C. Temperaturni koeficient α je navadno podan v enoti ppm/K ali ekvivalentno ppm/°C, kjer *ppm* po angleško pomeni *part-per-million* oziroma milijonti del celote (ppm $\equiv \times 10^{-6}$).

Primer 5. Dejanska upornost upora pri temperaturi 25 °C je 1000 Ω, medtem ko je njegov temperaturni koeficient 250 ppm/°C. Pri spremembi temperature za 100 °C (ko se upor segreje na 125 °C) se upornost spremeni za 1000 Ω · 250 ppm/°C · 100 °C, kar pomeni 1000 Ω · 250 · 10^{-6}/°C · 100 °C = 25 Ω. Pričakovana upornost segretega upora je torej 1025 Ω, kar predstavlja 2,5 % odstopanje od nominalne vrednosti 1000 Ω. To je čisto ustrezno, tudi če ima upor toleranco 1 %. □

Primer 6. Isti upor 1 kΩ ima toleranco 1 %. Najslabše razmere izračunamo na podlagi največje možne upornosti pri 25 °C, ki pri podani toleranci znaša 1010 Ω. Maksimalna sprememba upornosti, ki jo pri dvigu temperature upora za 100 °C lahko pričakujemo, je 1010 Ω · 250 ppm/°C · 100 °C = 25,25 Ω. S tem je največja možna upornost enaka 1010 Ω + 25,25 Ω = 1035,25 Ω, kar je že več kot 3,5 % odstopanje od nominalne vrednosti. Kljub temu upor popolnoma ustreza specifikaciji tolerance 1 %. □

✎ Pri načrtovanju sistemov, ki zahtevajo zanesljivo delovanje, moramo imeti v mislih največje možno odstopanje upornosti od nominalne vrednosti 1000 Ω, torej upoštevamo upornost 1035,25 Ω (1035 Ω ali 1036 Ω) in ne 1025 Ω. Slednje si včasih privoščimo pri napravah zabavne elektronike.

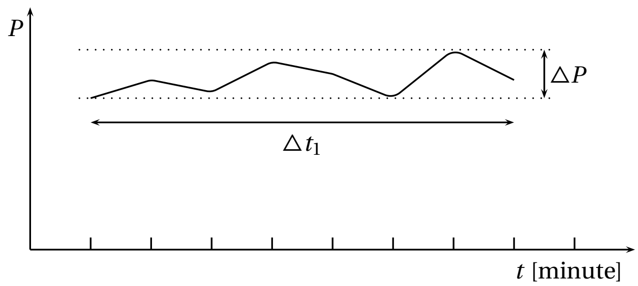
Temperaturni koeficient je lahko pozitiven ali negativen, kar pomeni, da upornost s temperaturo narašča (angl. *positive temperature coefficient, PTC*) ali upada (angl. *negative temperature coefficient, NTC*). Pozitivni temperaturni koeficient imajo upori iz kovinskih materialov (žični upori, metal film), negativni temperaturni koeficient pa je značilen za polprevodniške in ogljene (karbonske) upore.

Pri precizijskih uporih se namesto temperaturnega koeficienta ali skupaj z njim grafično podaja odvisnost relativne spremembe upornosti od temperature, kar omogoča natančnejšo določitev temperaturnega vpliva. Temperatura na upornost ne vpliva povsem linearno in če njen učinek skušamo zajeti samo s temperaturnim koeficientom, mora le-ta nuditi vpogled v najslabše možne razmere, kar pomeni, da z njim izračunamo večje odstopanje od resničnega.

1.6 Lezenje parametrov in staranje elementov

Nemogoče je upoštevati popolnoma natančen vpliv temperature na vrednosti parametrov, kot sta upornost in kapacitivnost, saj se zaradi mnogih dejavnikov (kaotični pretok zraka, variacija Joulskih izgub zaradi časovno spremenljivih tokov in napetosti, ...) temperatura stalno spreminja, poleg tega elementi in vezja niso homogeno segreti na isto temperaturo, ampak se njena vrednost spreminja od točke do točke vezja, kar povzroča lokalne pretoke toplote in z njimi povezano spreminjanje parametrov.

Na lastnosti elementov pa poleg temperature vpliva še mnogo zunanjih dejavnikov, kot so magnetno polje, vlaga in tlak. Posledično se vrednosti parametrov stalno in dokaj nepredvidljivo spreminjajo, kar kvalitativno prikazuje slika 1.1.



Slika 1.1. Kvalitativni prikaz lezenja.

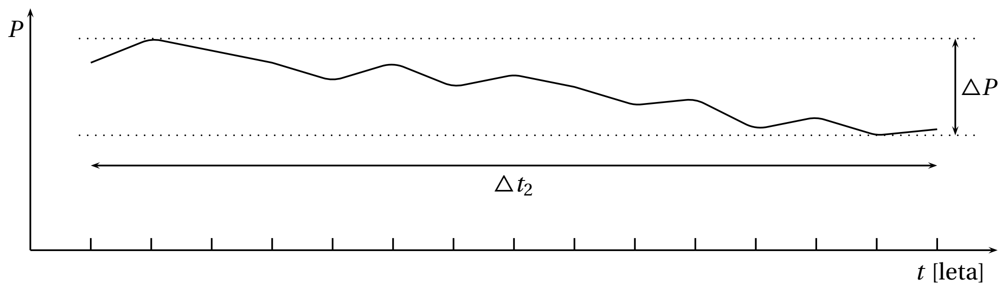
Parameter P (upornost, kapacitivnost, ...) v časovnem intervalu $\triangle t_1$ zavzame določen interval vrednosti širine $\triangle P$, čemur pravimo lezenje parametra. Oceno širine intervala, ki jo lahko pričakujemo v določenem obdobju, proizvajalci elementov podajajo kot relativno spremembo parametra $^{\triangle P}/_P$ ali stabilnost parametra σ_P, ki je obratna vrednost relativne spremembe.

$$\sigma_P|_{\triangle t_1} = \left.\frac{1}{\frac{\triangle P}{P}}\right|_{\triangle t_1} = \left.\frac{P}{\triangle P}\right|_{\triangle t_1} \tag{1.2}$$

Če bi bila sprememba $\triangle P$ enaka nič, bi bila tudi relativna sprememba $^{\triangle P}/_P$ enaka nič, medtem ko bi bila stabilnost σ_P neskončna. Stabilnost 100 pomeni, da je širina intervala $\triangle P$ enaka 1 % vrednosti P.

Pri obravnavi lezenja je nujno podajanje pripadajočega časovnega intervala, kot je to storjeno na sliki 1.1, kjer enota časovne osi nakazuje, da gre za relativno kratkotrajno opazovanje v trajanju nekaj minut.

V daljših časovnih obdobjih se zaradi različnih vzrokov (obrabljanje materialov, absorpcija vlage, ...) vrednosti parametrov spreminjajo nepovratno, kar kvalitativno prikazuje slika 1.2. Za razliko od slike 1.1 tokrat poleg uravnoteženega naključnega spreminjanja vrednosti navzgor in navzdol opazimo tudi dolgoročni trend lezenja, ki mu pravimo staranje. V prikazanem primeru se s časom vrednost parametra P manjša, lahko pa bi se tudi večala.



Slika 1.2. Kvalitativni prikaz staranja.

Daljši časovni intervali nujno izkazujejo večje relativne spremembe parametrov in s tem pripadajoče manjše stabilnosti, saj če se parameter v enem mesecu lahko spremeni za 1 %, se v enem letu zanesljivo ne more za manj kot toliko (primerjava $\triangle P$ med slikama 1.1 in 1.2).

$$\triangle t_1 < \triangle t_2 \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{\triangle P}{P}\right|_{\triangle t_1} < \left.\frac{\triangle P}{P}\right|_{\triangle t_2} \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{P}{\triangle P}\right|_{\triangle t_2} < \left.\frac{P}{\triangle P}\right|_{\triangle t_1} \tag{1.3}$$

Praktična in zelo poznana posledica dolgotrajnega lezenja je potreba po periodičnem umerjanju merilnih instrumentov (na primer vsako leto ali enkrat na tri leta). Pri načrtovanju naprav, ki morajo delovati zanesljivo in brez napak več let ali desetletij, moramo zakonitosti dolgotrajnega lezenja nujno upoštevati.

> **Primer 7.** V podatkovni preglednici najdemo podatek, da se upornost izbranemu uporu trajno spremeni za ±1,5 % po 1000 urah pri okoliški temperaturi 70 °C in režimu delovanja, ko se na uporu izmenično eno uro in pol troši maksimalna dovoljena moč, nato pa je upor polovico ure izklopljen. □

Pri načrtovanju naprav zabavne elektronike, kjer smo že navajeni, da vse pregori tri dni po preteku garancije in ko ničesar več ne servisiramo, ampak ob vsaki okvari kupimo novo napravo, se te vplive čedalje manj upošteva zaradi predhodno opisanega cenovnega pritiska. Vgradnja elementov, ki ustrezajo specifikacijam samo krajše časovno obdobje, poceni napravo, saj to pomeni vgradnjo nekakovostnih elementov širših toleranc in izrazitejšega lezenja.

1.7 Stopnje težavnosti zaradi netočnosti parametrov ⊕

V precizijski elektroniki odstopanje dejanskih vrednosti parametrov od njihovih nominalnih vrednosti povzroča hude probleme, saj nam omejuje točnost merjenja senzorskih signalov, kar podrobneje analiziramo kasneje pri razlagah konkretnih vezij. Problematiko, ki jo opisujejo sekcije od 1.1 do 1.6, povzemamo v naslednjih točkah.

1. Dejanske vrednosti parametrov se razlikujejo od nominalnih, kar omejuje točnost karakteristik izvedenih naprav. Na primer dejansko vrednost ojačenja napetostnega ojačevalnika določa dejanska vrednost upornosti nekega upora (natančneje razmerje dveh upornosti), s čimer je točnost ojačenja pogojena s točnostjo uporabljenih uporov.

2. Elementi istega tipa se med seboj razlikujejo, kar predstavlja dodatno stopnjo težavnosti. Če bi parametri vseh elementov istega tipa enako odstopali od svojih nominalnih vrednosti, bi bila problematika načrtovanja vezij bistveno manjša.

   Na primer ojačenje napetostnega ojačevalnika določa razmerje dveh uporov. Če potrebujemo razmerje upornosti 1:1, bi ga lahko še vedno točno izvedli, tudi če bi se upornosti obeh uporov enako razlikovali od njune nominalne vrednosti, medtem ko je zaradi razpršenosti upornosti to razmerje zgolj približek 1:1.

   Ravno tako bi brez razpršenosti parametrov meritev enega elementa razkrila tudi lastnosti ostalih elementov serije, kar je žal nemogoče. Nadalje se zaradi razlikovanja posameznih elementov med seboj razlikujejo tudi naprave, ki so serijsko izdelane po enakem postopku in na videz izgledajo popolnoma enako.

3. Vrednosti parametrov se spreminjajo zaradi zunanjih vplivov (temperatura, vlaga, ...), kar je še večja stopnja težavnosti. Ne samo, da se dejanska vrednost delilnega razmerja razlikuje od nominalne vrednosti, ampak se njeno odstopanje pod vplivom zunanjih dejavnikov spreminja.

   Na primer poletno ojačenje ojačevalnika se razlikuje od njegovega zimskega ojačenja, če notranjost naprave ni temperaturno izolirana. Ravno tako se spreminjajo lastnosti voltmetra na delovnem pultu, če se temperatura v prostoru spreminja, na primer od 22 °C do 25 °C.

   Še izrazitejši vpliv imajo Joulske izgube vgrajenih elementov na segrevanje notranjosti naprave, tudi če se temperatura okolice ne spreminja. Pomislimo na vroč zrak, ki piha iz ventilatorskih rež osebnega računalnika, ali na vroč hladilnik mikroprocesorja oziroma zmogljive grafične kartice.

   Elementi, ki se močno segrevajo, prenašajo toploto na sosednje elemente in celotno notranjost naprave, kar vpliva tudi na spreminjanje parametrov ostalih elementov, ki sami zase nimajo znatnih Joulskih izgub. Če vroči močnostni elementi segrevajo precizijske analogne elemente, lahko ta učinek izrazito poslabša točnost analognega procesiranja senzorskih signalov.

4. Vrednosti parametrov lezejo, kar je še mnogo hujša stopnja težavnosti od predhodno naštetih. Tudi če v nekem trenutku vrednost parametra točno izmerimo, izmerjena vrednost po nekaj letih, tednih, minutah ali sekundah (odvisno od zahtevane točnosti) ne velja več. Sodobni instrumenti to rešujejo s periodičnimi samokalibracijami, ki jih izvajajo med obratovanjem, s čimer se točnost naprave zagotavlja preko daljšega časovnega obdobja. Druga pomembna aktivnost v zvezi s tem so periodična umerjanja instrumentov v certificiranih laboratorijih.

Razumevanje predhodno navedenih težavnostnih stopenj je ključno za uspešen inženiring precizijskih elektronskih vezij. Sklopov, kot sta napetostni ojačevalnik ali *I*/*U* pretvornik, ni težko narediti, saj ustrezne sheme najdemo v učbenikih. Težko pa je doseči, da ta gradnika in celotna naprava izkazujejo zahtevano točnost delovanja.

Delodajalci ne zaposlujejo inženirjev zato, da prerisujejo sheme iz knjig, ampak da rešujejo realne probleme, ki so specifični konkretnim praktičnim situacijam in katerih rešitve v knjigah ne obstajajo.

Ogromno knjig o elektroniki obravnava vezja mnogo preveč idealizirano in nezadostno poudarja realne težave, zaradi česar v praksi nič ne deluje po pričakovanjih. Kakovost in cena inženirja izrazito narašča z bogatenjem znanja o neidealnostih elementov in pasteh, ki so s tem povezane.

1.8 Povzetek

Uvod

- Idealni elektronski elementi ne obstajajo.
- Parametri vsakega elementa so podvrženi tolerancam.
- Elementi ne izkazujejo samo osnovnih električnih karakteristik. Realni upor ne realizira samo ohmske upornosti, saj se ji pridruži vsaj še induktivnost in kapacitivnost.
- Podatke o realnem obnašanju elementov in o njihovem odstopanju od idealov podajajo podatkovne preglednice.
- Podatkovne preglednice so seznami problemov.

Sekciji 1.1 in 1.2

- Odstopanje dejanskih parametrov od nominalnih podajamo s tolerancami.
- Cena elementa strmo narašča z ožanjem tolerančnega območja.
- Najpomembnejša elektrotehniška enota je euro.
- Drage in ozkotolerančne elemente vgrajujemo v napravo le takrat, ko je to resnično potrebno.

Sekcija 1.3

- Ko potrebujemo ozkotolerančni element, je nujno, da takega tudi kupimo.
- Širokotolerančni element, katerega trenutna vrednost parametra se po naključju nahaja v bližini njene nominalne vrednosti, še ni ozkotolerančen, ker se mu vrednost parametra preveč spreminja z zunanjimi vplivi in staranjem.
- Elementi med spajkanjem doživijo termični šok, zaradi katerega se jim trajno spremenijo vrednosti parametrov.

Sekcija 1.4

- Temperatura je najpomembnejša neelektrična vplivna veličina v elektroniki.
- Tako med razvojem kot pred dokončno proizvodnjo sproti ugotavljamo vpliv temperature na vezja in njihove podsisteme.
- Ob pomanjkanju boljše opreme ugotavljamo temperaturni vpliv na vezja vsaj s sušilnikom za lase ali drugim ustreznim izvorom toplote.
- Elementom, sklopom in napravam se prireja dovoljeno temperaturno območje delovanja (na primer komercialni razred pokriva območje od 0 °C do 70 °C).

Sekcija 1.5

- Temperaturno odvisnost parametrov podajamo s temperaturnimi koeficienti ali z grafi.
- Spremembe parametrov zaradi temperature in drugih vplivnih veličin v toleranci niso zajete.

Sekcija 1.6

- Lezenje je neprestano spreminjanje vrednosti parametrov na nepredvidljiv način.
- Širino intervala, v katerem se parameter spreminja, vrednotimo z relativno spremembo parametra ali z njegovo stabilnostjo, ki je obratna vrednost relativne spremembe.
- Podani širini intervala je vedno prirejen z njim povezan časovni interval.
- Dolgotrajno lezenje je vedno večje od kratkotrajnega, zaradi česar so dolgotrajne stabilnosti vedno slabše od kratkotrajnih.

Sekcija 1.7

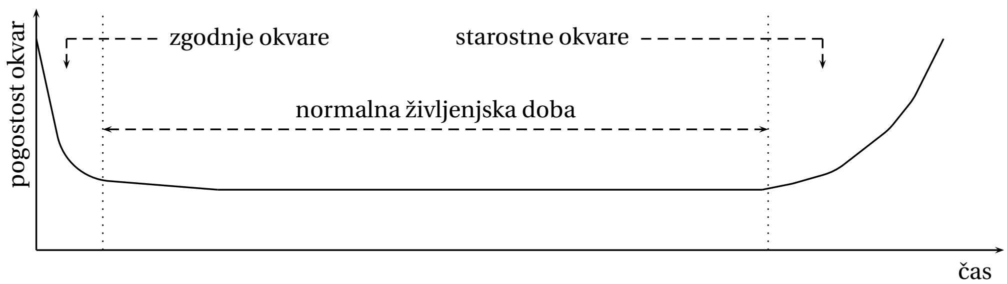
- Težave zaradi odstopanja dejanskih vrednosti parametrov od njihovih nominalnih vrednosti razdelimo v štiri stopnje težavnosti:
- prva stopnja: dejanske vrednosti parametrov odstopajo od nominalnih vrednosti;
- druga stopnja: poleg tega, da parametri elementov istega tipa odstopajo od nominalnih vrednosti, se razlikujejo tudi med seboj;
- tretja stopnja: parametrom se vrednosti spreminjajo zaradi vplivnih veličin;
- četrta stopnja: vrednosti parametrov neprestano lezejo, delno ireverzibilno zaradi staranja in obrabe materialov.

2 KRUTA REALNOST NE POZNA MEJA

Predhodno poglavje se osredotoča na tolerance elementov in njihovo temperaturno odvisnost. Sedaj obravnavamo nekaj ostalih neidealnosti elektronskih komponent, ki neusmiljeno diktirajo načrtovanje naprav.

2.1 Življenjska doba in pogostost okvar

Posamezni elementi in celotne naprave so podvrženi okvaram. Okvare ne nastopajo enakomerno v času od izdelave do prenehanja uporabe naprave, ampak izkazujejo karakteristiko na sliki 2.1. Zaradi očitne podobnosti s profilom kopalniške kadi se prikazana krivulja v angleškem žargonu imenuje *bathtub curve*.



Slika 2.1. Kvalitativni prikaz časovne odvisnosti pogostosti okvar.

Izdelki so med izdelavo podvrženi neidealnostim materialov in nepopolnostim proizvodnega procesa, kar povzroča tovarniške napake pri določenem deležu proizvedenih enot. Te napake povzročajo relativno pogoste *zgodnje okvare* novih naprav, kar prikazuje levi del krivulje na sliki. Trajanje tega obdobja se zelo razlikuje od izdelka do izdelka (ali od tehnologije do tehnologije) in v skrajnem primeru lahko traja več let, tipično pa od nekaj tednov do nekaj mesecev; izrazito odvisno je tudi od stopnje obremenjenosti izdelkov (na primer od količine Joulskih izgub, ki se trošijo na uporu). Po preteku začetnega obdobja nastopi relativno dolga *normalna življenjska doba*, v kateri so okvare dokaj redke. Po določenem času postanejo izdelki iztrošeni, s čimer nastopi obdobje povišane pogostosti *starostnih okvar*.

Opisano dogajanje ni omejeno na elektronske elemente in naprave, ampak velja za izdelke vseh tehnoloških panog. Ob nakupu novega avtomobila se pogosto zgodi, da odkrijemo kakšno napako; lahko je težava malenkostna ali zelo resna, odvisno od okvarjenega sestavnega dela. Če avtomobil uspešno prevozi prvih nekaj tisoč kilometrov, obstaja velika verjetnost, da se (skoraj) ne bo kvaril večje število let, ki sledijo. Po določenem obdobju (recimo po petnajstih letih) postanejo sestavni deli avtomobila iztrošeni, kar se odraža v pogostih okvarah. Enako se dogaja s televizijskimi sprejemniki, računalniki, prenosnimi telefoni in napravami bele tehnike.

Podobno karakteristiko izkazujejo tudi biološki sistemi, kjer žal določen odstotek otrok umre ob rojstvu ali v zgodnjem obdobju po njem. Otroci, ki preživijo prvih nekaj mesecev ali let, umirajo relativno redko zaradi zdravstvenih razlogov (ob odsotnosti epidemij). Po dosegu zrele dobe se pogostost zdravstvenih težav izrazito poveča.

Poznavanje karakteristike na sliki 2.1 je za inženirja elektronike nadvse pomembno iz več razlogov. Pri načrtovanju vsake naprave je potrebno imeti pred očmi jasno sliko o njeni življenjski dobi in o posledicah okvar. Če razvijamo železniški semafor, ki mora brez ene same okvare delovati trideset let, je vanj nujno vgraditi visoko kakovostne elemente, ki so za tako zanesljivost in življenjsko dobo ustrezno deklarirani s strani njihovih proizvajalcev. Napaka v delovanju take naprave ima katastrofalne posledice v obliki trčenja vlakov z neizbežnimi človeškimi žrtvami in z veliko materialno škodo. Podobno velja za medicinske naprave, od katerih je odvisno bolnikovo življenje. V nakazanih primerih je cena sestavnih delov in same naprave podrejena zanesljivosti delovanja.

Vgradnja kakovostnih sestavnih delov pa še zdaleč ni dovolj, saj moramo poskrbeti, da so le-ti čim manj obremenjeni, kar se v elektroniki največkrat kaže v količini povišane temperature. Določene študije, stare več kot polovico stoletja, empirično nakazujejo, da vsako povišanje temperature za 10 °C prepolovi življenjsko dobo elektronskega elementa. Nekatere kasnejše študije to zakonitost izpodbijajo, kljub vsemu pa se strokovnjaki strinjajo, da povišana temperatura opazno krajša življenjsko dobo elementov in naprav.

Primer 1. Predpostavimo, da omenjena študija drži. Sledi da, če določen izdelek pri 50 °C brezhibno deluje 30 let, zdrži pri 60 °C le 15 let, pri 70 °C zgolj dobrih 7 let in pri 80 °C nekaj čez 3 leta. □

Če naj naprava deluje mnogo let brez okvar, moramo že v fazi načrtovanja poskrbeti, da so vsi njeni sestavni deli čim manj podvrženi segrevanju. Pri tem še zdaleč ni pomembno samo segrevanje iz okolice (na primer skrb, da naprava ni podvržena direktnim sončnim žarkom), saj je ponavadi bistveno bolj problematično lastno segrevanje elementov zaradi Joulskih izgub.

Povečevanje taktne frekvence (angl. *overclocking*) mikroprocesorja (na matični plošči ali grafični kartici) povzroča povišanje temperature jedra procesorja, kar mu krajša življenjsko dobo.

Pri napravah zabavne elektronike je strategija razvoja drugačna, saj so *povprečne* posledice njihovih okvar zgolj živčni zlomi najstnikov, ki si ne morejo pošiljati SMS sporočil. Pri tej vrsti naprav pogosto dosežemo pocenitev, manjšo težo in manjši volumen s prekomerno obremenjenostjo sestavnih delov in slabim odvajanjem toplote. Raziskave nakazujejo, da večina uporabnikov svoje mobilne telefone uniči v prvih nekaj letih, saj jim ti padejo na tla (ali v straniščno školjko), zato bi bilo neekonomično načrtovati tak izdelek za 30-letno življenjsko dobo.

Kadarkoli imamo opravka z napravo, ki se pretirano pregreva, ali se njeno ohišje segreje vsaj na temperaturo, pri kateri je daljši dotik neprijeten, smo lahko prepričani, da gre za cenen izdelek, ki je primarno načrtovan za doseganje nizke cene in ne dolge življenjske dobe. Če nam lahko okvara takega izdelka povzroči znatne težave, ni odveč, da imamo rezervni izdelek stalno na zalogi.

Skrbno načrtovanje naprave in preprečevanje preobremenjenosti sestavnih delov veča njeno življenjsko dobo, ne odpravi pa zgodnjih okvar zaradi proizvodnih napak (tako elementov kot same naprave). Posledično bi lahko proizvajalec železniškega semaforja izdal zgolj garancijo, da bo naprava delovala 30 let, če se ne pokvari v prvem letu obratovanja, kar pa je popolnoma nesprejemljivo.

Problem zgodnjih okvar rešujemo s pospešenim staranjem novih izdelkov in 100 % kontrolo pred prodajo. Za ilustracijo opišimo realističen primer proizvodnje elektrolitskih kondenzatorjev, ki pregovorno spadajo med manj zanesljive elektronske komponente. Namesto da proizvajalec sveže proizvedene kondenzatorje direktno razpošlje v trgovine, jih en teden segreva v peči, kjer je njihova temperatura povišana na 70 °C, pri čemer so kondenzatorji v tem času priklopljeni na električno napetost na enak način, kot da bi bili vgrajeni v realistično vezje. S segrevanjem v peči proizvajalec pospešeno stara izdelke (predhodni primer 1), s čimer se v enem tednu razkrije toliko napak v njihovem delovanju, kot bi se jih v normalnih pogojih delovanja razkrilo šele čez nekaj tednov ali mesecev. Po končanem zgodnjem staranju se vsak element testira in razpošlje v trgovino le, če popolnoma ustreza specifikacijam.

Opisani postopek zagotavlja, da do kupcev dospejo zgolj prečiščeni izdelki, za katere je ugotovljeno, da ne vsebujejo tovarniških napak. Elementi, ki so že v tovarni podvrženi rigoroznemu testiranju, imajo na trgu mnogokrat višjo ceno od komponent, pri katerih zgodnjega testiranja ni, ali pa je to bistveno manj obsežno. Drug pomemben razlog višjih cen na videz enakih komponent so boljši materiali (na primer ohišja, ki bolje zavirajo prodiranje vlage v notranjost elementa, kar veča pričakovano življenjsko dobo in manjša dolgotrajno lezenje), jamstvo ustreznega delovanja v širšem območju okoliških pogojev in ostale garancije, ki nam jih cenene komponente ne zagotavljajo.

Neizkušen elektronik, ki ne pozna teh dejstev, zagreši hudo napako z nabavo na videz enakih komponent, ki imajo nižje cene ravno zaradi slabših garancij in ostalih deklaracij. Pri napravah, katerih okvare vodijo v katastrofalne posledice, je popolnoma upravičena višja cena vgrajenih komponent, če nam le-te zagotavljajo zanesljivejše delovanje.

Brezhibne komponente še ne zagotavljajo pravilnega delovanja naprave, saj se lahko napake pojavijo med njeno proizvodnjo. Šolski primer izvora okvar so slabe spajke, ki odpovedo po nekaj tednih ali mesecih delovanja. Poleg uporabe testiranih komponent je potrebno testirati tudi celotno napravo in odkriti proizvodne napake, ki ne izvirajo iz slabih komponent.

2.2 Uporaba tipičnih ali najslabših specifikacij

Mnogokrat nam podatkovna preglednica za določen parameter ne navede zgolj enega podatka ampak vsaj dva: prvi podatek govori o *tipični* vrednosti parametra, medtem ko nam drugi podatek razkrije njegovo *najslabšo* vrednost. Tipično vrednost proizvajalec ponavadi določi kot (izmerjeno ali drugače ugotovljeno) povprečno vrednost parametra večjega števila izdelkov.

Najslabša vrednost se lahko zagotovi s 100 % testiranjem in izločanjem izdelkov, ki postavljenemu kriteriju ne ustrezajo, cenejša možnost pa je, da se ta podatek izračuna kot odklon določenega števila standardnih deviacij (tipično med tri in šest) od tipične vrednosti populacije. Pri slednjem načinu nimamo absolutne garancije, da se izdelek nahaja znotraj postavljenih mej, ampak zgolj večjo ali manjšo verjetnost, da je karakteristika ustrezna, kar nakazuje, da je potrebno proizvajalčevo metodologijo podajanja vrednosti dobro preučiti.

> **Primer 2.** Relativna sprememba upornosti izbranega upora po dvatisoč urah delovanja pri temperaturi 70 °C in maksimalnih dovoljenih Joulskih izgubah znaša tipično 0,05 %, medtem ko je najslabša deklarirana vrednost 0,1 %. □

Vprašanje je, zakaj se vrednost enega samega parametra podaja z dvema številkama in katerega od obeh podatkov naj inženir uporabi pri načrtovanju naprave? Odgovor se skriva v predhodno opisanem razlikovanju med napravami zabavne in profesionalne elektronike. Pri napravah široke potrošnje in pri majhnih posledicah okvar največkrat uporabljamo tipične vrednosti parametrov, saj s tem izdelek pocenimo, ker tudi cenejše in s tem slabše komponente izpolnjujejo postavljene inženirske zahteve.

Zavedati se moramo, da se s takim početjem *vnaprej* odločimo, da določen odstotek naprav ne bo deloval pravilno, kar je čisto v redu. Če je na primer 1 % televizijskih sprejemnikov pokvarjenih že v tovarni, to pomeni 1 % večje stroške proizvodnje, saj smo v proizvodnjo vložili material, energijo in amortizacijo za proizvodnjo 100 televizorja, prodamo pa jih lahko samo 99. Večje število delujočih televizorjev bi lahko zagotovili z vgradnjo dražjih komponent, kar bi stroške proizvodnje povečalo za bistveno več kot 1 %.

Obratno je pri napravah profesionalne elektronike, kjer smo pripravljeni plačati višjo ceno v izogib človeškim žrtvam in gmotni škodi. V tem primeru nujno uporabljamo samo vrednosti parametrov, ki razkrivajo najslabše možne razmere delovanja komponent, s čimer skušamo preprečiti nastanek kakršnihkoli okvar in težav med obratovanjem naprave.

✎ Pazimo in izogibamo se elektronikov, ki ne razlikujejo med zabavno in profesionalno elektroniko, kar vodi v težave s hudimi posledicami.

2.3 Renardove vrste

Poskusimo odgovoriti na vprašanje, elektronske komponente katerih vrednosti parametrov je smiselno proizvajati. Problem je vsaj delno povezan s tolerancami pri izdelavi. Konkretneje se vprašajmo, upore katerih upornosti naj tovarna proizvaja. Recimo, da se strinjamo o potrebnosti uporov 1 Ω, ne vemo pa, kakšen naj bo razmak med ostalimi proizvedenimi upornostmi. Lahko se odločimo za korak 1 Ω, s čimer bi proizvodnja obsegala upore upornosti 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω, ..., 1000 Ω, 1001 Ω, 1002 Ω, ..., 1.000.000 Ω, 1.000.001 Ω, 1.000.002 Ω, ...

Že na prvi pogled je jasno, da je tako početje nesmiselno, saj je pri nižjih vrednostih upornosti razmak prevelik (upornost 2 Ω je dvakrat večja od upornosti 1 Ω), medtem ko je razmak pri velikih upornostih premajhen (upornost 1.000.002 Ω je samo za 1 ppm večja od upornosti 1.000.001 Ω) in nesmiseln ob upoštevanju toleranc upornosti.

Sledi, da razmak ne sme biti enakomeren, ampak sorazmeren absolutni vrednosti upornosti. Če proizvajamo upor 1 Ω, je smiselno, da je naslednja vrednost enaka $k \times 1\ \Omega$, medtem ko naj upornosti 1 MΩ sledi upornost $k \times 1\ \mathrm{M\Omega}$. Vrednost konstante k določa toleranca upornosti, saj nima smisla proizvajati uporov, katerih nominalne upornosti so bližje skupaj od razpršenosti dejanskih vrednosti parametra.

Zgolj zaradi priročnosti manipuliranja s številkami zahtevamo še, da večkratno množenje izhodiščnega upora 1 Ω s konstanto k rezultira v njegovem natančnem desetkratniku, s čimer so številke v vseh uporovnih dekadah desetkratniki števil predhodne dekade. To je izhodiščna ideja Renardovih vrst, na podlagi katerih se izdelujejo upori standardiziranih vrednosti upornosti.

Če se odločimo za izdelavo šestih različnih vrednosti upornosti v območju med 1 Ω in 10 Ω, sledi naslednje zaporedje vrednosti: $1\ \Omega$, $k \times 1\ \Omega$, $k \times (k \times 1\ \Omega) = k^2 \times 1\ \Omega$, $k^3 \times 1\ \Omega$, $k^4 \times 1\ \Omega$, $k^5 \times 1\ \Omega$, medtem ko naj bo vrednost $k^6 \times 1\ \Omega$ natančno enaka 10 Ω. Iz podanih zahtev sledi vrednost konstante k, ki jo izračunamo po naslednji enačbi.

$$k^6 = 10 \qquad \Rightarrow \qquad k = \sqrt[6]{10} \doteq 1{,}467799 \doteq 1{,}5 \tag{2.1}$$

Uporaba dobljene konstante nam (po zaokroževanju) da naslednje standardizirane vrednosti upornosti po Renardovi vrsti E6.

$$\underbrace{1\ \Omega,\ \ 1{,}5\ \Omega,\ \ 2{,}2\ \Omega,\ \ 3{,}3\ \Omega,\ \ 4{,}7\ \Omega,\ \ 6{,}8\ \Omega,}_{\text{prva dekada}}\ \underbrace{10\ \Omega,\ \ 15\ \Omega,\ \ 22\ \Omega,\ \ 33\ \Omega,\ \ 47\ \Omega,\ \ 68\ \Omega,}_{\text{druga dekada}}$$

$$\underbrace{100\ \Omega, 150\ \Omega, 220\ \Omega, 330\ \Omega, 470\ \Omega, 680\ \Omega,}_{\text{tretja dekada}}\ \underbrace{1\ \mathrm{k\Omega}, 1{,}5\ \mathrm{k\Omega}, 2{,}2\ \mathrm{k\Omega}, 3{,}3\ \mathrm{k\Omega}, 4{,}7\ \mathrm{k\Omega}, 6{,}8\ \mathrm{k\Omega}}_{\text{četrta dekada}}$$

Renardova vrsta E6 se uporablja pri 20 % tolerancah, medtem ko ožje tolerance zahtevajo podrobnejšo delitev posamezne dekade vrednosti. V elektroniki se uporabljajo še naslednje Renardove vrste: E12 (toleranca 10 %), E24 (toleranca 5 %), E48 (toleranca 2 %), E96 (toleranca 1 %) in E192 (toleranca 0,5 %). Pri elementih ožjih toleranc od 0,5 % ne izvajamo finejše delitve od E192, saj bi postalo število proizvajanih uporov preveliko, kar bi pretirano podražilo proizvodnjo.

Ker je osnova vsake podrobnejše Renardove vrste dvakratnik predhodne osnove, vsaka podrobnejša vrsta vsebuje tudi vrednosti manj podrobnih vrst. To je pomembno, da se število standardiziranih vrednosti ne kopiči brez razloga.

$$\sqrt[12]{10} \times \sqrt[12]{10} = \sqrt[6]{10} \quad \Rightarrow \quad k_{\mathrm{E12}} \times k_{\mathrm{E12}} = k_{\mathrm{E6}} \quad \Rightarrow \quad k_{\mathrm{E12}} \times (k_{\mathrm{E12}} \times 1\ \Omega) = k_{\mathrm{E6}} \times 1\ \Omega \tag{2.2}$$

Renardova vrsta E12 ima naslednje vrednosti, pri čemer je vsaka druga vrednost, ki je podčrtana, že vsebovana v Renardovi vrsti E6.

$$\ldots, \underline{10\ \Omega}, 12\ \Omega, \underline{15\ \Omega}, 18\ \Omega, \underline{22\ \Omega}, 27\ \Omega, \underline{33\ \Omega}, 39\ \Omega, \underline{47\ \Omega}, 56\ \Omega, \underline{68\ \Omega}, 82\ \Omega, \underline{100\ \Omega}, \ldots$$

Izdelujejo se tudi elementi, ki ne spadajo v nobeno od naštetih Renardovih vrst, vendar zanje obstaja poseben razlog. Na primer serijsko se izdelujeta upornosti 49 kΩ in 99 kΩ, ki ju v predhodnih vrstah ne najdemo. Razlog za njun obstoj je izdelava napetostnih ojačevalnikov z ojačenji 50 in 100, saj se ojačenje A določenega tipa ojačevalnika izračuna po naslednji enačbi, ki jo obravnavamo kasneje.

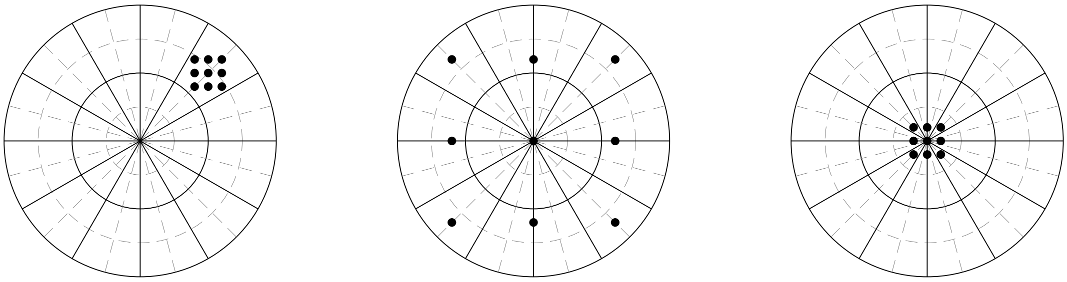
$$A = 1 + R_2/R_1 \tag{2.3}$$

Ojačenje 50 izvedemo na primer z izbiro uporov $R_1 = 1$ kΩ in $R_2 = 49$ kΩ, medtem ko za ojačenje 100 izberemo pri istem R_1 vrednost $R_2 = 99$ kΩ.

2.4 Natančnost, pravilnost in točnost

Besede *natančnost*, *pravilnost* in *točnost* imajo na prvi pogled podoben pomen, v resnici pa opisujejo različne stvari. Razlago in njihovo razlikovanje se tradicionalno izvede s primerjavo strelcev, ki bolj ali manj uspešno streljajo v tarčo (slika 2.2). Strelec, katerega rezultat je prikazan na levi tarči, je *natančen*, ker so posamezni zadetki blizu skupaj oziroma le malo razpršeni. Srednji strelec strelja *pravilno*, ker so njegovi zadetki enakomerno razporejeni okoli centra tarče, ni pa natančen, ker je razpršenost zadetkov velika. Desni strelec strelja hkrati pravilno in natančno, zato je *točen*.

V statistični terminologiji je *natančnost* povezana z majhno varianco ali standardno deviacijo množice (zadetkov, meritev, ...), medtem ko se *pravilnost* odraža v majhnem odstopanju srednje vrednosti množice od pričakovane (dejanske, referenčne, ...) vrednosti. V metrologiji je razpršenost (nenatančnost) meritev ekvivalentna *naključnemu* pogrešku, medtem ko odstopanje aritmetične sredine množice meritev od dejanske merjene vrednosti (nepravilnost) predstavlja *sistematični* pogrešek.



Slika 2.2. Natančno (levo), pravilno (sredina) in točno (desno) streljanje v tarčo.

Natančnost, pravilnost in točnost so povsem ločeni pojmi. Njihovo razlikovanje je v senzorski elektroniki nadvse pomembno, saj v nasprotnem primeru zagrešimo hude napake pri sprejemanju inženirskih odločitev. Pri AD pretvorniku, ki ga omenja ELE uvodno poglavje, merjeno maso predmeta lahko uvrstimo zgolj na interval širine $1/8$ kg, s čimer je določena *natančnost* AD pretvorbe (razpršenost možnih dejanskih mas pri dobljenem rezultatu AD pretvorbe). Večanje števila uteži (bitov AD pretvornika) veča zgolj natančnost pretvorbe, ne pa nujno njene pravilnosti, saj tehtanje izkazuje tudi sistematični pogrešek (vsaj) zaradi odstopanja dejanskih mas uteži od nominalnih. Prej ali pozneje večanje števila bitov postane brezpredmetno, ker sistematični pogrešek zaradi nepopolnih referenčnih veličin postane dominanten izvor napak AD pretvorbe.

Neizkušen elektronik pogosto stremi k uporabi AD pretvornikov s čim večjim številom bitov, pri čemer pozabi na kakovost referenčnih napetosti, zaradi česar je cena izbranega AD pretvornika večja od dejanske nujne, njegove dobre zmogljivosti pa se razblinijo zaradi neustreznosti uporabljene reference.

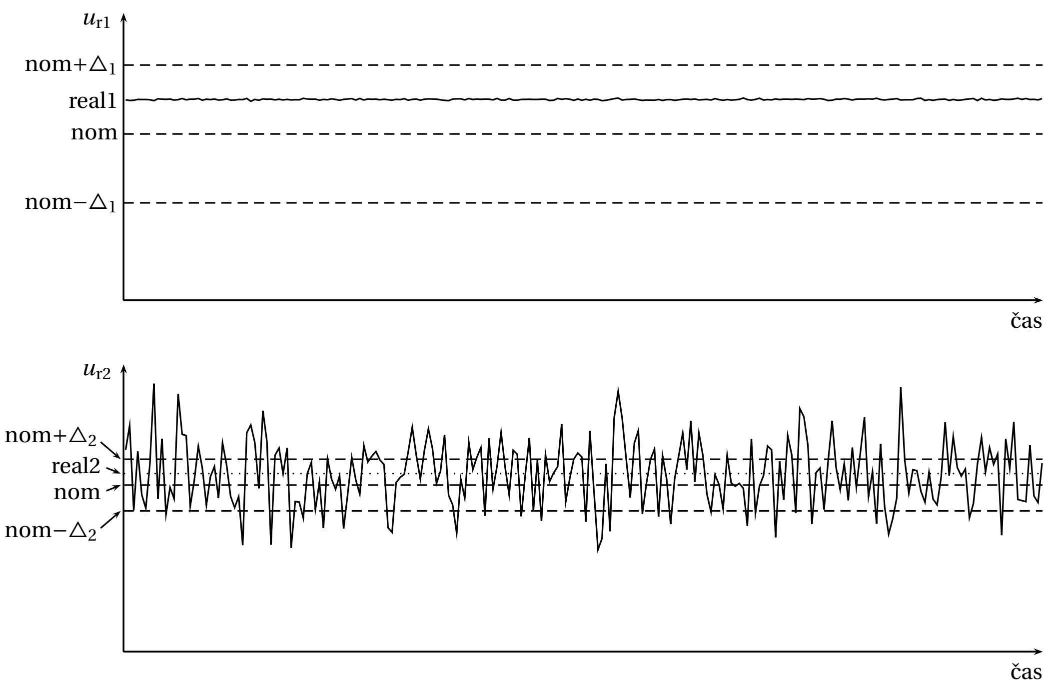
Potrebna točnost odčitkov sledi iz specifičnih zahtev določene situacije in je mnogokrat manjša od točnosti dragih vrhunskih AD pretvornikov in referenc. Izkušen elektronik gradnikov ne kupuje na slepo, ampak skrbno preuči zahteve, da uporabi čim cenejše gradnike, ki še izpolnjujejo zahtevane pogoje.

Tudi pri izbiri referenčnih napetosti smo soočeni s podobno pastjo, saj so reference lahko precej pravilne, vendar poleg ustrezne enosmerne napetosti proizvajajo določeno količino šuma, zaradi katerega je vsakokratna *trenutna* vrednost proizvedene napetosti razpršena okoli *povprečne* referenčne vrednosti. Nasprotno lahko referenčna napetost proizvaja manj šuma, medtem ko hkrati izkazuje manjšo pravilnost, ker njena povprečna vrednost izraziteje odstopa od nominalno deklarirane napetosti.

Primer 3. Podatkovni preglednici dveh napetostnih referenc podajata naslednje podatke. Referenca 1: toleranca 4 %, šumna napetost 0,17 ppm. Referenca 2: toleranca 0,04 %, šumna napetost 8 ppm. Toleranca prve reference je 100-krat širša od druge, vendar ta referenca proizvaja procentualno 47-krat manj šumne napetosti.

Razmere *kvalitativno* prikazuje slika 2.3, pri čemer je količina šuma močno pretirana zaradi nazornosti prikaza. Dejanska vrednost reference u_{r1}, ki je na zgornjem grafu označena kot real1, se lahko nahaja kjerkoli med nom$\pm\triangle_1$, pri čemer je $\pm\triangle_1$ relativno širok interval vrednosti zaradi široke tolerance.

Zaradi mnogo ožje tolerance se dejanska vrednost reference u_{r2}, označena na spodnjem grafu kot real2, nahaja znotraj mnogo ožjega intervala nom$\pm\triangle_2$, zato je druga referenca mnogo bolj pravilna od prve reference. Obratno je z razpršenostjo trenutnih vrednosti. □



Slika 2.3. Kvalitativni prikaz tolerance in pošumljenosti dveh referenc.

Od konkretne situacije je odvisno, kaj od navedenega je bolje. Če izvajamo zgolj posamezno meritev oziroma AD odčitek, na rezultat vpliva celotna količina šuma, zaradi česar morda ni možno izkoristiti ozke tolerance reference u_{r2}. V situacijah, ki dovoljujejo izvedbo večjega števila meritev in njihovega povprečenja, se šum s povprečenjem vsaj delno izniči, kar omogoča izdajo točnejšega merilnega rezultata kljub bolj pošumljeni referenci, če je njena napetost pravilnejša.

Alternativa povprečenju odčitkov je analogno filtriranje referenčne napetosti z nizkoprepustnim sitom, ki ravno tako manjša njen šum, medtem ko ne odpravlja učinkov ostalih vzrokov razpršenosti meritev (na primer pošumljenost napajalne napetosti AD pretvornika, ki se v določeni meri prenese na AD odčitke).

Pošumljenost referenčne vrednosti (naključni pogrešek) lahko vsaj delno omilimo z večanjem števila meritev in njihovim povprečenjem ali z analognim filtriranjem, medtem ko njene pravilnosti (sistematični pogrešek) ne moremo izboljšati z nobenimi prijemi.

Pošumljeni vrednosti analogne napetosti navadno ne pravimo nenatančna, ampak ostajamo pri izrazu pošumljena, čeprav gre konceptualno za nenatančnost. Šum je torej eden od izvorov nenatančnosti. Pri rezultatih nekega procesa (meritev, streljanje v tarčo, ...), ki so razpršeni, ponavadi uporabljamo izraz nenatančnost ali razpršenost, čeprav pogovorno slišimo tudi, da so *meritve* pošumljene, še posebej v primeru, ko želimo povedati, da je šum vzrok razpršenosti rezultatov.

2.5 Povzetek

Sekcija 2.1

- Pogostost okvar elementov in naprav je podvržena krivulji z obliko kopalniške kadi.
- Novi elementi se pogosto kvarijo zaradi tovarniških napak.
- Stari elementi se pogosto kvarijo zaradi obrabljenosti.
- Vmesno področje z nizkim številom okvar je normalna življenjska doba.
- Življenjska doba se opazno krajša s povišano temperaturo delovanja.
- Po nekaterih študijah vsako povečanje temperature za 10 °C razpolovi življenjsko dobo elementov in naprav (eksponentno krajšanje življenjske dobe z dvigom temperature).
- Pri napravah, ki morajo dolgotrajno delovati brez okvar, se noben elektronski sestavni del ne sme znatno segrevati.
- Pri napravah zabavne elektronike pogosto dosegamo nižje cene s preobremenjevanjem sestavnih delov, kar vodi tudi v njihovo povišano temperaturo.
- Dvigovanje taktne frekvence mikroprocesorja povečuje njegovo segrevanje in s tem krajšanje pričakovane življenjske dobe.
- Odkrivanje zgodnjih okvar s pospešenim staranjem odpravlja problem nezanesljivosti novih naprav, vendar (upravičeno) podraži sestavne dele in proizvodnjo naprave.

Sekcija 2.2

- Podatkovne preglednice podajajo tipične in najslabše vrednosti parametrov.
- Na podlagi najslabših vrednosti parametrov dimenzioniramo naprave, katerih okvare povzročajo hude posledice.
- Tipične vrednosti parametrov uporabljamo pri napravah, katerih okvare niso usodne (zabavna elektronika).
- Zagotavljanje pravilnega delovanja naprave tudi ob nastopu najslabših možnih vrednostih parametrov veča njeno zanesljivost, vendar jo hkrati podraži. Uporaba tipičnih vrednosti parametrov napravo poceni vendar zmanjša možnost njenega zanesljivega delovanja.

Sekcija 2.3

- Zaradi toleranc je smiselno proizvajati elemente, katerih razmak nominalne vrednosti parametra ni konstanten, ampak narašča z vrednostjo parametra; nominalne vrednosti parametrov tvorijo geometrijsko vrsto in ne aritmetične vrste.
- Poleg konstantnega faktorja med posameznimi vrednostmi parametrov vpeljemo omejitev, na podlagi katere so nominalne vrednosti določene dekade celoštevilski mnogokratniki vrednosti predhodne dekade.
- Različne tolerance zahtevajo različno granulacijo dekade, zaradi česar se uporabljajo različne vrste za določanje standardnih vrednosti parametrov, pri čemer zahtevamo, da finejša delitev dekade vsebuje tudi vrednosti, ki so vsebovane v vrstah z bolj grobo delitvijo.

Sekcija 2.4

- Natančnost, pravilnost in točnost so tri popolnoma ločeni pojmi.
- Natančnost pomeni majhno razpršenost vrednosti okoli neke srednje vrednosti, ki ni nujno enaka pričakovani srednji vrednosti. Natančnost je sinonim za majhno standardno deviacijo vzorcev (rezultatov), ali za majhen naključni pogrešek meritev.
- Pravilnost pomeni majhno odstopanje srednje vrednosti od pričakovane oziroma pravilne, kar je sinonim za majhen sistematični pogrešek.
- Točnost pomeni hkrati natančnost in pravilnost.
- Večanje števila bitov AD pretvornika veča njegovo natančnost, ne pa nujno točnosti.
- Uporaba pravilnejše vrednosti referenčne napetosti AD pretvornika, veča pravilnost, ne pa natančnosti AD pretvorbe.
- Pri načrtovanju vezij stremimo k uravnoteženosti obeh zahtev, sicer po nepotrebnem dražimo napravo brez izboljševanja njenih tehničnih lastnosti (predrag AD pretvornik brez reference z ustrezno pravilnostjo, predraga referenca brez AD pretvornika z zadostnim številom bitov).
- Pri referenčnih napetostih se ločeno podaja pravilnost in natančnost (pošumljenost).
- Neustrezno natančnost (preveliko pošumljenost) lahko delno zmanjšamo z večjim številom meritev in povprečenjem rezultatov, medtem ko premajhne pravilnosti ne moremo odpraviti z nobenim ukrepom.

Del II

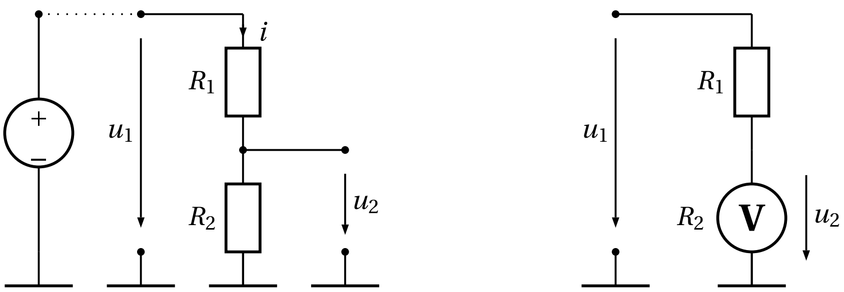
Realni napetostni in tokovni vir

Spoznavanje zakonitosti linearnih vezij pričenjamo s študijo modelov realnih napetostnih in tokovnih virov. Njihova vloga v vezjih in elektroniki je neverjetno raznolika in pokriva tako analizo napajalnih sistemov, kot tudi obravnavo dogajanja na priključnih sponkah senzorjev, ki proizvajajo napetostni ali tokovni signal. Poleg tega z istimi modeli obravnavamo tudi izhodne sponke kateregakoli sklopa analogne obdelave signalov in celo izhodne sponke digitalnih celic.

Ključna parazitna lastnost vsakega realnega vira je sesedanje njegove izhodne veličine ob priklopu bremena. To modeliramo kot obstoj parazitnega napetostnega ali tokovnega delilnika, ki ga sestavljata bremenska upornost in notranja upornost vira. Posledično se pred samo diskusijo virov seznanimo z obema tipoma delilnikov, da lahko sesedanje analitično obravnavamo.

3 Napetostni in tokovni delilnik

Delilniki so v elektroniki izredno pomembni sklopi, ki jih srečujemo na vsakem koraku in v neverjetno raznolikih okoliščinah od manjšanja napetosti do izvedbe DA pretvornikov. V vezjih opravljajo tako koristno kot parazitno vlogo. Razlago njihovega delovanja pričnimo pri napetostnem delilniku na levi strani slike 3.1.



Slika 3.1. Osnovni napetostni delilnik (levo) in razširitev območja voltmetra (desno).

Napetostni delilnik sestavljata upora R_1 in R_2. Napetost u_1 vzbuja delilnik, kar je na sliki simbolično nakazano s priklopom na napetostni vir. Iz te napetosti delilnik generira napetost u_2, ki jo določimo na naslednji način. Preko obeh uporov teče tok i, ki ga podaja naslednja enačba.

$$i = \frac{u_1}{R_1 + R_2}$$

Ta tok povzroča padec napetosti na uporu R_2, ki je enak izhodni napetosti u_2, iz česar sledi enačba 3.1.

$$\boxed{u_2 = R_2 \cdot i = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot u_1} \tag{3.1}$$

Izraz v oklepaju je iskano delilno razmerje. Imenovalec ulomka je večji od števca, zato je delilno razmerje manjše od ena (in pozitivno, ker so upornosti pozitivne), napetost u_2 pa je po absolutni vrednosti manjša od napetosti u_1. Z ustrezno izbiro uporov izvedemo poljubno napetost u_2, ki ima isto polariteto kot napetost u_1 in je absolutno manjša od nje.

Števec in imenovalec delilnega razmerja delimo z uporom R_2, da predhodno enačbo preoblikujemo v naslednjo obliko, iz katere razberemo pomembno dejstvo.

$$u_2 = \left(\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}\right) \cdot u_1 \tag{3.2}$$

✎ Delilno razmerje je odvisno samo od *razmerja* upornosti in ne od njihovih absolutnih vrednosti. Delilnik iz uporov 1 Ω in 3 Ω ima enako delilno razmerje, kot če je sestavljen iz uporov 1 kΩ in 3 kΩ, 3 kΩ in 9 kΩ, 2 MΩ in 6 MΩ, ali 5 mΩ in 15 mΩ.

Iz enačbe 3.2 izrazimo razmerje upornosti in dobimo enačbo 3.3, ki nam pomaga pri načrtovanju napetostnih delilnikov.

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{u_1}{u_2} - 1 \qquad \Rightarrow \qquad R_1 = \left(\frac{u_1}{u_2} - 1\right) \cdot R_2 \tag{3.3}$$

Primer 1. Napetost u_1 je enaka 10 V. Pridobiti želimo napetost 5 V, kar pomeni, da je razmerje u_1/u_2 enako 2. Z enačbo 3.3 izračunamo, da je v tem primeru razmerje upornosti R_1/R_2 enako 1, torej morata biti upora enaka. □

Primer 2. Napetost u_1 je 10 V, medtem ko potrebujemo napetost 1 V. Izračun pokaže, da tako napetost dobimo, ko je upornost upora R_1 devetkrat večja od upornosti upora R_2. □

Napetostni delilnik ne določa izhodne napetosti u_2, ampak delilno razmerje napetosti u_2 in u_1. Kadar se vhodna napetost u_1 spreminja ali njena vrednost ni natančno določena, ne moremo pričakovati, da bo napetost u_2 natančno enaka predvideni vrednosti.

Primer 3. Pričakovana vrednost napetosti u_1 je 12 V. Napetostni delilnik je sestavljen iz enakih uporov, zato na izhodu pričakujemo napetost 6 V. Pri povečanju napetosti u_1 na 13 V je napetost u_2 enaka 6,5 V. Zmanjšanje napetosti u_1 na 11 V povzroči, da je napetost u_2 enaka 5,5 V. Tako situacijo imamo v avtomobilu, kjer se napetost, ki napaja avtomobilski radio, spreminja z vrtljaji motorja, kar moramo upoštevati pri načrtovanju avtomobilskega radia. □

3.1 Izhodni upor kot porabnik napetosti

Včasih je delilnikov upor R_2 že kar porabnik generirane napetosti. Taka situacija nastopi pri razširitvi merilnega območja voltmetra na desni strani slike 3.1. Naj voltmeter dovoljuje merjenje napetosti med 0 V in 1 V, medtem ko želimo meriti napetosti med 0 V in 10 V. Razširitev območja dosežemo z napetostnim delilnikom, kjer je upor R_2 zamenjan z voltmetrom.

Ko je napetost u_1 enaka 10 V, mora biti napetost u_2 enaka 1 V. Pri znani upornosti voltmetra R_2 lahko za poljubno razširitev merilnega območja (razmerje u_1/u_2) izračunamo ustrezno upornost R_1 z enačbo 3.3.

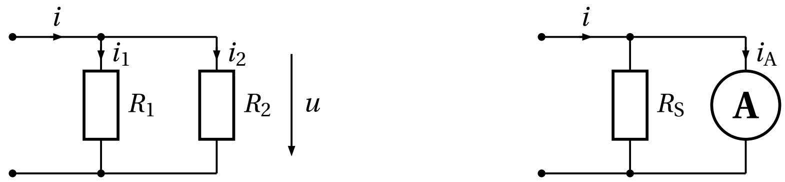
Primer 4. Upornost voltmetra je 10 MΩ. Merilno območje mu razširimo desetkrat, ko je upor R_1 enak 90 MΩ. □

Poleg večjega merilnega območja tudi dvignemo notranjo upornost izvedenega instrumenta z 10 MΩ na 100 MΩ, kar pomeni manjši neželeni povratni vpliv instrumenta na meritev. Včasih je ta lastnost pomembnejša od razširitve merilnega območja. Tak primer imamo pri dvigu notranje upornosti osciloskopa s sondo 10×.

✎ Pri dviganju notranje upornosti na opisani način tudi slabšamo nekatere lastnosti tako izvedenega instrumenta. Na tem mestu samo omenimo, da upori večjih upornosti proizvajajo več šuma, poleg tega se zaradi večjih RC konstant počasneje polnijo relevantne parazitne kapacitivnosti, zaradi česar se instrument počasneje odziva na spremembe merjene napetosti.

3.2 Tokovni delilnik

Tokovni delilnik, sestavljen iz uporov R_1 in R_2 na sliki 3.2 (levo), je dualen gradnik napetostnega delilnika. Tok i se deli na tokova i_1 in i_2, pri čemer je na obeh uporih isti padec napetosti u. (Dualno se pri napetostnem delilniku napetost deli med upora, pri čemer preko obeh uporov teče isti tok.)



Slika 3.2. Tokovni delilnik (levo) in razširitev merilnega območja ampermetra (desno).

Zanima nas vrednost toka i_2 oziroma delilno razmerje i_2/i, ki ga izpeljemo na naslednji način. Izhajajmo iz dejstva, da je tok i enak vsoti tokov i_1 in i_2.

$$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R_1} + i_2 = \frac{R_2 \cdot i_2}{R_1} + i_2 = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right) \cdot i_2 = \frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot i_2$$

Dobljeni izraz obrnemo, da dobimo iskano delilno razmerje, ki ga vsebujeta oklepaja v naslednji enačbi.

$$\boxed{i_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \cdot i \quad \Rightarrow \quad \frac{i_2}{i} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)} \tag{3.4}$$

Števec delilnega razmerja je manjši od imenovalca, zato je izhodni tok i_2 po absolutni vrednosti manjši od vhodnega toka i. Dobljeni izraz je podoben izrazu za napetostno delilno razmerje (enačba 3.1), le da tokrat v števcu ni izhodni upor R_2 ampak preostali upor R_1. Večji kot je upor R_1 v primerjavi z uporom R_2, manjši je tok i_1, s čimer je tok i_2 bolj enak vhodnemu toku i.

3.3 Izhodni upor kot porabnik toka ⊕

Tudi pri tokovnem delilniku je včasih delilnikov upor R_2 že kar porabnik dobljenega toka. Taka situacija nastopi pri razširitvi merilnega območja ampermetra, kar prikazuje desna stran slike 3.2.

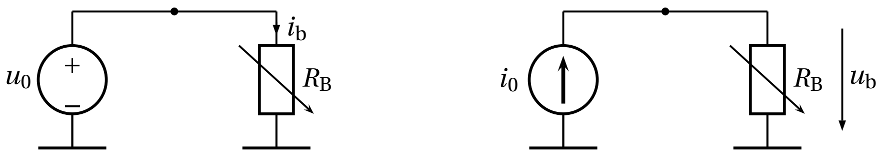
Primer 5. Samostojni ampermeter meri tokove do 1 mA, izvedeni instrument pa naj meri tokove do 10 mA. Sledi, da mora biti tok i_A enak 1 mA, ko je tok i enak 10 mA. To je izpolnjeno, ko je upor R_S devetkrat manjši od notranje upornosti ampermetra, da pri isti napetosti teče 90 % toka i preko R_S in samo 10 % preko ampermetra. Tudi razširitev območja ampermetra ugodno vpliva na notranjo upornost inštrumenta, ki se v tem primeru zmanjša, kar je včasih pomembnejše od same razširitve območja. □

3.4 Povzetek

- Delilno razmerje napetostnega in tokovnega delilnika je vedno manjše od ena in pozitivno.
- Pri obeh delilnikih delilno razmerje določa samo razmerje upornosti uporabljenih uporov, nič pa njuni absolutni vrednosti.
- Delilnik ne določa izhodne veličine ampak delilno razmerje.
- Če vrednost vhodne veličina ni enaka pričakovani vrednosti ali če se s časom spreminja, tudi izhodna veličina ni enaka pričakovani ali se časovno spreminja.
- V določenih primerih je izhodni upor obeh delilnikov že porabnik izhodne veličine.
- Včasih razširimo območje instrumenta zaradi izboljšanja njegove notranje upornosti, čeprav ne potrebujemo večjega merilnega območja.

4 Napetostni in tokovni vir

Tako pri načrtovanju vezij kot pri teoretičnem modeliranju z njimi povezanih pojavov intenzivno uporabljamo napetostne in tokovne vire, zaradi česar sedaj opišimo njihove ključne lastnosti. Priklop bremena na idealni napetostni in tokovni vir prikazuje slika 4.1.



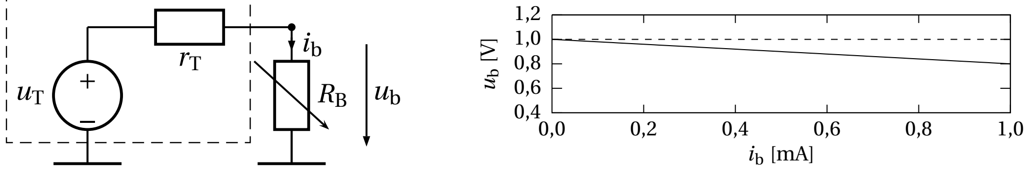
Slika 4.1. Priklop bremena na idealni napetostni (levo) in tokovni (desno) vir.

Na levi strani slike se napetost u_0 na sponkah bremena teoretično popolnoma nič ne spreminja v odvisnosti od toka i_b in s tem od upornosti R_B, kar je nedosegljiv ideal. Podobno je na desni strani slike bremenski tok i_0 popolnoma neodvisen od napetosti u_b, kar je zopet ideal.

Idealni viri ne obstajajo. Pri kateremkoli realnem napetostnem viru se bremenska napetost spreminja, če se spremeni bremenska upornost in s tem bremenski tok. Prav tako velja, da se pri kateremkoli realnem tokovnem viru bremenski tok spreminja, če se spremeni bremenska upornost in s tem bremenska napetost.

4.1 Realni napetostni vir

Sesedanje napetosti vira modeliramo s Theveninovo notranjo upornostjo, kar prikazuje slika 4.2 (levo). Ko breme ni priklopljeno na vir, tok i_b ne teče, zato ni padca napetosti na notranji upornosti r_T. Napetost u_b pri odprtih sponkah je tako enaka Theveninovi napetosti vira u_T. Ko breme priklopimo, prične teči tok i_b, ki povzroči padec napetosti na upornosti r_T, zato se napetost u_b zmanjša (sesede). Upornost r_T je merilo sesedanja pri določenem toku, oziroma nam pove, kako dobro (slabo) obremenjeni vir drži napetost u_b.

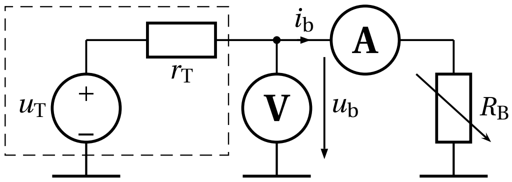


Slika 4.2. Priklop bremena na Theveninov vir (levo) in primer napetostno-tokovne karakteristike (desno).

Primer 1. Theveninova napetost vira je 1 V, njegova notranja upornost je 200 Ω. Karakteristika takega vira je prikazana na sliki 4.2 (desno). Ko tok i_b ne teče, imamo na sponkah vira napetost 1 V. Z večanjem toka i_b se napetost u_b zmanjšuje. Pri bremenskem toku 1 mA se napetost u_b sesede za 200 Ω · 1 mA = 0,2 V, zato je na bremenu samo še napetost 0,8 V. Za primerjavo je črtkano prikazana karakteristika idealnega napetostnega vira s slike 4.1 (levo), katerega napetost ostaja enaka 1 V neodvisno od obremenitve. □

Mnogokrat naletimo na obraten problem. Na podlagi meritev tokovno-napetostne karakteristike vira dobimo graf, kot ga prikazuje slika 4.2 (desno), s katerim je potrebno določiti neznane elemente Theveninovega nadomestnega vezja. Konceptualno vezje za izvedbo take meritve prikazuje slika 4.3.

Slika 4.3. Merjenje napetostno-tokovne karakteristike napetostnega vira.



Theveninova napetost je napetost, izmerjena pri odprtih sponkah, torej pri odklopljenem bremenu R_B na sliki 4.3 (in z idealnim voltmetrom ☺). Notranjo upornost vira določimo kot kvocient med določeno spremembo napetosti u_b pri določeni spremembi toka i_b, kar dosežemo s spreminjanjem upornosti R_B.

$$\boxed{r_T = -\frac{\triangle u_b}{\triangle i_b}} \tag{4.1}$$

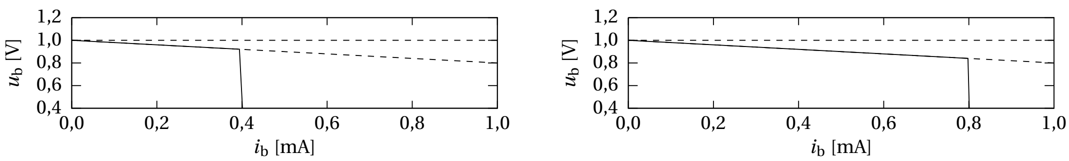
Spremembe opazujemo v območju bremenskega toka, ki nas zanima glede na tokovne zahteve bremena. Negativni predznak v enačbi je posledica nevezanih polaritet napetosti in toka na izhodnih sponkah napetostnega vira. Upornost elementa je enaka razmerju spremembe napetosti in pripadajoče spremembe toka, ki teče *v pozitivno* sponko. V našem primeru teče tok *iz pozitivne* sponke vira, kar zahteva spremembo predznaka pri izračunu notranje upornosti.

Primer 2. Z napetostnim virom karakteristike na sliki 4.2 (desno) krmilimo breme, ki zahteva maksimalni bremenski tok 0,5 mA. Tok i_b je s tem omejen na območje med 0 mA in 0,5 mA. Pri toku 0 mA je izhodna napetost enaka 1 V, medtem ko pri toku 0,5 mA z grafa odčitamo napetost 0,9 V. S temi podatki izračunamo notranjo upornost vira z naslednjo enačbo.

$$r_T = -\frac{\triangle u_b}{\triangle i_b} = -\frac{1\,\mathrm{V} - 0{,}9\,\mathrm{V}}{0\,\mathrm{mA} - 0{,}5\,\mathrm{mA}} = -\frac{0{,}1\,\mathrm{V}}{-0{,}5\,\mathrm{mA}} = 200\,\Omega$$

□

Slika 4.4 prikazuje karakteristiki napetostnih virov, ki pri majhnih bremenskih tokovih izkazujeta relativno majhno sesedanje napetosti, po prekoračitvi določene meje toka pa se napetosti hitro sesedeta. Taki viri so v elektroniki tipični.



Slika 4.4. Vira z različnima tokovnima območjema: 0,4 mA (levo) in 0,8 mA (desno).

Kljub temu, da je tokovna zmogljivost levega vira za polovico manjša od zmogljivosti desnega vira, imata v uporabnem območju oba vira *enako* Theveninovo notranjo upornost (200 Ω), ker je *strmina* karakteristike (sesedanje) v uporabnem območju bremenskih tokov pri obeh virih enaka (pri levem viru do 0,4 mA, pri desnem viru do 0,8 mA).

Theveninova notranja upornost *ni* merilo obremenljivosti vira, ampak sesedanja napetosti v uporabnem območju, kjer napetostni vir deluje zadovoljivo. Obremenljivost vira je *ločen* podatek, ki nam pove, do katere vrednosti bremenskega toka vir deluje zadovoljivo.

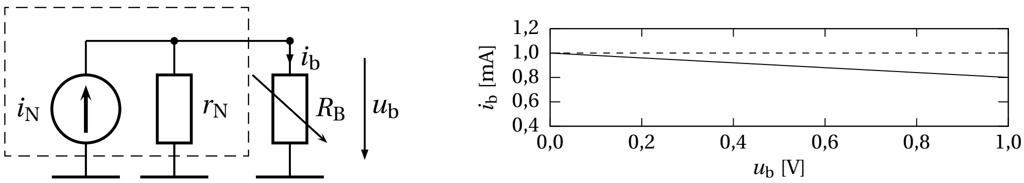
Ker elektronski napetostni viri prenehajo zadovoljivo delovati ob prekoračitvi določene vrednosti bremenskega toka, pri merjenju njihovih karakteristik nujno uporabimo predhodno opisano metodo spreminjanja bremena. Notranjih upornosti napetostnih virov v mnogih primerih *ne moremo* izmeriti tako, kot nas učijo osnove vezij, kjer vir vežemo v kratek stik in mu izmerimo kratkostični tok. Poleg razloga na sliki 4.4 mnogo napetostnih virov z vezavo v kratek stik tudi uničimo (pri kratkostičeni vtičnici pregori varovalka, medtem ko avtomobilski akumulator raznese).

Napetostni vir je najbolj obremenjen, ko je vezan v kratek stik, saj je v tem režimu delovanja napetost na sponkah najtežje vsiliti. Obremenitev napetostnega vira je najmanjša, ko na njegovi priključni sponki ne vežemo ničesar, saj je v tem primeru napetost med sponki neskončno lahko vsiliti, ker breme ne zahteva nobenega toka za vzdrževanje napetosti na njem.

Slednjo ugotovitev razkriva tudi Joulska moč na bremenu $p = u_b \cdot i_b$. Pri odprtih sponkah je i_b enak nič, zato viru za vzdrževanje ustrezne napetosti na svojih sponkah ni potrebno dovajati nobene moči.

4.2 Realni tokovni vir

Slika 4.5 (levo) prikazuje Nortonov tokovni vir, ki z upornostjo r_N modelira sesedanje toka i_b pri spremembi napetosti u_b. Primer karakteristike takega vezja prikazuje desna stran slike.



Slika 4.5. Priklop bremena na Nortonov vir (levo) in primer napetostno-tokovne karakteristike (desno).

Ko je Nortonov vir vezan v kratek stik, je napetost u_b enaka nič, zaradi česar tok ne teče preko upornosti r_N. Tok i_b je s tem enak toku i_N. Ko kratek stik zamenjamo s končno upornostjo R_B, se z bremenskim tokom pojavi tudi bremenska napetost u_b, ki je vsiljena tako uporu R_B kot notranji upornosti vira. S tem preko upornosti r_N teče določen tok, ki zmanjša razpoložljivi tok na sponkah bremena.

Notranja upornost r_N ponazarja puščanje toka mimo idealnega tokovnega vira i_N, zato je konceptualno pravilneje govoriti o notranji prevodnosti vira. Kljub temu največkrat ostajamo pri upornostih, saj smo bolj vajeni operirati z njimi.

Primer 3. Karakteristiko vira z Nortonovim tokom 1 mA in notranjo upornostjo 5 kΩ prikazuje slika 4.5 (desno). Ko je vir vezan v kratek stik in je u_b enaka nič, je tok i_b enak Nortonovemu toku 1 mA. Z večanjem napetosti u_b se tok seseda, medtem ko pri idealnem tokovnem viru ostaja vedno enak, kar prikazuje črtkana karakteristika. □

Ko določamo vrednosti i_N in r_N iz meritev, postopamo podobno kot pri Theveninovem napetostnem viru. Nortonov tok je (z idealnim ampermetrom) izmerjena vrednost toka v kratkem stiku. Notranjo upornost vira določimo kot kvocient med določeno spremembo napetosti u_b pri določeni spremembi toka i_b. Konceptualno pravilneje bi bilo računati notranjo prevodnost kot kvocient med spremembo toka in napetosti, vendar navadno postopamo na opisani način, da se izognemo operiranju s prevodnostmi.

Primer 4. Tokovni vir s karakteristiko na sliki 4.5 (desno) krmili breme, ki zahteva maksimalno napetost 1 V. Pri napetosti 0 V je bremenski tok enak 1 mA, medtem ko se pri napetosti 1 V bremenski tok zmanjša na 0,8 mA. Notranja upornost vira je naslednja.

$$r_N = -\frac{\triangle u_b}{\triangle i_b} = -\frac{0\,\mathrm{V} - 1\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{mA} - 0{,}8\,\mathrm{mA}} = -\frac{-1\,\mathrm{V}}{0{,}2\,\mathrm{mA}} = 5\,\mathrm{k\Omega}$$ □

Tudi merjenja Nortonovih parametrov tokovnega vira ne smemo izvesti po navodilih iz osnov vezij tako, da vir obremenimo z odprtimi sponkami (oziroma, da na njegovi priključni sponki ne vežemo nič – razen voltmetra). S tako vezavo naj bi dobili napetost u_T, ki nam, po deljenju z Nortonovim tokom i_N, daje vrednot notranje upornosti. Enako kot napetostni viri, tudi tokovni viri odpovedo pri prevelikih obremenitvah, zato nam nakazani pristop pogosto daje nesmiselne rezultate.

Tokovni vir je najbolj obremenjen, ko na njegovi priključni sponki ne vežemo ničesar (odprte sponke), saj je v tem režimu tok najtežje vsiliti. Obremenitev tokovnega vira je najmanjša, ko sta njegovi priključni sponki vezani v kratek stik, saj je v tem primeru tok neskončno lahko vsiliti, ker breme za vzdrževanje toka ne zahteva nobene napetosti.

Nakazano razmišljanje potrdi Joulska moč na bremenu $p = u_{\mathrm{b}} \cdot i_{\mathrm{b}}$. Pri kratkem stiku je u_{b} enaka nič, zato viru za vzdrževanje ustreznega toka skozi svoji sponki ni potrebno dovajati nobene moči.

V razmislek omenimo naslednje dejstvo. Če bi bile zidne vtičnice tokovni viri namesto napetostnih virov, bi jih morali vezati v kratek stik, ko jih ne bi uporabljali. Da so napetostni viri najmanj obremenjeni pri odprtih sponkah je pomembno tudi z vsakdanjega praktičnega stališča, da lahko gospodinjski aparat odklopimo iz vtičnice zgolj s tem, da izvlečemo vtikač. Pri tokovnih virih bi plačali drag račun za elektriko vsakič, ko bi vtičnico po uporabi pozabili vezati v kratek stik.

4.3 Povzetek

Uvod

- Pri idealnem napetostnem viru je bremenska napetost popolnoma neodvisna od bremenskega toka in s tem od bremenske upornosti.
- Pri idealnem tokovnem viru je bremenski tok popolnoma neodvisen od bremenske napetosti in s tem od bremenske upornosti.

Sekcija 4.1

- Idealni napetostni vir ne obstaja.
- Pri realnem napetostnem viru se bremenska napetost spreminja z bremenskim tokom oziroma bremensko upornostjo.
- Spreminjanju napetosti zaradi spremembe obremenitve pravimo sesedanje.
- Realne napetostne vire modeliramo s Theveninovim napetostnim virom, ki je sestavljen iz idealnega napetostnega vira in zaporedno vezane Theveninove upornosti.
- Napetostni vir ni obremenjen, ko na njegove priključne sponke breme ni vezano oziroma, ko je obremenjen z odprtimi sponkami. V tem primeru je napetost neskončno lahko vsiliti.
- Theveninova napetost je napetost na sponkah neobremenjenega napetostnega vira.
- Ko je napetostni vir neobremenjen, tok ne teče čez Theveninovo upornost.
- Theveninova upornost modelira sesedanje napetosti vira.
- Velikost Theveninove upornosti je merilo napetostnega sesedanja pri določenem bremenskem toku.
- Theveninova upornost ni merilo obremenljivosti napetostnega vira.
- Merjenja Theveninovih karakteristik vira največkrat ne smemo izvesti z merjenjem kratkostičnega toka vira.

Sekcija 4.2

- Idealni tokovni vir ne obstaja.
- Pri vsakem realnem tokovnem viru se bremenski tok spreminja z bremensko napetostjo oziroma bremensko upornostjo.
- Spreminjanju toka zaradi spremembe obremenitve pravimo sesedanje.
- Realne tokovne vire modeliramo z Nortonovim tokovnim virom, ki je sestavljen iz idealnega tokovnega vira in vzporedno vezane Nortonove upornosti (prevodnosti).
- Tokovni vir ni obremenjen, ko je vezan v kratek stik. V tem primeru je tok neskončno lahko vsiliti.
- Nortonov tok je tok, ki teče preko sponk vira, ki so vezane v kratek stik.
- Ko je tokovni vir neobremenjen, ni napetosti na njegovi Nortonovi upornosti.
- Nortonova upornost modelira sesedanje toka na sponkah tokovnega vira.
- Velikost Nortonove upornosti je merilo sesedanja toka.
- Nortonova upornost ni merilo obremenljivosti tokovnega vira.
- Merjenja Nortonovih karakteristik vira največkrat ne smemo izvesti z merjenjem napetosti odprtih sponk vira.

5 Krmiljenje bremena

Snov gradi na VIS poglavjih 3 in 4. Nekatere ilustracije praktičnega pomena podanih ugotovitev se navezujejo na ELE uvodno poglavje.

V elektroniki se nenehno srečujemo s situacijami, kjer določen podsklop vezja (vir) napaja oziroma krmili drug podsklop vezja (breme). Pogosto potrebujemo izrazito napetostno ali izrazito tokovno krmiljenje bremena. Pri napetostnem krmiljenju naj bi bila bremenska napetost neodvisna od bremenskega toka, medtem ko naj bi bil pri tokovnem krmiljenju tok preko bremena neodvisen od bremenske napetosti (slika 4.1 na strani 29). Priklop bremena na vir naj ne bi povzročal sesedanja, kar je ideal, ki ga ne moremo doseči (poglavje 4). Ključno vprašanje je, koliko dejanska bremenska napetost ali bremenski tok zaradi sesedanja odstopata od njunih pričakovanih vrednosti ter pri kakšnih pogojih dosežemo zadovoljivo napetostno oziroma tokovno krmiljenje.

Nakazani vprašanji sta v senzorski elektroniki vitalnega pomena, saj napetostni in tokovni viri niso samo napajalniki ampak tudi senzorji. Pri tem sta senzorjevo breme vhodni sponki sklopa, ki vrši prvi korak analogne obdelave senzorskega signala. Če ta sklop predstavlja neustrezno obremenitev, se senzorjev signal preveč sesede, s čimer izgubljamo natančnost meritve. Nadalje je napetostni ali (redkeje) tokovni vir izhod vsakega elektronskega sklopa, ki je obremenjen z naslednjim sklopom v verigi procesiranja (ELE uvodno poglavje). Če določen sklop predstavlja preveliko obremenitev za predhodni sklop v verigi, je sesedanje signala preveliko, kar vodi v nesprejemljivo napako meritve. Tej nadvse pomembni in zahrbtni težavi posvečamo tekoče in naslednji dve poglavji.

5.1 Napetostno krmiljenje bremena s Theveninovim virom

Izhajajmo iz levega vezja na sliki 5.1 in izpeljimo odvisnost izhodne napetosti u_b od bremenskega upora R_B ter lastnosti vira.

Slika 5.1. Priklop bremena na Theveninov (levo) in Nortonov (desno) vir.

Bremenska upornost R_B tvori s Theveninovo upornostjo vira napetostni delilnik, zaradi česar napetost na bremenu izračunamo z naslednjo enačbo.

$$\boxed{u_\mathrm{b} = \left(\frac{R_\mathrm{B}}{R_\mathrm{B} + r_\mathrm{T}}\right) \cdot u_\mathrm{T}} \tag{5.1}$$

Ko je upornost R_B mnogo večja od Theveninove upornosti r_T, lahko člen r_T v imenovalcu ulomka zanemarimo, s čimer dobimo naslednjo enačbo.

$$\boxed{(R_B \gg r_T) \qquad \Rightarrow \qquad u_b = \left(\frac{R_B}{R_B + \cancel{r_T}}\right) \cdot u_T \approx u_T} \tag{5.2}$$

Rezultat nakazuje, da je breme napetostno krmiljeno, saj je napetost na bremenu praktično enaka Theveninovi napetosti vira neodvisno od vrednosti upora R_B.

Primer 1. Napetost u_T je 10 V, upornost r_T je 1 kΩ. Upor R_B spreminjamo v širokem območju vrednosti od 100 kΩ do 100 MΩ. Vpliv R_B na napetost u_b je prikazan v tabeli 5.1. Prvi stolpec podaja vrednost upornosti R_B, medtem ko je v drugem stolpcu natančen izračun napetosti u_b po enačbi 5.1. V tretjem stolpcu je naveden bremenski tok. □

Tabela 5.1. Vpliv bremena mnogo večje upornosti od notranje upornosti vira.

R_B [MΩ]	u_b [V]	i_b [μA]	R_B/r_T	sesedanje u_b [%]	sesedanje i_b [%]	moč [μW]
0,1	9,9010	99	10^2	1,000	99,010	980
1	9,9900	10	10^3	0,100	99,900	100
10	9,9990	1	10^4	0,010	99,990	10
100	9,9999	0,1	10^5	0,001	99,999	1

Napetost na bremenu u_b se relativno malo spreminja in ostaja v bližini 10 V, čeprav bremensko upornost spreminjamo preko štirih velikostnih redov. Drugače je z bremenskim tokom, ki se spreminja preko štirih velikostnih redov kot bremenska upornost (zaradi Ohmovega zakona). To nam potrdi naslednji izračun.

$$(R_B \gg r_T) \qquad \Rightarrow \qquad i_b = \frac{u_T}{R_B + \cancel{r_T}} \approx \frac{u_T}{R_B} \tag{5.3}$$

Breme je torej izrazito napetostno krmiljeno, saj napetost u_b v približku ni odvisna od vrednosti upora R_B (enačba 5.2), medtem ko je tok i_b obratno sorazmeren z upornostjo R_B (enačba 5.3), s čimer je izrazito odvisen od njene vrednosti.

Četrti in peti stolpec tabele podajata sesedanje napetosti u_b glede na napetost u_T v odvisnosti od razmerja med bremensko upornostjo in notranjo upornostjo vira. Velja približno pravilo, da se ob priklopu bremena, ki ima stokrat večjo upornost od notranje upornosti vira, napetost na sponkah sesede za 1 %. Pri razmerju tisoč se napetost seseda okvirno za 1 ‰. Pri vsakem povečanju razmerja R_B/r_T za faktor deset se vpliv sesedanja opazi na enem decimalnem mestu bolj v desno.

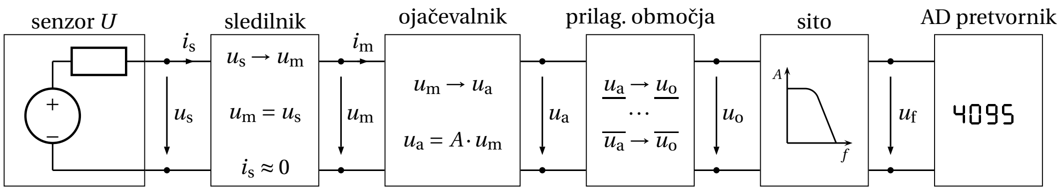
Ko je bremenska upornost mnogo večja od notranje upornosti vira, priklop bremena izhodno napetost vira le malo spremeni. Napetost u_b je praktično enaka Theveninovi napetosti vira u_T, zato je breme napetostno krmiljeno. To je zelo daljnosežna ugotovitev, ki diktira ogromno inženirskih odločitev.

Primer 2. Če senzor obremenimo s stokrat večjo upornostjo od njegove Theveninove upornosti, se senzorjeva napetost sesede za 1 %. To pomeni, da lahko izvajamo meritev največ na 1 % (dve decimalni mesti) natančno in še to dosežemo zgolj, če je v vezju vse ostalo idealno. □

Primer 3. Če izvajamo meritev na štiri decimalna mesta natančno, lahko senzor obremenimo le z 10.000-krat večjo upornostjo od njegove Theveninove upornosti. □

Primer 4. Zajemamo EKG (elektrokardiografski) signal (angl. *ECG; electrocardiography*), s katerim kardiolog ugotavlja zdravstveno stanje srca. V tem primeru so senzorji elektrode, ki so vakumsko pritrjene na površino kože. Električni signal, ki ga merimo, nastaja pod kožo in preko nje potuje do elektrod. Ker je koža relativno slab prevodnik, je njena upornost velika in lahko znaša tudi okvirno 1 MΩ, s čimer predstavlja dominantno komponento Theveninove upornosti tako dobljenega senzorja. Če naj se elektrodin signal ne sesede več kot za 1 %, mora vhodna stopnja ojačevalnika, ki tak signal zajema, znašati vsaj 100 MΩ. To je razlog, da razvijalci EKG aparatov posvečajo veliko pozornosti lastnostim vhodne stopnje vezja, na katerega se priklopijo elektrode. □

Z razumevanjem vezja na levi strani slike 5.1 nam postane jasna zahteva po čim manjši vrednosti toka i_s na sliki 5.2 (navezava na ELE uvodno poglavje). Tok i_s teče preko Theveninove upornosti senzorja in na njej povzroča padec napetosti. Posledično se napetost na priključnih sponkah senzorja sesede in ni več enaka senzorjevi Theveninovi napetosti, kar manjša točnost meritve. Ista ugotovitev velja za tok i_m in ostale neoznačene tokove, ki na sliki 5.2 tečejo iz izhodov posameznih sklopov.



Slika 5.2. Zajem senzorja z napetostnim izhodom.

5.2 Tokovno krmiljenje bremena s Theveninovim virom

Sedaj si oglejmo dogajanje, ko je upor R_B izrazito manjši od notranje upornosti vira. V tem primeru se enačba 5.1 poenostavi v naslednjo obliko.

$$(R_B \ll r_T) \qquad \Rightarrow \qquad u_b = \left(\frac{R_B}{\cancel{R_B} + r_T}\right) \cdot u_T \approx \left(\frac{R_B}{r_T}\right) \cdot u_T = \left(\frac{u_T}{r_T}\right) \cdot R_B = \underbrace{i_N}_{u_T/r_T} \cdot R_B \tag{5.4}$$

Poenostavimo še enačbo za izračun toka, da dobimo naslednji zapis.

$$\boxed{(R_B \ll r_T) \qquad \Rightarrow \qquad i_b = \frac{u_T}{\cancel{R_B} + r_T} \approx \frac{u_T}{r_T} = i_N} \tag{5.5}$$

Breme je tokovno krmiljeno, saj je bremenski tok i_b skoraj neodvisen od upora R_B in enak konstanti i_N (enačba 5.5), medtem ko se napetost u_b spreminja skoraj sorazmerno z upornostjo R_B (enačba 5.4). Konstanta $i_\mathrm{N}(= u_\mathrm{T}/r_\mathrm{T})$ je odvisna samo od lastnosti vira.

Primer 5. Zopet opazujmo isti napetostni vir (u_T = 10 V, r_T = 1 kΩ) in upornost R_B spreminjajmo v procentualno širokem območju vrednosti od 10 mΩ do 10 Ω. Dogajanje ilustrira tabela 5.2. Pomen posameznih stolpcev je enak kot v tabeli 5.1. □

Tabela 5.2. Vpliv bremena mnogo manjše upornosti od notranje upornosti vira.

R_B [Ω]	u_b [mV]	i_b [mA]	$R_\mathrm{B}/r_\mathrm{T}$	sesedanje u_b [%]	sesedanje i_b [%]	moč [μW]
0,01	0,1	9,9999	10^{-5}	99,999	0,001	1
0,1	1	9,9990	10^{-4}	99,990	0,010	10
1	10	9,9900	10^{-3}	99,900	0,100	100
10	99	9,9010	10^{-2}	99,000	1,000	980

Tok preko bremena se neznatno spreminja, čeprav vrednost bremenske upornosti spreminjamo preko štirih velikostnih redov. Drugače je z bremensko napetostjo, ki se skupaj z upornostjo spreminja v istem razponu štirih velikostnih redov.

Ko je bremenska upornost mnogo manjša od notranje upornosti vira, je bremenski tok skoraj neodvisen od bremenske upornosti, zato je breme izrazito tokovno krmiljeno. Napetost na bremenu je sorazmerna z bremensko upornostjo.

Razumevanje tega dejstva je ključno za pravilno dojemanje mnogih situacij v elektroniki. Niso redki primeri, ko breme krmilimo tokovno, s tem da ga priklopimo na *napetostni* vir preko zadosti velikega upora. Dobro znan in tipičen primer je tokovno krmiljenje LED ali Zener diod, kot prikazuje leva stran slike 5.3.

Slika 5.3. Tokovno krmiljenje LED diode z napetostnim virom (levo) in ekvivalentni model dogajanja (desno).

Diode v *prevodni* smeri krmilimo tokovno, sicer (največkrat) pregorijo. Najpreprostejši način za doseganje njihovega tokovnega krmiljenja je povečanje notranje upornosti napetostnega vira z uporom (R_1 na sliki). S slike ni razvidno, kolikšna je ustrezna vrednost tega upora, ker lahko pogoj ($r_\mathrm{d} \ll R_1$) preverimo šele, ko vemo kako definirati upornost diode r_d. Le–ta se določi z Ebers–Mollovo enačbo kot odvod diodne napetosti po diodnem toku v izbrani delovni točki. V to se sedaj ne poglabljamo.

5.3 Tokovno krmiljenje bremena z Nortonovim virom

Sedaj se posvetimo desnemu vezju na sliki 5.1. Tokrat bremenska upornost R_B tvori tokovni delilnik z notranjo upornostjo vira r_N, iz česar sledi naslednja enačba.

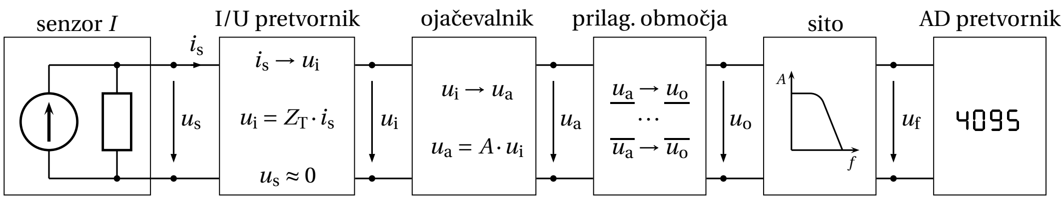
$$\boxed{i_b = \left(\frac{r_N}{R_B + r_N}\right) \cdot i_N} \tag{5.6}$$

Tudi sedaj ustrezna režima krmiljenja bremena nastopita v skrajnih razmerah. Ko je upornost R_B mnogo manjša od Nortonove upornosti r_N, lahko člen R_B v imenovalcu ulomka zanemarimo, s čimer dobimo naslednjo enačbo.

$$\boxed{(R_B \ll r_N) \qquad \Rightarrow \qquad i_b = \left(\frac{r_N}{\cancel{R_B} + r_N}\right) \cdot i_N \approx i_N} \tag{5.7}$$

Breme je tokovno krmiljeno, saj je njegov tok praktično enak Nortonovemu toku vira in neodvisen od vrednosti upora R_B. S tem je napetost na bremenu premosorazmerna bremenski upornosti (zaradi Ohmovega zakona).

Z razumevanjem pomena in lastnosti vezja na desni strani slike 5.1 nam postane jasna zahteva po čim manjši vrednosti napetosti u_s na sliki 5.4 (navezava na ELE uvodno poglavje). Napetost u_s povzroča tok preko Nortonove upornosti senzorja, zaradi česar se tok na priključnih sponkah senzorja sesede in ni več enak senzorjevemu Nortonovemu toku, kar manjša točnost meritve.



Slika 5.4. Zajem senzorja s tokovnim izhodom.

5.4 Napetostno krmiljenje bremena z Nortonovim virom

Druga skrajnost v enačbi 5.6 nastopi, ko je bremenska upornost mnogo večja od Nortonove upornosti vira, s čimer dobimo naslednjo poenostavitev.

$$(R_B \gg r_N) \qquad \Rightarrow \qquad i_b = \left(\frac{r_N}{R_B + \cancel{r_N}}\right) \cdot i_N \approx \frac{r_N \cdot i_N}{R_B} = \frac{u_T}{R_B} \tag{5.8}$$

Tok je obratnosorazmeren z bremensko upornostjo. Z Ohmovim zakonom izračunamo še napetost na bremenu, kar nam da zanimivo ugotovitev.

$$\boxed{(R_B \gg r_N) \qquad \Rightarrow \qquad u_B = R_B \cdot i_b \approx R_B \cdot \left(\frac{u_T}{R_B}\right) \approx u_T} \tag{5.9}$$

Napetost na bremenu ni odvisna od bremenske upornosti, zato je breme napetostno krmiljeno. Konstanta $u_T (= r_N \cdot i_N)$ je odvisna samo od parametrov vira.

5.5 Maksimalna moč bremena ⊕

Oglejmo si še tabelo 5.3, ki ilustrira dogajanje ob priklopu bremenskega upora na vir s primerljivo notranjo upornostjo. Vidimo, da sta v tem primeru tako tok kot napetost močno odvisna od bremenske upornosti, zato ne moremo govoriti niti o izrazito napetostnem niti o izrazito tokovnem krmiljenju.

Tabela 5.3. Vpliv bremena primerljive upornosti z notranjo upornostjo vira.

R_B [kΩ]	u_b [V]	i_b [mA]	R_B/r_T	sesedanje u_b [%]	sesedanje i_b [%]	moč [mW]
0,1	0,91	9,09	0,1	91	9	8
0,5	3,33	6,67	0,5	67	33	22
1	5,00	5,00	1	50	50	25
2	6,67	3,33	2	33	67	22
10	9,09	0,91	10	9	91	8

Kljub temu je režim delovanja, kjer je bremenski upor čim bolj enak notranji upornosti bremena, v elektroniki nadvse koristen, saj imamo v takem primeru dober prenos moči od vira na breme. To ilustrira zadnji stolpec tabel od 5.1 do 5.3, ki prikazuje moč, ki se troši na bremenu. Bolj kot se upor R_B ujema z notranjo upornostjo vira, večja je moč.

Situacije, kjer je to pomembno, srečujemo v vseh panogah elektrotehnike. Iz vsakdanje prakse vemo, da je pri akustičnih ojačevalnikih podana optimalna impedanca zvočnikov (tipično 4 Ω, 6 Ω ali 8 Ω), ki zagotavlja maksimalen prenos moči od ojačevalnika do njiju. V tem primeru ni pomembno, da sta zvočnika krmiljena napetostno ali tokovno, ampak da nam čim učinkovitejše treseta pohištvo in trebušno prepono.

5.6 Povzetek

Uvod

- Pri napetostnem krmiljenju je bremenska napetost le malo (v idealu nič) odvisna od bremenskega toka in s tem od bremenske upornosti.
- Pri tokovnem krmiljenju je bremenski tok le malo (v idealu nič) odvisen od bremenske napetosti in s tem od bremenske upornosti.

Sekcija 5.1

- Bremenska upornost tvori z notranjo upornostjo Theveninovega vira napetostni delilnik.
- Ko je bremenska upornost bistveno večja od notranje upornosti Theveninovega vira, je breme napetostno krmiljeno, na njem pa je Theveninova napetost vira.

Sekcija 5.2

- Ko je bremenska upornost bistveno manjša od notranje upornosti Theveninovega vira, je breme tokovno krmiljeno s tokom, ki je enak Theveninovi napetosti vira, deljeni z notranjo upornostjo vira.
- Pogosto breme krmilimo tokovno tako, da z dodatnim uporom povečamo notranjo upornost napetostnega vira.

Sekcija 5.3

- Bremenska upornost tvori z notranjo upornostjo Nortonovega vira tokovni delilnik.
- Ko je bremenska upornost bistveno manjša od notranje upornosti Nortonovega vira, je breme tokovno krmiljeno s tokom, ki je enak Nortonovemu toku vira.

Sekcija 5.4 ⊕

- Ko je bremenska upornost bistveno večja od notranje upornosti Nortonovega vira, je breme napetostno krmiljeno, na njem pa je napetost, ki je enaka produktu Nortonovega toka in notranje upornosti vira.

Sekcija 5.5 ⊕

- Ko je bremenska upornost primerljiva z notranjo upornostjo vira, nimamo niti napetostnega niti tokovnega krmiljenja, ampak maksimalen prenos moči od vira na breme.

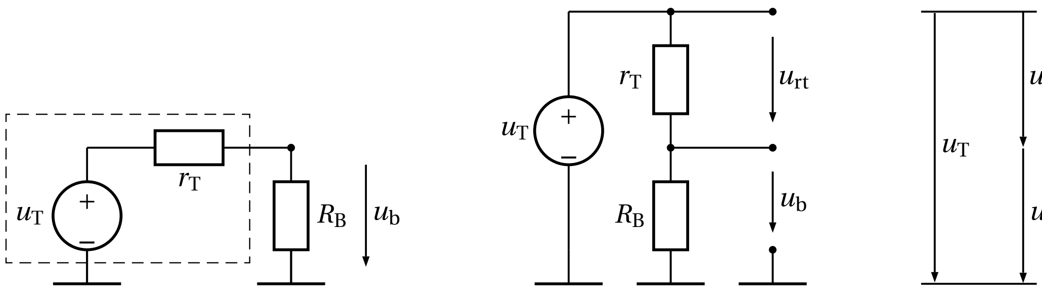
6 Intuitivno o krmiljenju bremen

Na tem mestu ne podajamo novih vsebin, ampak ugotovitve VIS poglavja 5 ilustriramo na intuitivnejši način.

Predhodno smo spoznali pogoje, pod katerimi breme čuti napetostno ali tokovno krmiljenje. Razlaga je temeljila na matematičnih izpeljavah in zanemarjanju členov v enačbah. Sedaj se dokopljimo do istih ugotovitev na intuitivnejši način.

6.1 Napetostno krmiljenje s Theveninovim virom

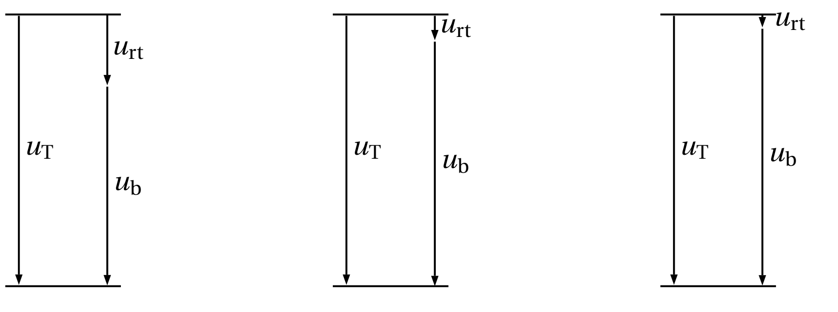
Slika 6.1 prikazuje priklop bremena na Theveninov vir. Levo vezje je narisano kot v prejšnjem poglavju, medtem ko vezje v sredini slike poudarja napetostni delilnik med bremensko upornostjo in notranjo upornostjo vira. Razvidno je, da sta obe vezji popolnoma enaki. Desna stran slike poudarja, da se napetost u_T porazdeli med padca napetosti na upornostih r_T in R_B. Vsota obeh padcev napetosti je *vedno enaka* Theveninovi napetosti vira u_T.



Slika 6.1. Porazdelitev Theveninove napetosti med breme in notranjo upornost.

Prikazane razmere na desni strani slike veljajo, ko je upornost bremena R_B enaka notranji upornosti vira r_T, saj sta oba padca napetosti enako velika. Posledično je na bremenu polovica napetosti u_T, breme pa ne čuti niti napetostnega niti tokovnega krmiljenja (tabela 5.3 na strani 40).

Sedaj vrednost bremenske upornosti povečajmo na trojno vrednost notranje upornosti ($R_\mathrm{B} = 3 \cdot r_\mathrm{T}$). Ker preko obeh upornosti teče isti tok, je napetost na upornosti R_B trikrat večja od napetosti na upornosti r_T. Vsota obeh napetosti je še vedno enaka Theveninovi napetosti vira u_T, zato se napetost na r_T zmanjša, da se napetost na R_B lahko poveča. To sledi iz manjšega toka zaradi večje skupne upornosti. Razmere prikazuje leva stran slike 6.2.



Slika 6.2. Porazdelitev napetosti med breme in notranjo upornost (2).

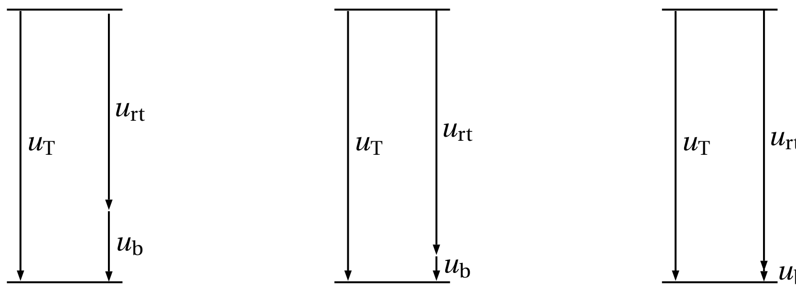
Nadaljujmo z večanjem bremenske upornosti. Sredina slike 6.2 prikazuje stanje ($R_B = 9 \cdot r_T$), kjer je napetost u_b devetkrat večja od napetosti u_{rt}. Vsota obeh napetosti je zopet enaka u_T, zato se napetost u_{rt} ponovno zmanjša, da se napetost u_b lahko poveča. Na desni strani slike 6.2 je prikazano stanje pri ($R_B = 19 \cdot r_T$), zaradi česar je napetost u_b devetnajstkrat večja od napetosti u_{rt}.

Trend dogajanja pri večanju upornosti R_B je sedaj očiten. Večja kot je upornost R_B v primerjavi z upornostjo r_T, večji delež napetosti u_T je na bremenu, medtem ko je na notranji upornosti čedalje bolj zanemarljiv padec napetosti. Pri ($R_B = 99 \cdot r_T$), je na bremenu 99 % napetosti u_T, pri ($R_B = 999 \cdot r_T$), pa je na bremenu 99,9 % napetosti u_T. Skrajni primer nastopi pri odprtih sponkah, ki so ekvivalentne ($R_B \to \infty$), kjer je na bremenu celotna napetost u_T, medtem ko na notranji upornosti ni nobenega padca napetosti.

Ugotovitve so skladne z enačbo 5.2 (stran 36) ter stolpcema štiri in pet v tabeli 5.1. Ko je upornost R_B izrazito večja od upornosti r_T, je upornost R_B izrazito napetostno krmiljena, saj spreminjanje vrednosti R_B zelo malo vpliva na bremensko napetost, ki ostaja skoraj enaka napetosti u_T neglede na dejansko vrednost R_B.

6.2 Tokovno krmiljenje s Theveninovim virom

Vrnimo se v izhodiščno stanje na sliki 6.1, nato pa večajmo notranjo upornost vira r_T. Ko velja $r_T = 3 \cdot R_B$, je napetost u_{rt} trikrat večja od bremenske napetosti, kar prikazuje leva stran slike 6.3. Nadaljnje večanje upornosti r_T na vrednost ($9 \cdot R_B$) pripelje do stanja na sredini slike 6.3, povečanje upornosti r_T na ($19 \cdot R_B$) pa povzroči stanje na desni strani iste slike.



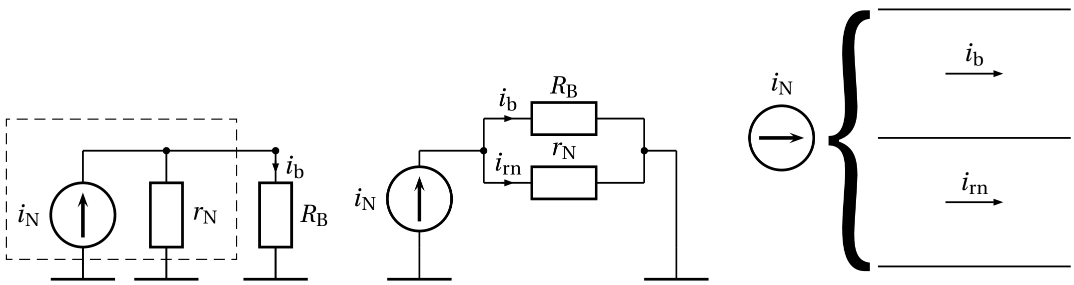
Slika 6.3. Porazdelitev napetosti med breme in notranjo upornost (3).

Dogajanje je popolna simetrično predhodnemu opisu. Upornost, ki je mnogo večja od preostale upornosti, prevzame nase večino napetosti u_T. Skrajni primer nastopi, ko Theveninov vir vežemo v kratek stik ($R_B = 0$), ali ko upornost r_T večamo proti neskončnosti. V tem primeru je celotna napetost u_T vsiljena notranji upornosti r_T.

Ko je skoraj celotna napetost u_T vsiljena upornosti r_T, je s tem določen njen tok, ki znaša $u_\mathrm{rt}/r_\mathrm{T} \approx u_\mathrm{T}/r_\mathrm{T}$. Isti tok teče tudi preko bremena R_B, ki skoraj ne vpliva na vrednost toka, katero določata samo parametra Theveninovega vira. Breme je torej tokovno krmiljeno, saj spreminjanje bremenske upornosti skoraj ne vpliva na napetost $u_\mathrm{rt} \approx u_\mathrm{T}$, zaradi česar tok ostaja približno enak $u_\mathrm{T}/r_\mathrm{T}$ neglede na vrednost bremenske upornosti. Ta ugotovitev vodi v enačbo 5.5 (stran 37) in vrednosti stolpcev štiri in šest tabele 5.2.

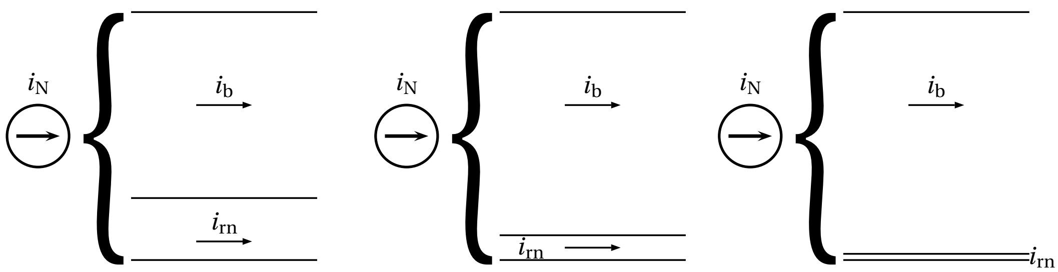
6.3 Tokovno krmiljenje z Nortonovim virom

Leva stran slike 6.4 prikazuje priklop bremena na Nortonov vir. Sredina slike podaja isto vezje, le da poudari obstoj tokovnega delilnika med bremensko upornostjo R_B in notranjo upornostjo vira r_N. Nortonov tok i_N se deli na tokova i_b in i_rn, pri čemer je vsota tokov i_b in i_rn enaka Nortonovemu toku i_N. Desna stran slike 6.4 ilustrira dogajanje z analogijo vodnih cevi. Ožja cev za vodo predstavlja večjo upornost za pretakanje vode. Privzemimo, da dvakrat ožja cev predstavlja dvakrat večjo upornost. Slika prikazuje stanje, kjer sta upornosti R_B in r_N enaki, zato se Nortonov tok enakomerno porazdeli med tokova i_b in i_rn.



Slika 6.4. Porazdelitev Nortonovega toka med breme in notranjo upornost.

Sedaj zmanjšajmo bremensko upornost na tretjino notranje upornosti ($R_\mathrm{B} = r_\mathrm{N}/3$), s čimer postane tok i_b trikrat večji od toka i_rn. Opisano stanje ponazarja leva stran slike 6.5. Ker je vsota obeh tokov enaka i_N, se tok i_rn zmanjša, da se tok i_b lahko poveča. Nadaljnje manjšanje bremenske upornosti na devetino notranje upornosti ($R_\mathrm{B} = r_\mathrm{N}/9$) prikazuje sredina slike 6.5, medtem kot stanje na desni strani slike prikazuje razmere pri ($R_\mathrm{B} = r_\mathrm{N}/19$).



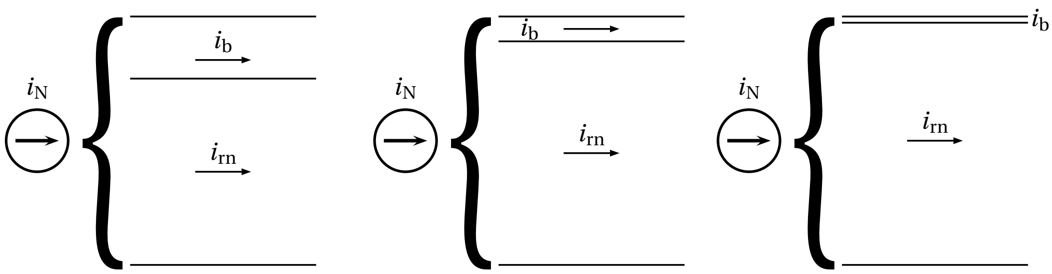
Slika 6.5. Porazdelitev Nortonovega toka med breme in notranjo upornost (2).

Čedalje manjša upornost R_B v primerjavi z upornostjo r_N povzroči, da čedalje večji delež toka i_N teče preko bremena, medtem ko je tok preko notranje upornosti čedalje manjši. Približek vezave vira v kratek stik dobimo, če si majhno bremensko upornost predstavljamo kot široko kanalizacijsko cev, veliko notranjo upornost pa kot tenko slamico, ki je s kanalizacijsko cevjo vezana vzporedno. V takih razmerah večina razpoložljivega vodnega toka teče preko kanalizacijske cevi, preko slamice pa teče zgolj zanemarljiv delež.

Pri bremenski upornosti, ki je mnogo manjša od notranje upornosti vira, je breme tokovno krmiljeno, saj preko njega teče skoraj celotni tok i_N, neodvisno od dejanske vrednosti upornosti. Tudi če kanalizacijsko cev nekoliko razširimo ali nekoliko zožimo, preko nje še vedno teče skoraj ves razpoložljiv vodni tok, preko slamice pa zgolj zanemarljiv delež. To ugotovitev podajajo tudi enačba 5.7 (stran 39) ter četrti in šesti stolpec tabele 5.2.

6.4 Napetostno krmiljenje z Nortonovim virom ⊕

Vrnimo se k sliki 6.4, kjer je bremenska upornost enaka notranji upornosti vira. Sedaj bremensko upornost povečajmo na trikratno vrednost notranje upornosti, s čimer postane tok preko notranje upornosti trikrat večji od bremenskega toka. Dogajanje prikazuje leva stran slike 6.6. Nadaljnje večanje bremenske upornosti na devetkratno in devetnajstkratno vrednost notranje upornosti prikazujeta sredina in desna stran slike 6.6.



Slika 6.6. Porazdelitev Nortonovega toka med breme in notranjo upornost (3).

Z večanjem bremenske upornosti teče čedalje večji delež Nortonovega toka preko notranje upornosti vira (kanalizacijska cev), medtem ko je na bremenu (tenka slamica) čedalje manjši tok. Ko teče praktično ves tok preko notranje upornosti, se na njej ustvari padec napetosti $i_N \cdot r_N$. Ker je breme vezano vzporedno z notranjo upornostjo, je ista napetost vsiljena tudi njemu, zato je breme napetostno krmiljeno, saj bremenska upornost ne vpliva na vrednost bremenske napetosti, ki je določena zgolj s parametroma vira. To je ozadje enačbe 5.9 (stran 39) ter četrtega in petega stolpca tabele 5.1.

7 Ekvivalentnost realnih virov

Vsebina neposredno nadaljuje VIS poglavji 5 in 6, zato zahteva njuno dobro poznavanje.

Dosedanje izvajanje nas je pripeljalo do zanimivih ugotovitev. Breme lahko krmilimo *napetostno* tako s Theveninovim kot z Nortonovim virom. Ravno tako lahko breme krmilimo *tokovno* z obema tipoma virov. Pri obeh virih režim krmiljenja določa samo *razmerje* bremenske upornosti in notranje upornosti vira, poleg tega je pogoj za napetostno oziroma tokovno krmiljenje pri obeh tipih virov *popolnoma enak*. Iz teh ugotovitev razberemo, da sta Theveninov in Nortonov vir dva različna modela vezja s *popolnoma istimi* lastnostmi.

Tokovno-napetostne karakteristike linearnih vezij so premice (primere prikazujeta desni strani slik 4.2 in 4.5 na straneh 29 in 32). Vsaka premica v 2D tokovno-napetostni ravnini je popolnoma določena z dvema točkama, skozi kateri poteka. Ravno tako enačbo premice določata dva parametra, kot sta k in n v enačbi $y = k \cdot x + n$. Pri tem k določa naklon (strmino) premice, medtem ko n določa njeno presečišče z y osjo.

Zgradbi Theveninovega in Nortonovega vira sta tesno povezani s podanimi ugotovitvami. Parametra u_T in r_T oziroma i_N in r_N teh vezij direktno določata parametra n in k premice, ki ponazarja pripadajočo tokovno-napetostno karakteristiko. S slik 4.2 in 4.5 je razvidno, da notranja upornost vira določa naklon premice, medtem ko parameter idealnega vira, ki skupaj z upornostjo sestavlja Theveninov ali Nortonov vir, določa odmik premice iz koordinatnega izhodišča. Če je napetost napetostnega vira nič, se Theveninov vir zreducira na navaden upor, katerega tokovno-napetostna karakteristika poteka skozi koordinatno izhodišče. Ista ugotovitev velja za tok Nortonovega vira.

Sedaj globlje razumemo merjenje parametrov virov, kot je opisano v sekcijah 4.1 in 4.2 (strani 29 in 31). Preko razmerja $\triangle u_\mathrm{b} / \triangle i_\mathrm{b}$ v enačbi 4.1 določimo strmino karakteristike vira, kar je ekvivalentno njegovi notranji upornosti. Presečišče s koordinatno osjo pri Theveninovem viru izmerimo pri odprtih sponkah, saj je v tem režimu tok enak nič, zato se karakteristika vira nahaja ravno v točki sekanja koordinatne osi y. Podobno je pri Nortonovem viru v kratkem stiku (sliki 4.2 in 4.5 imata zamenjan pomen koordinatnih osi).

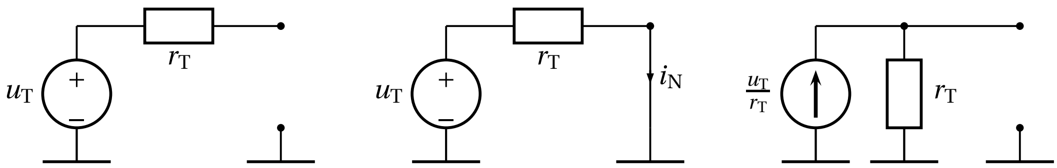
Theveninov in Nortonov vir sta optimalni strukturi za opis tokovno–napetostne karakteristike poljubnega *linearnega* vezja v smislu, da oba vsebujeta natančno dva parametra, kar je dovolj za določitev poljubne premice. En sam parameter nam tega ne omogoča, medtem ko je pri naboru treh parametrov en izmed njih redundanten. Parametra Theveninovega in Nortonovega vira sta optimalna tudi v smislu, da *neodvisno* eden od drugega določata strmino in presečišče karakteristike linearnega vezja.

Katerikoli priključni sponki *kateregakoli* linearnega vezja lahko modeliramo z ustreznim Theveninovim ali Nortonovim virom, pri čemer dobimo popolnoma enako tokovno–napetostno karakteristiko teh sponk, kot jih izkazuje originalno vezje.

Predhodna ugotovitev je nujna za poglobljeno razumevanje elektronike. Na njeni osnovi v poglavju 12 priredimo Theveninov vir *vsakemu* vozlišču vezja, v poglavju 13 pa priredimo Nortonov vir *vsaki veji* vezja. Tak pogled nam omogoča konceptualno pravilno dojemanje mnogih realnih situacij (na primer obravnavo vpliva vhodnih tokov realnega operacijskega ojačevalnika).

7.1 Pretvorba Thevenin–Norton

Ugotovili smo, da je možno vsako linearno vezje pretvoriti v Theveninov ali Nortonov vir. Sedaj izvedimo skrajni korak te možnosti. Ker je tudi Theveninov vir na levi strani slike 7.1 linearno vezje, ga pretvorimo v Nortonov vir.



Slika 7.1. Pretvorba Theveninovega vira v Nortonov vir: izhodišče (levo), vezava Theveninovega vira v kratek stik (sredina) in rezultirajoč Nortonov vir (desno).

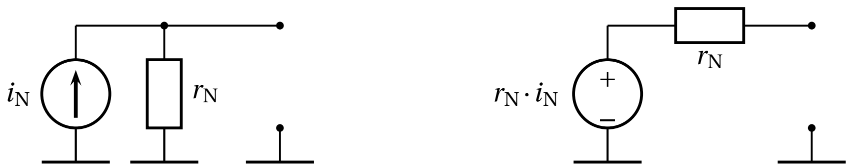
Pri tem je dovolj, da zagotovimo ujemanje karakteristike obeh virov v dveh različnih točkah, ker s tem popolnoma določimo premico njune napetostno–tokovne karakteristike. Druga možnost je ujemanje strmine obeh premic in ene točke skozi katero potekata. (Premici z enakim naklonom sta vzporedni, s čimer se ne sekata v nobeni točki, ali pa popolnoma enaki, s čimer imata vse točke skupne. Slednje stanje je ravno ravno to, kar želimo doseči.)

Iz zahteve po ujemanju strmine karakteristik sledi, da je Nortonova upornost enaka Theveninovi upornosti. Zagotoviti moramo še, da obe karakteristiki potekata skozi katerokoli izbrano točko, pri čemer nam pomaga vezava Theveninovega vira v kratek stik, kot kaže sredina slike 7.1. V kratkem stiku teče preko Theveninovih priključnih sponk tok u_T/r_T, medtem ko je pri Nortonovem viru kratkostični tok enak Nortonovemu toku i_N. Iz zahtevanega ujemanja karakteristik sledi $i_N = u_T/r_T$ (desna stran slike 7.1).

Ugotovitev je skladna z enačbo 5.5 (stran 37), kjer preko bremena teče tok u_T/r_T, kadar je upornost R_B mnogo manjša od upornosti r_T. Preko bremena v tem režimu delovanja torej teče Nortonov tok ustreznega ekvivalentnega Nortonovega vira, ki modelira izhodiščni Theveninov vir. S pretvorbo Thevenin–Norton tudi utemeljimo vezje na desni strani slike 5.3 (stran 38), ki modelira dogajanja na njeni levi strani.

7.2 Pretvorba Norton–Thevenin

Tudi Nortonov vir je linearno vezje, zato ga lahko pretvorimo v Theveninov vir. Izhajajmo iz leve strani slike 7.2. Zaradi ujemanja strmine karakteristik je Theveninova upornost enaka Nortonovi upornosti. Theveninovo napetost določimo iz izhodne napetosti Nortonovega vira pri odprtih sponkah. V tem primeru celoten tok i_N teče preko notranje upornosti r_N in na njej povzroča padec napetosti $r_N \cdot i_N$. Ker se mora Theveninova karakteristika pod temi pogoji ujemati z Nortonovo karakteristiko, sledi $u_T = r_N \cdot i_N$. Rezultat pretvorbe prikazuje desna stran slike 7.2.



Slika 7.2. Pretvorba Nortonovega vira v Theveninov vir: izhodišče (levo) in rezultirajoč Theveninov vir (desno).

Vrednost dobljene Theveninove napetosti se sklada s predhodnima enačbama 5.8 in 5.9 (stran 39). Na bremenu, katerega upornost je mnogo večja od notranje upornosti Nortonovega vira, je napetost $r_N \cdot i_N$. V tem režimu delovanja je torej na bremenu Theveninova napetost ustreznega ekvivalentnega Theveninovega vira, ki modelira (nadomesti) uporabljeni Nortonov vir.

✎ Ali je breme krmiljeno napetostno ali tokovno *ne določa* tip vira. *Vseeno je*, ali breme vzbujamo s Theveninovim ali Nortonovim virom. Režim krmiljenja je določen *izključno* z razmerjem med upornostjo bremena in notranjo upornostjo vira.

Primer 1. Avtomobilski akumulator je tipični napetostni vir. Z voltmetrom ugotovimo, da je pri napolnjenem akumulatorju napetost odprtih sponk enaka 12,6 V, medtem ko meritev naklona karakteristike določenega konkretnega modela razkrije notranjo upornost 0,05 Ω. Sledi, da tak akumulator lahko modeliramo s Theveninovim virom $u_T = 12{,}6$ V in $r_T = 0{,}05\ \Omega$, kot prikazuje leva stran slike 7.3.

S stališča priključnih sponk pa se tako vezje obnaša popolnoma enako Nortonovemu viru z isto notranjo upornostjo in Nortonovim tokom $i_N = 12{,}6\ \text{V}/0{,}05\ \Omega = 252$ A, ki ga prikazuje desna stran slike 7.3. Izračun dogajanja ob priklopu kakršnegakoli bremena nam da isti rezultat (tok in napetost bremena) neglede na to, ali za modeliranje akumulatorja uporabimo Theveninov ali Nortonov vir. □

Slika 7.3. Theveninov (levo) in Nortonov (desno) model avtomobilskega akumulatorja.

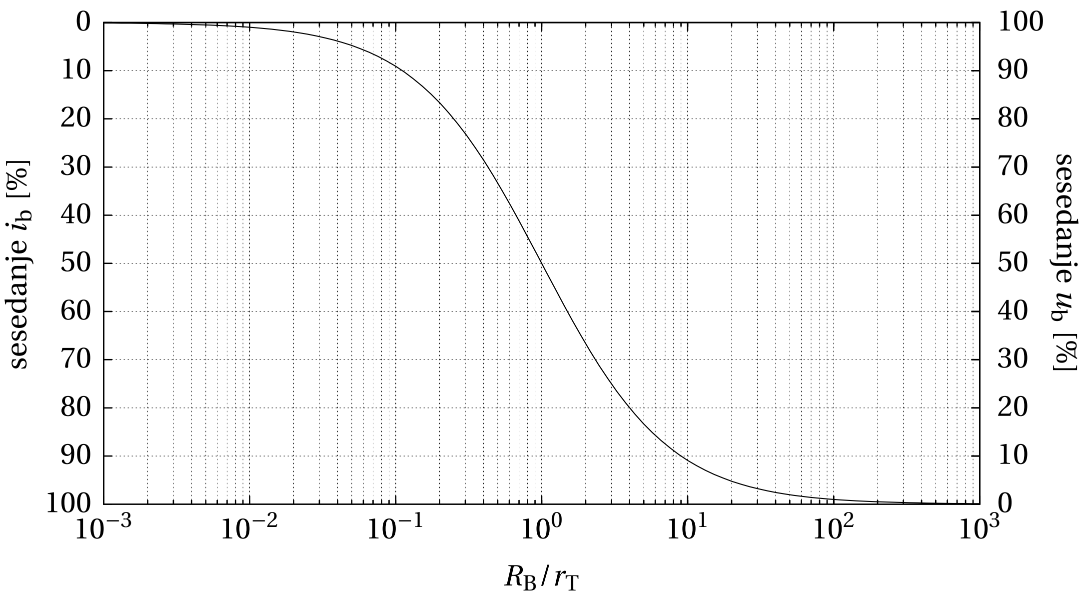
Dobljeni Nortonov tok 252 A nikakor ne pomeni, da lahko akumulator vežemo v kratek stik, kar naj nam bi dalo tok 252 A preko njegovih sponk. Pri takem početju akumulator raznese. Pri drugih napetostnih virih, ki jih kratek stik ne poškoduje, lahko računamo na omejitve, ki jih nakazuje slika 4.4 na strani 31. Tako Theveninov kot Nortonov vir sta zgolj *modela* realne naprave in nam dajeta realistično sliko dogajanja *samo* pod smiselnimi pogoji delovanja.

Navadno *se odločimo*, da realni vir modeliramo z Nortonovim virom, kadar želimo breme krmiliti tokovno. V tem primeru nas zanima, koliko bremenski tok i_b odstopa od Nortonovega toka i_N. Pregled tretjega stolpca tabele 5.2 (stran 38) razkrije, da je odstopanje minimalno, ko je upornost bremena bistveno manjša od notranje upornosti vira. Nasprotno se s tretjim stolpcem tabele 5.1 (stran 36) prepričamo, da tok i_b močno odstopa od toka i_N, ko je bremenska upornost mnogo večja od notranje upornosti vira.

Ugotovitvi poudarja šesti stolpec obeh tabel, kjer so prikazana procentualna odstopanja toka i_b od toka i_N, podobno kot so v petem stolpcu podana odstopanja napetosti u_b od napetosti u_T. Ko je breme napetostno krmiljeno, sta vrednosti u_b in u_T praktično enaki, sicer močno odstopata. Pri tokovnem krmiljenju sta tokova i_b in i_N praktično enaka, sicer močno odstopata. To velja ne glede na tip vira, ki ga *mi* izberemo za modeliranje fizičnega vira.

7.3 Združitev znanj o krmiljenju v zaokroženo celoto

Slika 7.4 podaja potek sesedanja bremenske napetosti in toka v odvisnosti od razmerja med bremensko upornostjo in notranjo upornostjo vira. Pri tem sesedanje toka nanašamo na os od zgoraj navzdol, sesedanje napetosti pa od spodaj navzgor. V grafu so zajete vse ugotovitve tega in predhodnih dveh poglavij.



Slika 7.4. Sesedanje bremenske napetosti in toka glede na razmerje $(R_\mathrm{B}/r_\mathrm{T})$.

Na desni strani grafa je sesedanje bremenske napetosti glede na Theveninovo napetost vira majhno, zato je v tem področju breme napetostno krmiljeno. Obratno dogajanje imamo na levi strani grafa, kjer je sesedanje bremenskega toka majhno v primerjavi z Nortonovim tokom vira, kar je karakteristika tokovnega krmiljenja. Tabela 5.1 (stran 36) podaja točke s skrajne desne strani grafa, medtem ko se točke v tabeli 5.2 (stran 38) nahajajo na skrajni levi strani grafa. Ob podani izbiri vertikalnih skal je odvisnost obeh sesedanj prikazana s skupno krivuljo. Sesedanji sta namreč tesno povezani med seboj, zato sprememba vezja, ki spremeni eno sesedanje, nujno vpliva tudi drugo sesedanje.

Tabela 5.3 (stran 40) podaja točke v bližini sredine grafa, kjer se seseda tako bremenska napetost kot bremenski tok, kar omogoča večjo moč na bremenu. Bremenska moč je enaka produktu med bremensko napetostjo in bremenskim tokom $p = u_\mathrm{b} \cdot i_\mathrm{b}$, zato dober prenos moči na breme zahteva uravnoteženost obeh količin. Na skrajni desni strani grafa je na bremenu velika napetost, vendar breme nima praktično nobenega toka, zato je tudi moč majhna. Na skrajni levi strani grafa teče preko bremena velik tok, vendar na bremenu ni skoraj nobene napetosti, kar zopet povzroči majhno bremensko moč. Ko potrebujemo velik prenos moči z vira na breme, se moramo nujno odpovedati tako napetostnemu kot tokovnemu krmiljenju. Maksimalen prenos moči na breme zahteva izpolnitev pogoja $R_\mathrm{B} = r_\mathrm{T}$ oziroma ekvivalentno $R_\mathrm{B} = r_\mathrm{N}$, s čimer smo oddaljeni tako od režima $R_\mathrm{B} \gg r_\mathrm{T}$, kot tudi od pogoja $R_\mathrm{B} \ll r_\mathrm{T}$.

Napetostno in tokovno krmiljenje ter režim velike moči na bremenu niso tri strogo ločena območja delovanja vezij, saj je prehod med njimi popolnoma zvezen. Virom, ki imajo majhne notranje upornosti, se napetost na sponkah kljub velikim spremembam toka le malo spremeni. Obratno se virom, ki imajo relativno velike notranje upornosti, tok preko sponk kljub velikim spremembam napetosti le malo spremeni. Ko je na levi skali slike 7.4 sesedanje Nortonovega toka majhno zaradi relativno velike notranje upornosti vira, je neizbežno veliko sesedanje pripadajoče Theveninove napetosti na desni skali. Obratno velja, da majhna relativna notranja upornost vira povzroči majhno sesedanje Theveninove napetosti na desni skali, kar neizbežno povzroči veliko sesedanje pripadajočega Nortonovega toka na levi skali.

Viri z manjšo notranjo upornostjo v primerjavi z bremenom imajo večjo sposobnost napetostnega krmiljenja, hkrati pa *nujno* izgubljajo sposobnost tokovnega krmiljenja. Viri z večjo notranjo upornostjo v primerjavi z bremenom imajo večjo sposobnost tokovnega krmiljenja, kar *nujno* povzroča izgubljanje zmožnosti napetostnega krmiljenja. Pri tem ni pomembno, ali gre za Theveninov ali Nortonov vir.

Ponovno si oglejmo vezji na sliki 5.1 (stran 35). Kakršnokoli je breme R_B in kakršnakoli sta parametra Theveninovega ali Nortonovega vira, vedno velja, da sta tok in napetost bremena povezana z Ohmovim zakonom $u_\mathrm{b} = R_\mathrm{B} \cdot i_\mathrm{b}$.

Vir, ki diktira napetost u_b, se mora s tokom i_b prilagoditi karakteristiki bremena. Obratno se mora vir, ki diktira tok i_b, z napetostjo u_b prilagoditi bremenu. Vir ne more hkrati diktirati napetosti u_b in toka i_b, saj bi to kršilo bremensko karakteristiko. To je razlog za različno smer skale napetostnega in tokovnega sesedanja na grafu 7.4.

Pri spreminjanju upornosti R_B od vrednosti, ki so mnogo večje od notranje upornosti vira, do vrednosti, ki so mnogo manjše od nje, vir čedalje manj vpliva na napetost u_b in čedalje bolj na tok i_b. Prehod od napetostnega krmiljenja do tokovnega krmiljenja je popolnoma zvezen, kot prikazuje graf 7.4.

7.4 Opozorilo o uporabi nadomestnih vezij ☕☕

Ko določen fizični vir (akumulator, vtičnico, ...) modeliramo s Theveninovim ali Nortonovim virom, mu s tem priredimo *nadomestno vezje*, ki nam omogoča lažjo analizo določenega dogajanja. Poleg obeh opisanih virov uporabljamo v elektroniki ogromno zelo raznolikih nadomestnih vezij, s katerimi nadomeščamo diode, tranzistorje ter še mnogo ostalih elementov in sklopov z namenom poenostavitve analize in razmišljanja. Pri uporabi nadomestnih vezij se je nujno potrebno zavedati, da le-ta ne odražajo več fizikalnega principa delovanja osnovnega vezja, ampak opisujejo zgolj določeno in (pogosto) samo eno od njegovih lastnosti, ki nas v določenem kontekstu zanima.

Theveninov in Nortonov vir sta nadomestni vezji, ki opisujeta *zgolj in samo* tokovno–napetostno karakteristiko priključnih sponk vira, medtem ko se z njuno uporabo izgubijo *vse* ostale lastnosti prvotnega vezja. Posledično z njima računamo zgolj napetost in tok na *bremenu*, ne smemo pa z njima izvesti nobenega drugega izračuna dogajanja v samem *viru*.

Za ilustracijo pokažimo, da Theveninov in Nortonov vir ne modelirata Joulskih izgub vira, zaradi česar sta za njihov izračun popolnoma neuporabna. Slika 7.3 prikazuje modeliranje avtomobilskega akumulatorja z obema viroma na podlagi podatkov iz primera 1. Pri odprtih sponkah izračunamo s Theveninovim virom, da so Joulske izgube akumulatorja enake nič, saj v tem režimu delovanja preko upornosti r_T ne teče noben tok. Po drugi strani pri Nortonovem modelu akumulatorja preko notranje upornosti neprestano teče tok 252 A, kar nam da Joulske izgube $r_N \cdot i^2 = 0{,}05\ \Omega \cdot 63504\ \mathrm{A}^2 \approx 3{,}2$ kW. Popolnoma jasno je, da ta rezultat ne odraža fizikalne realnosti, saj bi tako velike izgube neprestano segrevale akumulator, ki sploh *ni obremenjen*, poleg tega bi ga v zelo kratkem času izpraznile.

V tem konkretnem primeru izračun na podlagi Theveninovega vezja *slučajno* celo odraža približek fizikalne realnosti, ni pa težko dobiti praktičnega primera, kjer tudi to ne velja. Vključen laboratorijski usmernik stalno proizvaja določeno količino Joulskih izgub, čeprav njegovo Theveninovo vezje zopet nakazuje, da pri obremenitvi z odprtimi sponkami izgub ni. Na podoben način ugotovimo, da Nortonov vir vedno pokaže odsotnost Joulskih izgub v kratkem stiku, čeprav realna naprava v ozadju neprestano proizvaja določeno količino izgub.

Theveninov in Nortonov vir uporabljamo samo za računanje toka in napetosti na bremenu, ne pa za opis dogajanja v samem viru.

7.5 Povzetek

Uvod

- Theveninov in Nortonov vir imata ob ustrezni izbiri njunih parametrov popolnoma enaki tokovno-napetostni karakteristiki.
- Notranja upornost vira ponazarja strmino tokovno-napetostne karakteristike.
- Idealni vir, ki skupaj z upornostjo sestavlja celotni vir, določa odmik karakteristike od izhodišča.
- Theveninov in Nortonov vir sta optimalni strukturi za modeliranje poljubne tokovno-napetostne karakteristike poljubnega linearnega vezja.

Sekcija 7.1

- Theveninov vir lahko pretvorimo v Nortonov vir.
- Notranja upornost dobljenega Nortonovega vira je enaka notranji upornosti Theveninovega vira, kar sledi iz enakosti naklona obeh karakteristik.
- Nortonov tok je enak Theveninovi napetosti, deljeni z notranjo upornostjo, kar zagotovi potek Nortonove karakteristike skozi isto točko, kot poteka Theveninova karakteristika v kratkem stiku.

Sekcija 7.2

- Nortonov vir lahko pretvorimo v Theveninov vir.
- Notranja upornost dobljenega Theveninovega vira je enaka notranji upornosti Nortonovega vira, kar sledi iz enakosti naklona obeh karakteristik.
- Theveninova napetost je enaka produktu Nortonovega toka in notranje upornosti, kar zagotovi potek Theveninove karakteristike skozi isto točko, kot poteka Nortonova karakteristika pri odprtih sponkah.
- Režim krmiljenja bremena ne določa tip vira ampak razmerje med bremensko upornostjo in notranjo upornostjo vira.

Sekcija 7.3

- Različni režimi krmiljenja bremena niso strogo ločeni, ampak je prehod med njimi zvezen.
- Povezanost med napetostjo in tokom bremena podaja bremenska karakteristika.
- Vir lahko bremenu vsiljuje napetost ali tok, ne pa obeh veličin hkrati, saj vir sam diktira preostalo veličino glede na lastno karakteristiko.

Sekcija 7.4 ☕☕

- Pri uporabi nadomestnih vezij se izgubijo vse karakteristike prvotnega vezja, razen tistih, za katere je nadomestno vezje narejeno, da jih opisuje.
- Na podlagi nadomestnih vezij lahko analiziramo samo delovanje tistih funkcij vezja, ki so pri uporabi nadomestnih vezij ohranjene.
- Theveninov in Nortonov vir sta namenjena samo opisu tokovno-napetostne karakteristike zunanjih sponk vira, zato sta popolnoma neuporabna za analizo kakršnegakoli dogajanja v samem viru.

8 Parazitni delilniki

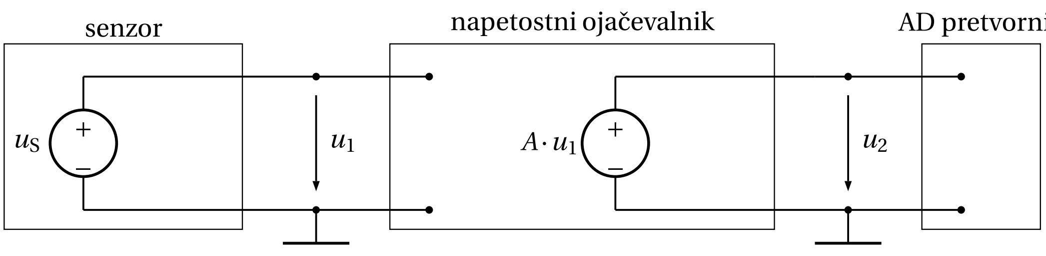
Poglavje ne vpeljuje nove snovi, ampak na praktičnih primerih pokaže uporabnost vsebin VIS poglavij od 4 do 6. Poznavanje VIS poglavja 7 je priporočeno, ni pa nujno.

Leva stran slike 5.1 (stran 35) razkriva, da imamo v elektroniki neprestano opravka z napetostnimi delilniki. Kadarkoli priklopimo kakršenkoli vir napetosti (usmernik, signalni generator, napetostna referenca, senzor, mikrofon, izhod napetostnega ojačevalnika, izhod analognega sita, ...) na breme (vhod ojačevalnika, vhod analogno-digitalnega pretvornika, vhod analognega sita, zvočnik, ...), ustvarimo napetostni delilnik, ki ga tvori Theveninova upornost vira in vhodna notranja upornost bremena.

Za dosego ustreznega režima bremenskega krmiljenja moramo te sklope pravilno načrtovati, saj napačna razmerja njihovih impedanc povzročijo izrazito drugačno dogajanje v vezju od naivno pričakovanega. Na to opozarja slika 5.2 (stran 37), kjer vsak gradnik analogne obdelave signalov povzroča sesedanje ob priklopu na predhodni člen v verigi procesiranja. Ta sesedanja so posledica obstoja parazitnih delilnikov, ki jih tvorijo notranje upornosti gradnikov z vhodnimi upornostmi naslednjih gradnikov v verigi.

Delilnik ni samo sklop za generiranje manjkajočih napetosti ali tokov, kot namiguje poglavje 3, ampak je tudi izredno pomemben parazitni sklop, ki opisuje dogajanje pri medsebojnem povezovanju gradnikov vezja.

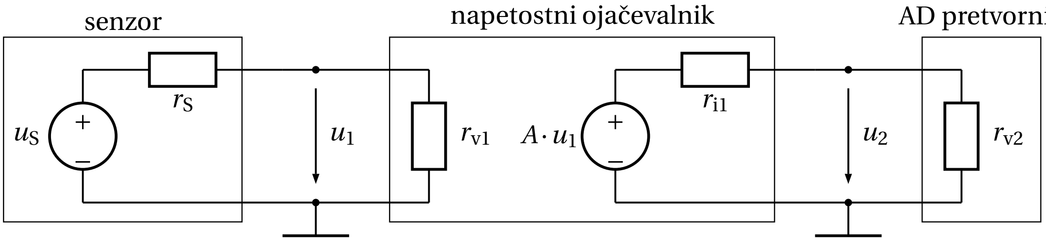
Slika 8.1 prikazuje zajem napetostnega senzorjevega signala u_s. Senzorji navadno generirajo izhodne napetosti majhnih vrednosti, ki jih je težko neposredno uporabiti. Posledično signal u_s ojačimo z napetostnim ojačevalnikom, ki svojo vhodno napetost u_1 pomnoži z ojačenjem A in zmnožek $A \cdot u_1$ generira na svojem izhodu kot napetost u_2. Dobljeno napetost priklopimo na vhod AD pretvornika, ki nam izda rezultat meritve v digitalni obliki.



Slika 8.1. Idealiziran zajem senzorjevega signala.

Primer 1. Napetost u_s se nahaja med 0 mV in 5 mV. AD pretvornik sprejema napetost v območju med 0 V in 5 V, zato uporabimo ojačevalnik z ojačenjem $A = 1000$. Če je napetost u_s v nekem trenutku enaka 3,2 mV, je napetost u_2 v idealu 3,2 V. □

Sistem na sliki 8.1 je močno idealiziran in nevarno je, če si inženir domišlja, da so stvari v resnici take. Slika 8.2 prikazuje realnejše razmere, kjer upoštevamo nekatera odstopanja od namišljenih idealnih razmer.



Slika 8.2. Realnejši zajem senzorjevega signala.

Senzor izkazuje določeno Theveninovo upornost r_S. Vhodni sponki napetostnega ojačevalnika se nikoli ne obnašata kot odprti sponki, saj vsak ojačevalnik izkazuje določeno končno vhodno upornost r_{v1}. Prav tako se izhod napetostnega ojačevalnika nikoli ne obnaša kot idealni napetostni vir, ampak je to v resnici vir z določeno Theveninovo upornostjo r_{i1}. Na sliki je prikazana še vhodna upornost AD pretvornika r_{v2}, ki je ravno tako končna.

Prikazane neidealnosti vnašajo napake v analogno obdelavo signala u_s. Upornosti r_S in r_{v1} tvorita parazitni napetostni delilnik, zato napetost u_1 ni enaka napetosti u_s, ampak je pomnožena z ustreznim delilnim razmerjem. Parazitni delilnik tvorita tudi upornosti r_{i1} in r_{v2}, zato napetost u_2 ni enaka napetosti $A \cdot u_1$, ampak je pomnožena s pripadajočim delilnim razmerjem.

Primer 2. Senzor je uporovni mostič iz 120 Ω uporovnih lističev, kolikor znaša tudi upornost r_S. Vhodna in izhodna notranja upornost napetostnega ojačevalnika sta 1 kΩ in 1 Ω, medtem ko je vhodna upornost AD pretvornika 1 MΩ.

Delilno razmerje prvega napetostnega delilnika $r_{v1}/(r_S + r_{v1})$ je 0,893, čeprav bi v idealnem primeru moralo biti 1. Delilno razmerje drugega delilnika $r_{v2}/(r_{i1} + r_{v2})$ je 0,999 999, kar je skoraj enako idealni vrednosti 1, zato ta delilnik ne vnaša opazne napake.

Pri napetosti $u_s = 3{,}200$ mV je napetost u_1 enaka $3{,}200\ \text{mV} \cdot 0{,}893 = 2{,}857$ mV. To napetost ojačevalnik pomnoži s faktorjem 1000 v napetost 2,857 V. Na vhodu AD pretvornika je napetost $2{,}857\ \text{V} \cdot 0{,}999\,9999 \approx 2{,}857$ V, ki se pretvori v digitalno obliko namesto pričakovane napetosti 3,200 V. Napako meritve, ki znaša skoraj 11 %, povzroča zlasti prvi od obeh nakazanih parazitnih delilnikov.

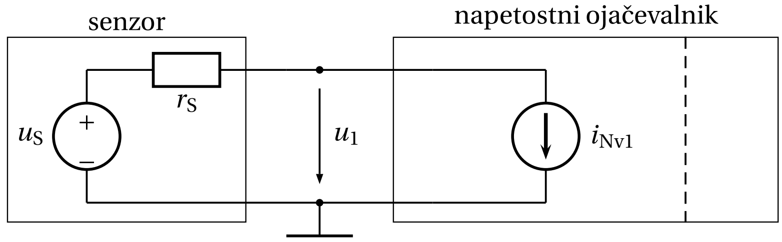
Razmere izboljšajmo z zamenjavo ojačevalnika. Nadomestni gradnik naj ima enake lastnosti kot prvotni, le da je njegova vhodna upornost dvignjena z 1 kΩ na 100 kΩ. Delilno razmerje motečega napetostnega delilnika $r_{v1}/(r_S + r_{v1})$ je tokrat 0,999, kar je bistveno bližje idealni vrednosti 1. S temi podatki izračunana napetost u_2 znaša 3,196 V, kar pomeni samo še 1,2 ‰ napake. □

Pri analogni obdelavi *nizkofrekvenčnih* napetostnih signalov težimo k čim večjim vhodnim notranjim upornostim gradnikov sistema, medtem ko morajo biti izhodne upornosti le-teh čim manjše. S tem zmanjšamo vpliv parazitnih napetostnih delilnikov, ki nastanejo ob priklopu vhodnih sponk določenega gradnika na izhodne sponke predhodnega gradnika v verigi.

Predhodno pravilo velja zgolj pri nizkofrekvenčnih signalih. Pri višjih frekvencah težimo k izenačitvi Theveninove in bremenske upornosti s karakteristično impedanco linije, ki signal prenaša. To presega okvir te knjige, zato na tem mestu samo opozarjamo, da pravila *čim manjša Theveninova upornost in čim večja bremenska upornost* ne smemo upoštevati, ko signalne frekvence niso dovolj nizke. To je razlog, da je pri večini signalnih generatorjev njihova Theveninova upornost *namerno* dimenzionirana na 50 Ω, čeprav bi proizvajalci z lahkoto dosegli bistveno manjše vrednosti.

8.1 Vhodni sponki kot tokovni ali Nortonov vir

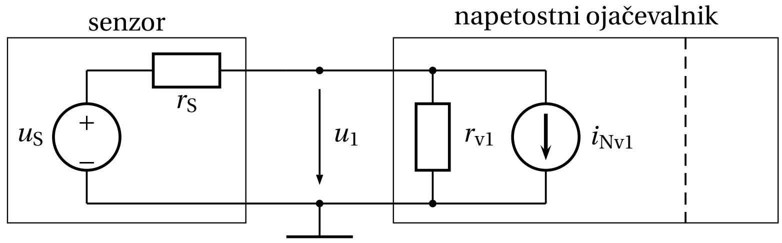
Dosedanja razprava govori izključno o obremenitvi vira z upornostjo. To je pogosto prevelika in neupravičena poenostavitev. Za mnogo vhodnih sponk elektronskih sklopov je značilno, da vanje (ali iz njih) teče tok, ki je v približku neodvisen od vhodne napetosti. V takih primerih vhodnih sponk ne modeliramo z notranjo upornostjo, ampak s tokovnim virom, kot prikazuje slika 8.3



Slika 8.3. Modeliranje vhodnih sponk ojačevalnika s tokovnim virom.

Tok i_{Nv1} ni mišljen kot napajalni vir, ampak kot model obnašanja vhodnih sponk s stališča vhodnega vira (senzorja u_s). Model nakazuje, da je vhodni tok enak i_{Nv1} neodvisno od napetosti u_1. Gonilna sila tega toka je napetost u_1 oziroma u_s.

V resnici se vhodni tok vedno vsaj nekoliko spreminja z vhodno napetostjo. To upoštevamo tako, da vhodni sponki modeliramo z Nortonovim virom, kot prikazuje slika 8.4.



Slika 8.4. Modeliranje vhodnih sponk ojačevalnika z Nortonovim virom.

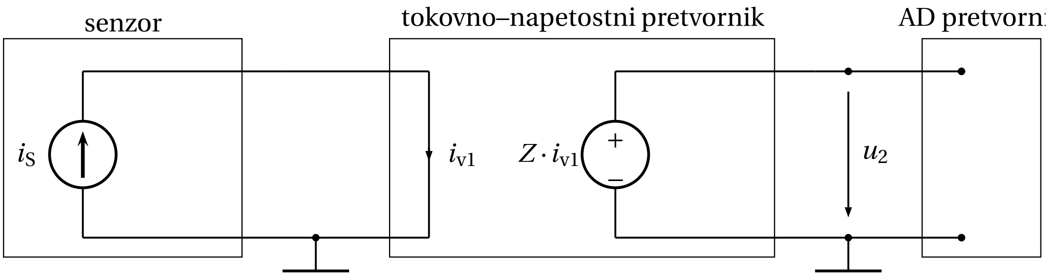
Tak model je osnova za obravnavo vhodnih sponk operacijskih ojačevalnikov, AD pretvornikov, linearnih napetostnih regulatorjev in ostalih elektronskih sklopov. Posledično Nortonov vir igra pomembno vlogo pri obravnavi vezij, tudi če govorimo o procesiranju napetostnih signalov.

Tokovni in Nortonovi viri ne modelirajo vedno elementov, ki vezje napajajo. Mnogokrat z njimi modeliramo obnašanje sponk, pri katerih je (koristni ali parazitni) tok relativno neodvisen od vsiljene napetosti. Tako modelirane sponke smatramo za *breme*, kljub temu da njihov model vsebuje vire.

Pri obravnavi neidealnosti vhodnih sponk operacijskih ojačevalnikov se pogosto poslužujemo modela na sliki 8.3, ki nam mnogokrat povsem zadostuje. Ko potrebujemo natančnejšo analizo dogajanja, uporabimo model na sliki 8.4. *Nikoli* pa vhodnih sponk operacijskega ojačevalnika ne obravnavamo z modelom na sliki 8.2, ker sama vhodna upornost ne predstavlja njihovega dominantnega parazitnega učinka.

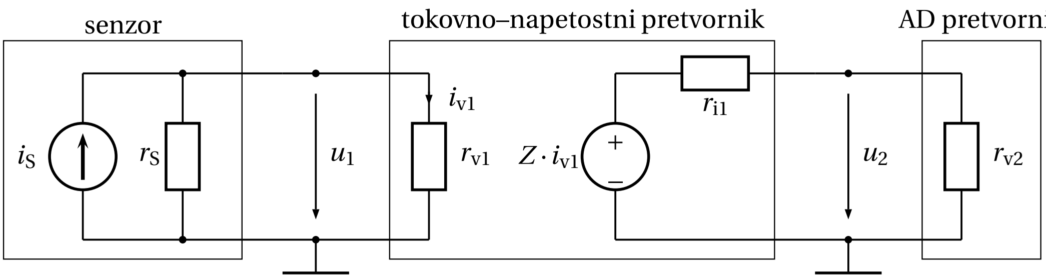
8.2 Parazitni tokovni delilniki

Slika 8.5 prikazuje zajem tokovnega senzorjevega signala i_S. S tokovi težje operiramo kot z napetostmi, zato običajno v takem primeru tok i_S najprej pretvorimo v napetost u_2. Pretvorbo izvedemo s tokovno–napetostnim pretvornikom, ki tok tudi ustrezno skalira s transimpedanco Z.



Slika 8.5. Idealiziran zajem tokovnega senzorjevega signala.

Prikazano dogajanje je idealizirano. V resnici se tej idealizaciji lahko le bolj ali manj približamo. Realnejše razmere prikazuje slika 8.6 z dodano notranjo upornostjo senzorja r_S in neničelno vhodno upornostjo tokovno–napetostnega pretvornika r_{v1}. Upornosti r_S in r_{v1} tvorita tokovni delilnik. Tok i_{v1} ni enak toku i_S, ampak je od njega manjši za faktor tokovnega delilnega razmerja $r_S/(r_S + r_{v1})$.



Slika 8.6. Realnejši zajem tokovnega senzorjevega signala.

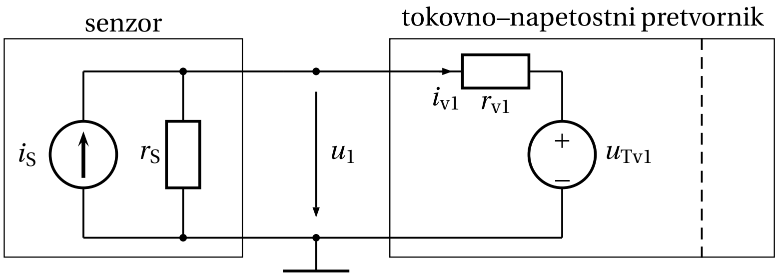
Da bi bil tok i_{v1} čim bolj enak toku i_S, stremimo k čim večji notranji upornosti senzorja r_S in čim manjši vhodni upornosti tokovno–napetostnega pretvornika r_{v1}.

Notranjih upornosti senzorjev navadno ne moremo izbirati, saj so pogojene s principom delovanja in izvedbo senzorja, zato stremimo k izvedbam tokovno–napetostnih pretvornikov s čim manjšimi vhodnimi upornostmi.

Vhodna upornost idealnega tokovno–napetostni pretvornika je nič, da je vhodni tok neskončno lahko vsiliti. Pri ničelni vhodni upornosti je vhodni tok tokovno–napetostnega pretvornika i_{v1} enak toku senzorja i_S, tudi če ima senzor relativno nizko notranjo upornost.

8.3 Vhodni sponki kot napetostni ali Theveninov vir

Model vhodnih sponk tokovno–napetostnega pretvornika na sliki 8.6 je v mnogih primerih neupravičeno poenostavljen. Zaradi neidealnosti operacijskega ojačevalnika, s katerim izvedemo tokovno–napetostni pretvornik, obstaja določena napetost u_1 med vhodnima sponkama, tudi če tok preko njiju ne teče. To upoštevamo tako, da vhod modeliramo kot idealni napetostni vir. Še boljši model dobimo, če upoštevamo tudi vedno prisotno spreminjanje napetosti u_1 v odvisnosti od toka i_{v1}. Ugotovitev vodi v modeliranje vhodnih sponk s Theveninovim virom, kot prikazuje slika 8.7.



Slika 8.7. Modeliranje vhodnih sponk tokovno–napetostnega pretvornika s Theveninovim virom.

Napetostni in Theveninovi viri ne modelirajo vedno elementov, ki vezje napajajo. Z njimi modeliramo tudi obnašanje sponk, pri katerih je (koristna ali parazitna) napetost relativno neodvisna od vsiljenega toka. Tako modelirane sponke smatramo za *breme*, kljub temu da njihov model vsebuje vire.

8.4 Povzetek

Uvod

- Kadarkoli katerikoli sklop, ki ima napetostni izhod, priklopimo na kakršnokoli naslednjo stopnjo obdelave signala, ustvarimo parazitni napetostni delilnik.
- Pri procesiranju napetostnih signalov stremimo k čim nižji Theveninovi upornosti sklopa, ki generira signal, in k čim višji vhodni upornosti sklopa, ki generirani signal zajema.

Sekcija 8.1

- Pri mnogih elektronskih sklopih je tok preko njihovih vhodnih sponk relativno neodvisen od vhodne napetosti.
- Take vhodne sponke modeliramo z idealnim tokovnim virom ali z Nortonovim virom.
- V takem primeru vir na vhodu gradnika ne modelira funkcije napajanja ampak zgolj tokovno–napetostno karakteristiko vhodnih sponk.

Sekcija 8.2

- Kadarkoli katerikoli sklop, ki ima tokovni izhod, priklopimo na kakršnokoli naslednjo stopnjo obdelave signala, ustvarimo parazitni tokovni delilnik.
- Pri procesiranju tokovnih signalov stremimo k čim višji Nortonovi upornosti sklopa, ki generira signal, in k čim nižji vhodni upornosti sklopa, ki generirani signal zajema.

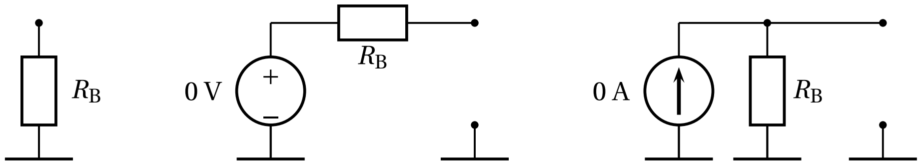
Sekcija 8.3

- Pri nekaterih elektronskih sklopih je napetost na njihovih vhodnih sponkah relativno neodvisna od vhodnega toka.
- Take vhodne sponke modeliramo z idealnim napetostnim virom ali s Theveninovim virom.
- V takem primeru vir na vhodu gradnika ne modelira funkcije napajanja ampak zgolj tokovno–napetostno karakteristiko vhodnih sponk.

9 Obravnava bremen kot virov ☾

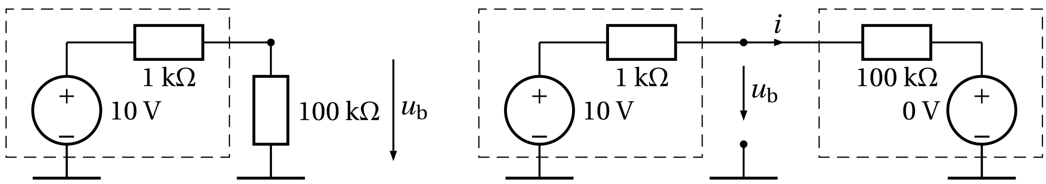
Predznanja vsebujejo poglavja od 4 do 7.

Slika 9.1 (levo) prikazuje linearno vezje, ki ga sestavlja upor R_B, vezan na maso. Ker vsakemu linearnemu vezju lahko priredimo Theveninovo in Nortonovo nadomestno vezje, lahko tako postopamo tudi v primeru osamljenega upora. Theveninova napetost upora je napetost odprtih sponk, ki je enaka 0 V, medtem ko je notranja upornost vira enaka R_B, s čimer dobimo vir na srednji sliki. Nortonov vir na desni sliki ima enako upornost kot pripadajoči Theveninov vir, Nortonov tok pa znaša 0 A, kolikor teče preko fizičnega upora, vezanega v kratek stik.



Slika 9.1. Upor (levo) s pripadajočim Theveninovim (sredina) in Nortonovim (desno) vezjem.

Slika 9.2 (levo) prikazuje obremenjen Theveninov vir. Bremenska upornost je stokrat večja od notranje upornosti vira, zato pričakujemo okvirno 1 % sesedanje napetosti u_b glede na Theveninovo napetost vira. Desna slika prikazuje isto situacijo, le da je breme prikazano kot Theveninov vir v skladu s srednjo sliko 9.1. Pri slednjem vezju nimamo vira in bremena, ampak dva vira, ki vsak zase težita k temu, da bi bila napetost u_b enaka pripadajoči Theveninovi napetosti. Če odklopimo desni vir, postane napetost u_b enaka 10 V, pri odklopu levega vira pa napetost u_b postane 0 V.



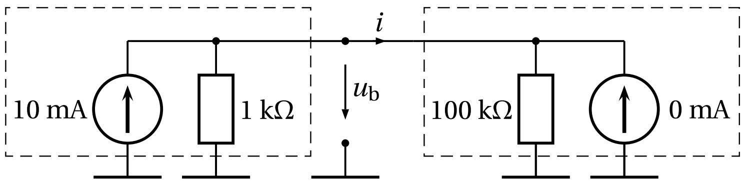
Slika 9.2. Obremenjen napetostni vir z dvema modeloma bremena.

Povezana vira se s tokom i upirata odstopanju napetosti u_b od lastnih Theveninovih napetosti. Ker teče *isti* tok i preko obeh notranjih upornosti in na njima povzroča padec napetosti, ki je premosorazmeren z vrednostjo upornosti, se vir z manjšo notranjo upornostjo manj ukloni pritisku drugega vira. V obravnavanem primeru je notranja upornost levega vira stokrat manjša od notranje upornosti desnega vira, zato levi vir izsili, da napetost u_b ostane približno 10 V, medtem ko desni vir mnogo bolj popusti. Ugotovitev potrdi naslednji izračun.

$$i = \frac{10\,\mathrm{V} - 0\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{k\Omega} + 100\,\mathrm{k\Omega}} = 0{,}099\,\mathrm{mA} \quad \Rightarrow \quad u_\mathrm{b} = 10\,\mathrm{V} - 1\,\mathrm{k\Omega} \cdot i = 9{,}9\,\mathrm{V}$$

Napetost na sponkah prvega vira se glede na njegovo Theveninovo napetost spremeni za $|10\ \mathrm{V} - 9{,}9\ \mathrm{V}| = 0{,}1\ \mathrm{V}$, medtem ko se desni vir približno stokrat bolj ukloni, saj je pri njem sprememba napetosti na sponkah glede na njegovo Theveninovo napetost ustrezno večja $|0\ \mathrm{V} - 9{,}9\ \mathrm{V}| = 9{,}9\ \mathrm{V}$, kar je skoraj stokrat več od $0{,}1\ \mathrm{V}$.

Sedaj Theveninova vira na sliki 9.2 (desno) pretvorimo v Nortonova vira (slika 9.3). Nortonov model desnega vira je podan na desni strani slike 9.1. Nortonov tok levega vira je enak toku kratkega stika pripadajočega Theveninovega vira, kar je $10\ \mathrm{V}/1\ \mathrm{k\Omega} = 10\ \mathrm{mA}$.



Slika 9.3. Pretvorba Theveninovih virov na sliki 9.2 (desno) v Nortonova vira.

S stališča napetosti u_b in toka i je dobljeno vezje popolnoma ekvivalentno izhodiščnemu vezju, zato zanj veljajo vse predhodne ugotovitve, vendar sedaj dogajanje interpretirajmo drugače. Nortonova vira vsak zase težita k temu, da bi bil tok i enak pripadajočemu Nortonovemu toku. Če desni vir zamenjamo s kratkim stikom, je tok i enak 10 mA, če pa damo v vezje kratek stik namesto levega vira, postane tok i enak 0 mA.

Povezana vira se z napetostjo u_b upirata odstopanju toka i od lastnega Nortonovega toka. Napetost u_b je vsiljena notranjima upornostima obeh virov in preko njiju povzroča tokova, ki tečeta mimo idealnih tokovnih virov, zato se tokova preko zunanjih sponk virov razlikujeta od pripadajočih Nortonovih tokov. Večja kot je notranja upornost, manj se pripadajoči vir ukloni pritisku drugega vira, saj se mu tok preko zunanjih sponk z napetostjo u_b manj spreminja.

Ker je notranja upornost desnega vira na sliki 9.3 stokrat večja od upornosti levega vira, desni vir izsili, da tok i ostane približno enak 0 mA, medtem ko mora levi vir mnogo bolj popustiti.

$$u_\mathrm{b} = (10\ \mathrm{mA} + 0\ \mathrm{mA}) \cdot 1\ \mathrm{k\Omega} || 100\ \mathrm{k\Omega} = 9{,}9\ \mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{9{,}9\ \mathrm{V}}{100\ \mathrm{k\Omega}} = 0{,}1\ \mathrm{mA}$$

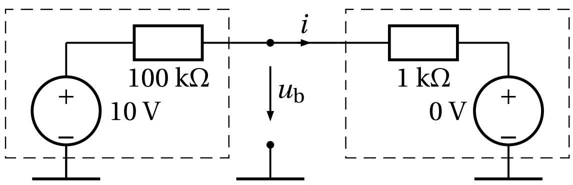
Sesedanje močnejšega vira je okvirno 1 % razlike Nortonovih tokov, kar pokaže naslednja primerjava. Tok desnega vira se glede na njegov Nortonov tok spremeni za $|0\ \mathrm{mA} - 0{,}1\ \mathrm{mA}| = 0{,}1\ \mathrm{mA}$. Pri levem viru je sprememba toka glede na njegov Nortonov tok okvirno stokrat večja, saj velja $|10\ \mathrm{mA} - 0{,}1\ \mathrm{mA}| = 9{,}9\ \mathrm{mA}$.

Opisani primer ponovno ilustrira dejstvo, da vir, ki dobro vsiljuje napetost, izgubi zmožnost tokovnega krmiljenja, in obratno. Levi vir na slikah 9.2 (desno) in 9.3 ima bistveno manjšo notranjo upornost od desnega vira, zato ima boljšo zmožnost napetostnega krmiljenja, medtem ko ima desni vir boljšo zmožnost tokovnega krmiljenja. Pri prvem tipu krmiljenja je važno, koliko dejanska napetost na sponkah odstopa od Theveninove napetosti vira, medtem ko pri drugem krmiljenju opazujemo odstopanje toka preko sponk od Nortonovega toka.

Vrnimo se k vezju na desni strani slike 9.2 in med sabo zamenjajmo notranji upornosti Theveninovih virov, kar prikazuje slika 9.4, s čimer postane vplivnejši desni vir. Z izračunom se prepričajmo, da se tokrat napetost u_b nahaja v bližini 0 V.

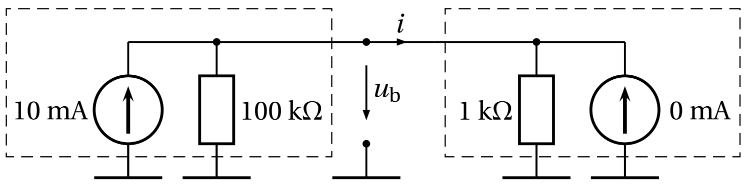
$$i = \frac{10\ \mathrm{V} - 0\ \mathrm{V}}{100\ \mathrm{k\Omega} + 1\ \mathrm{k\Omega}} = 0{,}099\ \mathrm{mA} \quad \Rightarrow \quad u_\mathrm{b} = 10\ \mathrm{V} - 100\ \mathrm{k\Omega} \cdot i = 0{,}1\ \mathrm{V}$$

V obeh primerih je sesedanje močnejšega vira okvirno 1 % razlike Theveninovih napetosti, pri čemer je situacija konceptualno enaka ne glede na to, ali je napetost u_b manjša ali večja od ustrezne Theveninove napetosti.



Slika 9.4. Zamenjava notranjih upornosti virov.

Izhajajmo še iz slike 9.3 in med sabo zamenjajmo notranji upornosti Nortonovih virov, kar prikazuje slika 9.5, s čimer postane vplivnejši levi vir.



Slika 9.5. Zamenjava notranjih upornosti Nortonovih virov.

Izračun pokaže, da je tok i mnogo bolj podoben Nortonovemu toku levega vira.

$$u_\mathrm{b} = (10\ \mathrm{mA} + 0\ \mathrm{mA}) \cdot 1\ \mathrm{k\Omega} || 100\ \mathrm{k\Omega} = 9{,}9\ \mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{9{,}9\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{k\Omega}} = 9{,}9\ \mathrm{mA}$$

Prikazani primeri nam nudijo konceptualno globlji pogled na sliko 7.4 (stran 49). Vsak Theveninov vir teži k temu, da na svojih priključnih sponkah vsiljuje lastno Theveninovo napetost, medtem ko vsak Nortonov vir skuša preko zunanjih sponk vsiliti lastni Nortonov tok. Ko več virov, med katere spadajo tudi čista bremena, povežemo skupaj, se viri upirajo spremembam, kar vpliva na napetosti in tokove vseh virov.

Virom, ki imajo majhne notranje upornosti v primerjavi z ostalimi povezanimi viri, se napetost na sponkah kljub velikim spremembam toka le malo spremeni. Obratno se virom, ki imajo relativno velike notranje upornosti, tok preko sponk kljub velikim spremembam napetosti le malo spremeni. To prikazuje graf 7.4. Ko je na levi skali sesedanje toka majhno zaradi relativno velike notranje upornosti vira, je neizbežno veliko sesedanje napetosti na desni skali. Majhna relativna notranja upornost vira pa povzroči majhno sesedanje napetosti na desni skali, kar nujno povzroči veliko sesedanje toka na levi skali.

9.1 Povzetek

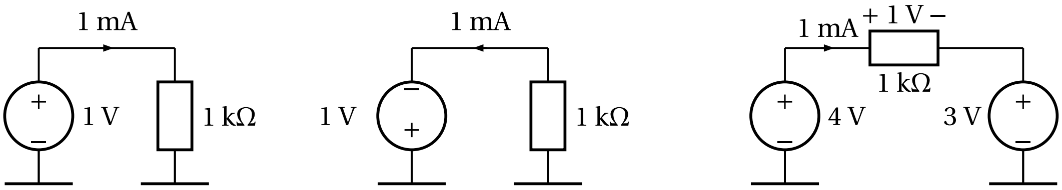
- Vsako linearno breme lahko obravnavamo kot Theveninov ali Nortonov vir.
- Kombinacijo bremena in vira lahko obravnavamo kot kombinacijo dveh virov.
- Če ima en od virov izrazito manjšo notranjo upornost od drugega, ta vir izsili, da je napetost na skupnih sponkah obeh virov blizu lastni Theveninovi napetosti.
- Če ima en od virov izrazito večjo notranjo upornost od drugega, ta vir izsili, da je tok preko skupne povezave blizu lastnemu Nortonovemu toku.
- Pri kombinaciji virov z izrazito različnima notranjima upornostima je skupna napetost blizu Theveninovi napetosti vira z majhno notranjo upornostjo, skupni tok pa je blizu Nortonovemu toku vira z veliko notranjo upornostjo.

10 Smer toka vira in bremena

S tem poglavjem skušamo izkoreniniti pogosto *zmoto* v razmišljanju, da lahko teče tok zgolj iz pozitivne sponke napetostnega vira, medtem ko vanjo ne more pritekati. V resnici lahko tok priteka v katerokoli sponko vira, kar moramo nujno razčistiti, saj smo v nasprotnem primeru zelo omejeni v dojemanju vezij.

10.1 Napetostni vir prevaja tok v obe smeri

Slika 10.1 (levo) prikazuje napetostni vir 1 V, ki je obremenjen z uporom 1 kΩ, zato iz pozitivne sponke vira teče tok 1 mA. Na srednji sliki je polariteta napetosti zamenjana, zato teče tok v obratno smer. Razmišljanje na podlagi teh dveh primerov bi nas lahko zavedlo, da tok vedno teče iz pozitivne sponke *vira* in v njegovo negativno sponko, kar *ni res*.

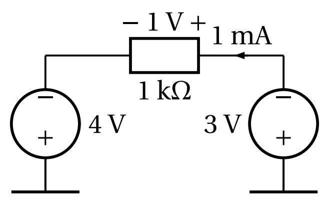


Slika 10.1. Različne smeri toka pri napetostnem viru.

Splošnejši primer prikazuje desno vezje na sliki 10.1, kjer imamo dva vira z *enakima* polaritetama. Leva sponka upora je na potencialu 4 V, desna pa na 3 V, zaradi česar upor čuti napetost 1 V, kar preko njega povzroča tok 1 mA od višjega potenciala na levi sponki proti nižjemu potencialu na desni sponki. Posledično teče tok iz pozitivne sponke levega vira *v pozitivno* sponko desnega vira.

Na sliki 10.2 sta priključni sponki obeh virov zamenjani glede na prejšnjo sliko. Posledično se smer toka obrne. Tokrat pri desnem viru teče tok iz njegove *negativne* sponke in priteka v negativno sponko levega vira. Primera pokažeta, da so pri *virih* možne *vse* kombinacije polaritet napetosti in smeri tokov. Dejansko slika 10.2 ne prispeva nič novega, saj tok kroži in že na desni strani slike 10.1 teče iz *negativne* sponke desnega vira v *negativno* sponko levega vira.

Slika 10.2. Zamenjava polaritet napetostnih virov.



Pri napetostnih virih ne moremo *nobene* kombinacije polaritete napetosti in smeri toka vnaprej označiti kot nemogočo oziroma fizikalno nesmiselno. Ista ugotovitev in podobni primeri veljajo tudi za tokovne vire.

Vir, ki krmili napetost, se nujno *odpove* krmiljenju toka. *Zunanje vezje* diktira tok pri določeni napetosti, ki mu je vsiljena. Napetostni vir se s tokom *prilagaja* zunanjemu vezju, kar vključuje tako njegovo *velikost* kot tudi *smer*.

10.2 Pri uporu teče tok vedno v pozitivno sponko

Za razliko od virov pri uporih teče tok *vedno* v sponko z višjim potencialom, odteka pa iz sponke z nižjim potencialom. Ker elementi ne čutijo dejanskih potencialov ampak samo napetostne razlike na svojih sponkah, pri uporu *vedno* obravnavamo kot pozitivno tisto sponko, ki je na višjem potencialu. Pri tem je lahko njen potencial tudi negativen. Pomembno je zgolj, da je potencial tako obravnavane pozitivne sponke višji od potenciala preostale uporove sponke.

Tak primer prikazuje slika 10.2, kjer je desna sponka upora na potencialu -3 V, leva pa na potencialu -4 V. V tem primeru desno sponko upora označimo kot pozitivno, levo pa kot negativno. To pomeni, da ima desna sponka višji potencial od leve sponke, nikakor pa s tem *ne trdimo*, da je njen potencial pozitiven. Podobno na desni strani slike 10.1 označimo desno uporovno sponko kot negativno, vendar s tem ne trdimo, da je njen potencial negativen.

Možne relacije med napetostmi in tokovi virov in bremen razčistimo z intuitivnejšo analogijo vodnega slapa. Višina vode na vrhu slapa predstavlja potencial pozitivne uporovne sponke, medtem ko njena višina na dnu ponazarja potencial negativne uporovne sponke. Razlika obeh višin je višinska razlika slapa, kar je analogno padcu napetosti na uporu. S stališča slapa nista pomembni dejanski višini, ampak zgolj višinska razlika.

Primer 1. Voda, ki pada z višine 300 m na višino 200 m, čuti enak učinek, kot če bi padala s 1000 m na 900 m. Pri uporu je dogajanje povsem enako. Če se leva sponka upora nahaja na potencialu 300 V, desna pa na potencialu 200 V, teče preko upora enak tok, kot bi tekel, če bi sponki imeli potencial 1000 V in 900 V. □

Pri slapu ne obstaja fizikalni mehanizem, ki bi omogočal, da bi voda tekla z dna proti vrhu. Podobno je pri uporu, kjer je fizikalno nemogoče, da bi tekel tok v negativno sponko in odtekal iz pozitivne sponke, saj bi to bilo analogno toku vode z dna slapa proti njegovemu vrhu.

Pri *virih* (za razliko od *bremen*) je situacija drugačna (sekcija 10.1). Vodna črpalka ima zmožnost črpanja vode z nižjega nivoja proti višjemu nivoju, kar je običajen režim delovanja teh naprav. V tem primeru tok teče v negativno sponko (manjša višina oziroma manjši tlak) in odteka iz pozitivne sponke (večja višina oziroma večji tlak).

Kadarkoli teče tok v pozitivno sponko elementa, le–ta uteleša breme oziroma analogijo slapa, kjer voda pasivno teče od višjega nivoja proti nižjemu nivoju. Če pa teče tok iz pozitivne sponke elementa, le–ta uteleša vir oziroma črpalko in potiska električni tok ali vodo *v obratni smeri*, kot bi tekla sama od sebe. To je razlog, da uporabljamo vire.

Ko gasilci gasijo streho zgradbe, uporabljajo vodne črpalke, ker voda ne teče sama od sebe po cevi navzgor in brez vira ne bi prišla do strehe. Podobno vlogo imajo napetostni viri v električnih napravah, kjer se elektroni nočejo sami od sebe premikati od pozitivne sponke vira proti njeni negativni sponki, da bi ustvarjali električno napetost. Vloga napetostnega vira je potiskanje elektronov v obratni smeri, kot bi se gibali sami od sebe, tako kot vodna črpalka potiska vodo v obratni smeri, kot bi tekla brez nje. V bremenu (uporu) pa lahko teče tok zgolj pasivno od višjega proti nižjemu potencialu, analogno kot teče voda v slapu.

Tok v pozitivno sponko elementa je analogija obnašanja pasivnega fizikalnega sistema (padec vode preko slapa, kotaljenje kroglice po klancu navzdol, ohlajanje vrele juhe pri okoliški sobni temperaturi). Tok iz pozitivne sponke elementa je analogen obnašanju aktivnega fizikalnega sistema, ki pasivnim elementom dovaja energijo (črpanje vode iz vodnjaka, vožnja avtomobila po hribu navzgor, segrevanje hiše s toplotno črpalko).

10.3 Vir lahko prevzame vlogo bremena

Desna stran slike 10.1 prikazuje analogijo dveh vodnih črpalk, ki sta vezani ena na drugo v nasprotni smeri. Obe črpalki imata tendenco črpanja vode iz svoje pozitivne sponke. Pri tem je leva črpalka močnejša, zato izsili, da voda teče v *pozitivno* sponko desne črpalke. V tem primeru je leva črpalka *vir*, desna pa je *breme*, saj zavira tok.

Primer 2. Skupaj povežemo relativno močno gasilsko črpalko z imenom 4 V in bistveno šibkejšo črpalko z imenom 3 V, ki črpa vodo v pralnem stroju. Črpalki sta povezani tako, da druga drugi vsiljujeta nasprotno smer pretakanja vode (desna stran slike 10.1). Črpalka 4 V je močnejša od črpalke 3 V, zato izsili, da tok teče v smeri, ki ga ona diktira (iz pozitivne sponke črpalke 4 V). Pri tem je šibkejša črpalka 3 V prisiljena popustiti, zato se voda pretaka v nasprotni smeri od tiste, ki jo skuša ona vsiliti. Tok torej teče v pozitivno sponko črpalke 3 V. Črpalka 3 V pri tem prevzame vlogo bremena, saj se s svojim delovanjem upira pretakanju toka v izsiljeni smeri. Če bi namesto črpalke 3 V v vezje vgradili navadno cev, bi voda hitreje tekla, kot teče ob prisotnosti črpalke 3 V. □

Kadarkoli teče tok *v pozitivno* sponko elementa, ima le–ta vlogo *bremena* ne glede na to, ali gre za upor, napetostni vir, tokovni vir ali korito za rože. Kadarkoli teče tok *iz pozitivne* sponke elementa, ima le–ta vlogo *vira*. Upori ne vsebujejo nobenega mehanizma oziroma notranjega vira energije, ki bi jim omogočal, da prevzamejo vlogo vira, zato tok pri njih vedno teče v pozitivno sponko. Pri virih je situacija bolj raznolika, saj lahko določenemu viru drug močnejši vir vsili, da tok teče v obratno smer, kot ga vsiljuje šibkejši vir. Slednji v tem primeru prevzame vlogo bremena, saj vsiljeni tok zavira.

Primer 3. Prevzemanje obeh vlog se neprestano dogaja pri avtomobilskem motorju. Ko motor avtomobil pospešuje, opravlja vlogo vira. Ko pa se z avtomobilom vozimo po klancu navzdol, z *motorjem* brez dodajanja plina vožnjo *zaviramo*, zato isti motor prevzame vlogo bremena. Avtomobil se spušča po klancu hitreje, če pritisnemo sklopkin pedal, s čimer prekinemo povezavo med motorjem in kolesi, kar motorju prepreči, da prevzame vlogo bremena. □

10.4 Povzetek

- Pri napetostnih in tokovnih virih lahko teče tok pri obeh polaritetah napetosti na pripadajočih sponkah v eno ali drugo smer. Dejansko smer toka določa preostalo vezje.
- Vir lahko prevzame vlogo bremena, pasivni element, kot je upor, pa ne more prevzeti vloge vira.
- Čim tok teče v pozitivno sponko elementa, je le-ta vedno v vlogi bremena.

Del III

Razširitev pojma realni vir

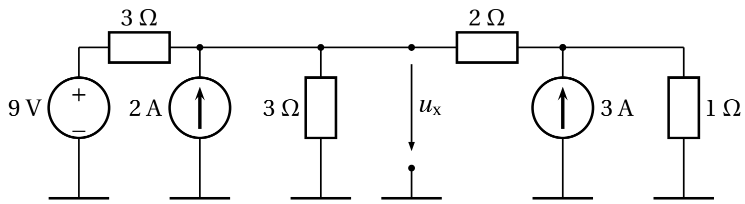
Predhodno osvojeni koncept realnega napetostnega vira v nadaljevanju razširjamo na vsako vozlišče vezja, dualno pa tudi vsako vejo vezja lahko obravnavamo kot realni tokovni vir. Ti dve spoznanji sta izredno daljnosežni in nadvse pomembni za poglobljeno obravnavo elektronskih vezij. Podana diskusija se intenzivno navezuje na koncept superpozicije, kateri posvečamo prvo od poglavij, ki so pred nami.

11 Superpozicija virov vezja

Snov se navezuje na VIS poglavje 3. Sekcija 11.2 se dodatno navezuje na VIS sekcijo 7.2.

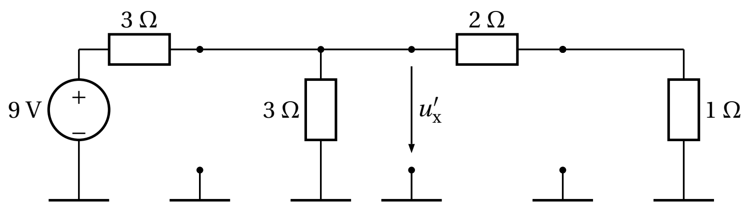
Vezja pogosto vsebujejo večje število napetostnih in tokovnih virov, zaradi česar je lahko izračun določenega odziva precej zapleten. Na pomoč nam priskoči superpozicija, kjer ločeno računamo učinek posameznega vira, pri čemer ostale vire izklopimo, kar vezje običajno močno poenostavi. Skupni učinek vseh virov nato izračunamo kot vsoto dobljenih delnih rezultatov.

Izračunajmo napetost u_{x} na sliki 11.1. Vezje vsebuje en napetostni vir in dva tokovna vira, kar so skupaj trije viri, zato izračun poteka v treh korakih.



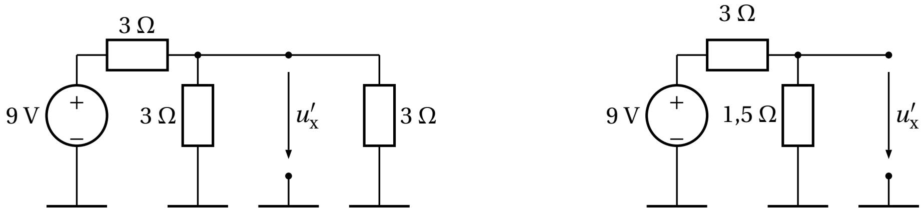
Slika 11.1. Vezje za izračun napetosti s superpozicijo.

Najprej izračunajmo učinek napetostnega vira 9 V, da dobimo prvi delni rezultat u'_{x}. Ostala dva vira pri tem izklopimo, kot prikazuje slika 11.2



Slika 11.2. Superpozicija za prvi vir.

Po izklopu virov dobljeno vezje poenostavimo. Sedaj sta desna upora 2 Ω in 1 Ω vezana zaporedno, zato ju nadomestimo z uporom 3 Ω (leva stran slike 11.3). Nato v dobljenem vezju vertikalna upora 3 Ω, ki sta vezana vzporedno, nadomestimo z enim uporom 1,5 Ω (desna stran slike 11.3).



Slika 11.3. Poenostavitev superpozicije za prvi vir.

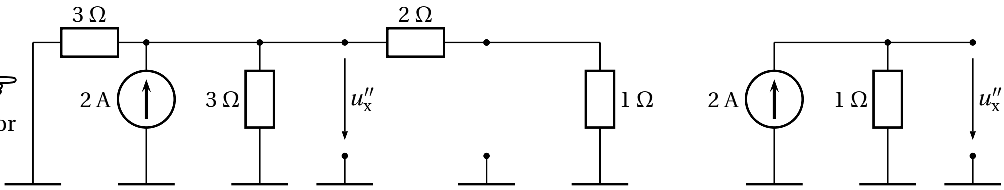
Preostala upora tvorita napetostni delilnik, iz česar sledi naslednja enačba za izračun napetosti u'_{x}, ki nam da prvi delni rezultat.

$$u'_{\mathrm{x}} = \left(\frac{1{,}5\ \Omega}{1{,}5\ \Omega + 3\ \Omega}\right) \cdot 9\ \mathrm{V} = \left(\frac{1{,}5\ \Omega}{4{,}5\ \Omega}\right) \cdot 9\ \mathrm{V} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot 9\ \mathrm{V} = 3\ \mathrm{V}$$

Sedaj izračunajmo učinek tokovnega vira 2 A, da dobimo drugi delni rezultat u''_x. Pri tem ponovno izklopimo ostale vire v vezju, kar prikazuje leva stran slike 11.4. Pri izvedbi tega koraka spoznamo naslednje pomembno dejstvo.

Pri izklapljanju virov tokovne vire odstranimo iz vezja, medtem ko napetostne vire vežemo v kratek stik, ne smemo pa jih samo odstraniti s sheme.

pozor



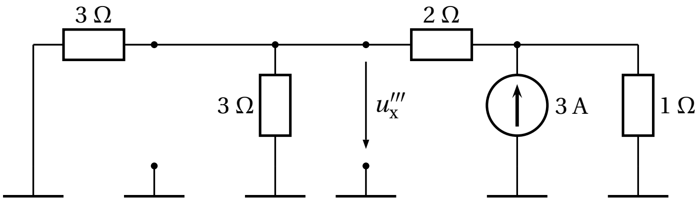
Slika 11.4. Superpozicija za drugi vir (levo) in njena poenostavitev (desno).

Pravilo izhaja iz zahteve, da pri izklopljenem viru *preprečimo* obstoj veličine, ki jo vir generira. Z izklopom tokovnega vira *preprečimo kakršenkoli tok* preko njega, kar storijo odprte sponke, s katerimi nadomestimo vir. Z izklopom napetostnega vira *preprečimo kakršnokoli napetost* na njegovih sponkah, kar stori kratek stik, s katerim nadomestimo vir.

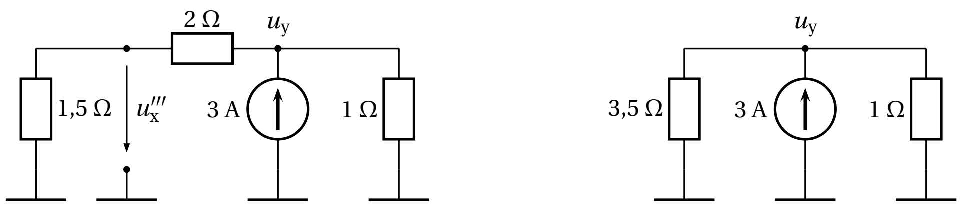
Če bi napetostni vir na sliki 11.4 samo odstranili iz vezja, napetost med njegovima sponkama ne bi bila nič, ker tokovni vir 2 A poganja tok preko uporov 2 Ω, 1 Ω in vertikalnega upora 3 Ω, s čimer na njih ustvarja padce napetosti.

Sedaj vezje na levi strani slike 11.4 poenostavimo. Skrajna desna upora 2 Ω in 1 Ω sta ponovno vezana zaporedno, zato ju zamenjamo z nadomestnim uporom 3 Ω. V novem vezju, ki na sliki ni prikazano, imamo tri vzporedno vezane upore 3 Ω, ki jih nadomestimo z uporom 1 Ω in dobimo rezultat na desni strani slike 11.4. Tokovni vir 2 A poganja svoj tok preko upora 1 Ω in na njem ustvarja padec napetosti $1\,\Omega \cdot 2\,\mathrm{A} = 2\,\mathrm{V}$. To je ravno napetost u''_x oziroma drugi delni rezultat.

Superpozicijo za tretji vir 3 A prikazuje slika 11.5. Napetostni vir je ponovno vezan v kratek stik, medtem ko je preostali tokovni vir 2 A nadomeščen z odprtima sponkama. Tokrat sta upora 3 Ω vezana vzporedno, zato ju nadomestimo z uporom 1,5 Ω (leva stran slike 11.6).



Slika 11.5. Superpozicija za tretji vir.



Slika 11.6. Poenostavitev superpozicije za tretji vir.

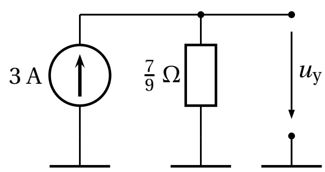
Od tu naprej dobljenega vezja ne moremo poenostaviti zgolj z dosedanjim združevanjem večih zaporedno ali vzporedno vezanih uporov v en upor. Kljub temu imamo na voljo več možnosti za nadaljnje poenostavljanje. Odločimo se za postopek, pri katerem izračunamo napetost u_y med zgornjo in spodnjo sponko tokovnega vira. Napetost u_x''' nato dobimo preko napetostnega delilnika, ki ga sestavljata upora levo od tokovnega vira.

Za izračun napetosti u_y smatramo, da sta upora 1,5 Ω in 2 Ω vezana zaporedno, s čimer dobimo vezje na desni strani slike 11.6. Opozarjamo, da v tem vezju napetost u_x''' ne obstaja več, vendar to *ni nič narobe*, saj prikazano vezje ni namenjeno njenemu izračunu. Pomembno v tem koraku je, da je s stališča napetosti u_y vezje na desni strani slike 11.6 ekvivalentno vezju na njeni levi strani.

Oba upora v rezultirajočem vezju sta vezana vzporedno, iz česar neposredno sledi poenostavitev na sliki 11.7. Vrednost vzporedne vezave uporov 3,5 Ω in 1 Ω izračunamo z naslednjo enačbo.

$$\frac{3,5\,\Omega \cdot 1\,\Omega}{3,5\,\Omega + 1\,\Omega} = \frac{3,5\,\Omega^2}{4,5\,\Omega} = \frac{35}{45}\,\Omega = \frac{7}{9}\,\Omega$$

Slika 11.7. Poenostavitev vezja za izračun pomožne napetosti.



Sedaj napetost u_y izračunamo na enak način, kot je izračunana napetost u_x'' v vezju na desni strani slike 11.4. Tok 3 A, ki teče preko upora 7/9 Ω, povzroča na njem padec napetosti 7/9 Ω · 3 A = 7/3 V. Do napetosti u_x''' nas loči samo še korak. Ko napetost u_y poznamo, se vrnimo k levemu vezju na sliki 11.6, kjer preko delilnika napetosti izračunamo napetost u_x'''.

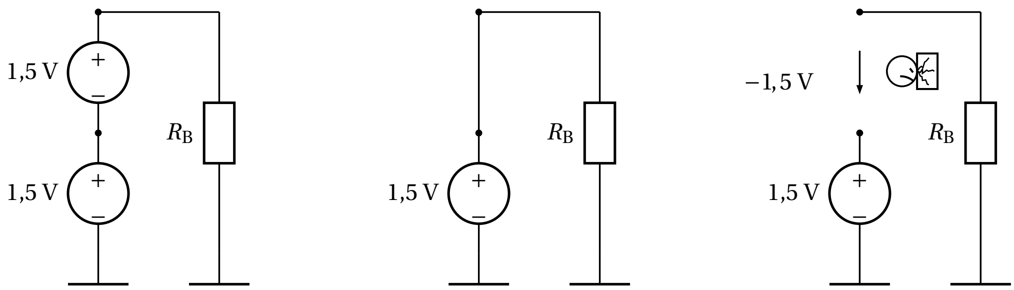
$$u_x''' = \left(\frac{1,5\,\Omega}{1,5\,\Omega + 2\,\Omega}\right) \cdot u_y = \left(\frac{1,5\,\Omega}{3,5\,\Omega}\right) \cdot u_y = \left(\frac{15}{35}\right) \cdot u_y = \left(\frac{3}{7}\right) \cdot u_y = \left(\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{7}{3}\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{V}$$

Iskana napetost u_x v izhodiščnem vezju na sliki 11.1 je vsota vseh treh delnih rezultatov.

$$u_x = u_x' + u_x'' + u_x''' = 3\,\mathrm{V} + 2\,\mathrm{V} + 1\,\mathrm{V} = 6\,\mathrm{V}$$

11.1 Intuitivno o izklapljanju virov

Pridobljeno znanje o izklapljanju virov pri superpoziciji utrdimo z dvema preprostima vezjema. Leva stran slike 11.8 prikazuje napajanje bremena R_B z napetostjo 3 V, ki jo izvedemo z dvema napetostnima viroma 1,5 V. V praksi taka situacija pogosto nastopa, saj mnogokrat napravo, ki deluje s 3 V napajanjem, napajamo z dvema 1,5 V baterijama.

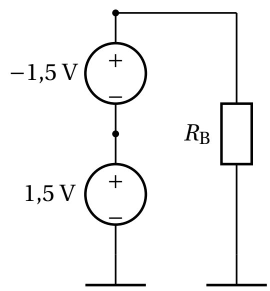


Slika 11.8. Intuitivni prikaz napetostnega izklopa.

Srednje vezje na sliki 11.8 prikazuje pravilen izklop zgornjega napetostnega vira, kar neposredno razkriva, da je breme sedaj napajano z 1,5 V, kolikor je prispevek spodnjega vira. Na enak način bi lahko izklopili spodnji vir namesto zgornjega in ugotovili, da je breme zopet napajano z 1,5 V, kolikor je prispevek zgornjega vira. Izhodiščna bremenska napetost 3 V je enaka vsoti obeh delnih rezultatov superpozicije.

Desna stran slike 11.8 prikazuje "izklop" zgornjega vira tako, da ga nadomestimo z odprtimi sponkami namesto s kratkim stikom. Spodnji vir tokrat ni povezan z bremenom in na njem ne more ustvariti svojega prispevka napetosti, iz česar je razvidno, da tak izklop zgornjega napetostnega vira ni pravilen. Na sponkah "izklopljenega" vira je napetost $-1,5$ V, saj preko bremena R_B tok ne teče, zato na njem ni padca napetosti, spodnjo sponko izklopljenega vira pa preostali vir vzdržuje na potencialu 1,5 V. Posledično se stanje v vezju ne spremeni, če med odprti sponki vgradimo napetostni vir $-1,5$ V, kot prikazuje slika 11.9.

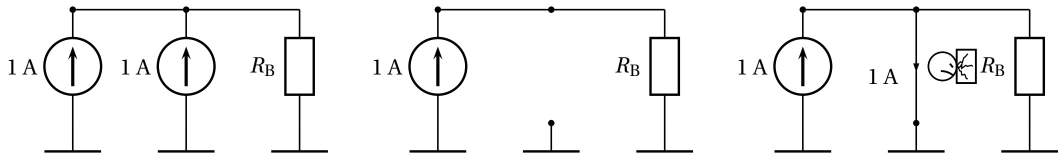
Slika 11.9. Ekvivalentni prikaz vezja z napačno izklopljenim napetostnim virom.



Napetost na bremenu je enaka vsoti prispevkov obeh *po nesreči prisotnih* virov [$1,5$ V + ($-1,5$ V)], kar je 0 V, zato je stanje ekvivalentno popolnemu izklopu bremena, ne pa vzbujanju s preostalim virom. Superpozicija *dobljenega* vezja še vedno deluje pravilno, saj je na bremenu vsota prispevkov obeh dejansko prisotnih napetosti (1,5 V in $-1,5$ V), le da dobljeno vezje ne ponazarja prvotne situacije.

Nesmiselni rezultat dobimo, ker na sponkah izklopljenega vira *nismo preprečili* obstoja veličine, ki jo vir generira.

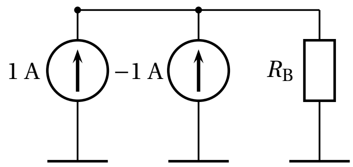
Na podoben način ilustrirajmo pravilni in nepravilni izklop tokovnega vira. Na levi strani slike 11.10 je breme R_B napajano s tokom 2 A, kar izvedemo z dvema tokovnima viroma 1 A. Če enega od virov pravilno izklopimo, kot prikazuje srednje vezje na sliki 11.10, je breme napajano z 1 A, kar je prispevek preostalega vira. Na enak način ugotovimo, da je prispevek drugega vira v izhodiščnem vezju ravno tako 1 A.



Slika 11.10. Intuitivni prikaz tokovnega izklopa.

Če pa tokovni vir "izklopimo" tako, da ga vežemo v kratek stik, kot prikazuje desna stran slike 11.10, zopet dobimo nesmiselno situacijo. Tokrat celotni tok preostalega vira teče preko kratkega stika v maso, medtem ko breme nima nobenega toka več, saj je vezano v kratek stik, zato na uporu R_B ni napetosti. Stanje v takem vezju se ne spremeni, če namesto kratkega stika vgradimo tokovni vir −1 A, kot prikazuje slika 11.11.

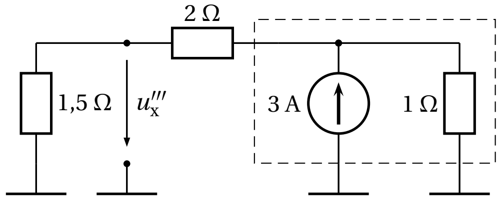
Slika 11.11. Ekvivalentni prikaz vezja z napačno izklopljenim tokovnim virom.

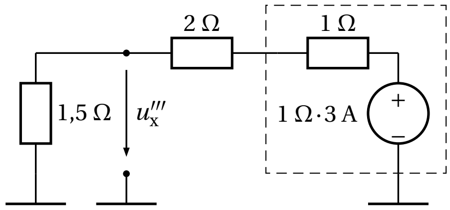


V dobljenem vezju, ki ne ponazarja prvotne situacije, je breme napajano s tokom, ki je superpozicija prispevkov obeh *po nesreči prisotnih* virov [1 A + (−1 A)]. Nesmiselnost rezultata je ponovno posledica dejstva, da preko sponk izklopljenega vira nismo preprečili obstoja veličine, ki jo generira vir.

11.2 Uporaba pretvorbe Norton–Thevenin ⊛

Pri poenostavljanju vezij nam pogosto priskočita na pomoč pretvorbi Thevenin–Norton in Norton–Thevenin, ki ju opisujeta sekciji 7.1 in 7.2 (stran 47). Za ilustracijo njune uporabnosti se vrnimo k levemu vezju na sliki 11.6, kjer računamo napetost u_x'''. Tokovni vir 3 A in desni upor 1 Ω sta povezana na enak način, kot da bi sestavljala Nortonov vir, kar poudarja levo vezje na sliki 11.12.





Slika 11.12. Pretvorba Norton–Thevenin pri superpoziciji za tretji vir.

To nam omogoča njuno zamenjavo s Theveninovim virom, kar je storjeno na desni strani slike 11.12. Theveninova upornost je enaka Nortonovi upornosti, medtem ko je Theveninova napetost izvedenega vira enaka produktu Nortonovega toka prvotnega vira in notranje upornosti, kar nam v našem primeru da številsko vrednost $1\ \Omega \cdot 3\ \mathrm{A} = 3\ \mathrm{V}$.

Pri uporabi pretvorbe je *nepomembno*, ali upor resnično spada k viru, ali pa je to zunanji element, ki je na ustrezen način zgolj vezan k viru.

V dobljenem vezju zaporedno vezana upora $2\ \Omega$ in $1\ \Omega$ nadomestimo z uporom $3\ \Omega$. Napetost u_x''' je izhodna napetost delilnika, ki ga tvorita upora $1{,}5\ \Omega$ in $3\ \Omega$, vzbuja pa ga napetostni vir 3 V. Iz podanih ugotovitev sledi naslednji izračun, ki nam da enak rezultat, kot smo ga predhodno že dobili.

$$u_\mathrm{x}''' = \left(\frac{1{,}5\ \Omega}{1{,}5\ \Omega + 3\ \Omega}\right) \cdot 3\ \mathrm{V} = \left(\frac{15}{45}\right) \cdot 3\ \mathrm{V} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot 3\ \mathrm{V} = 1\ \mathrm{V}$$

11.3 Komentarji za poglobitev razmišljanja

Dosedaj smo izvajali zgolj številski izračun iskane veličine, pri študiju elektronskih vezij pa operiramo z veličinami predvsem algebraično, s čimer ne dobimo samo odgovora na konkretno zastavljeni problem, ampak pridemo do splošnih zaključkov in ugotovitev.

Posamezni delni rezultati superpozicije imajo lahko pozitivni ali negativni predznak. V vezju na sliki 11.1 so vse delne napetosti u_x', u_x'' in u_x''' pozitivne, vendar to nikakor ni pravilo, ampak zgolj naključje izbranega primera. Zamenjava polaritete napetostnega vira ali smeri toka katerega od tokovnih virov na sliki 11.1 povzroči spremembo predznaka ustreznega delnega rezultata. Obstajajo primeri realnih in nadvse uporabnih vezij, kjer imajo posamezni delni rezultati velike absolutne vrednosti, njihova vsota pa je enaka nič (tragikomična primera ponazarjata desni strani slik 11.8 in 11.10, tako dogajanje pa srečamo tudi pri pravilnih superpozicijah).

Superpozicija ne zahteva izvajanja izračuna za vsak vir posebej. Če nam situacija omogoča preprosto upoštevanje dveh, treh ali več virov hkrati, ni nobene ovire, da izvedemo superpozicijo za celotno množico le-teh. Pri superpoziciji je pomembno zgolj, da vsak vir v vezju vključimo v izračun natančno enkrat, pri čemer ni pomembno, ali je obravnavan sam zase ali skupaj s kakšnim drugim virom. Pri združevanju večih virov v delni rezultat superpozicije izklopimo vire, ki jih v določenem koraku ne želimo upoštevati. Superpozicija hkrati upošteva vse vire, ki jih ne izklopimo.

Superpozicijo uporabimo za izračun katerekoli napetosti ali kateregakoli toka v linearnem vezju. Pri nelinearnih vezjih ta metoda ne deluje, jo pa uporabljamo v primerih (ki niso redki), kjer vezje lineariziramo in dobimo linearni model njegovega približnega obnašanja v ozkem področju okoli izbrane delovne točke.

11.4 Povzetek

- S superpozicijo računamo napetosti in tokove v vezjih z večimi viri kot vsoto delnih rezultatov.
- Posamezni delni rezultat je učinek določenega vira na izbrano veličino pri izklopljenih ostalih virih.
- Tokovni vir izklopimo tako, da ga zamenjamo z odprtimi sponkami.
- Napetostni vir izklopimo tako, da ga zamenjamo s kratkim stikom.
- Način izklopa mora brezpogojno zagotoviti, da je izklopljena veličina enaka nič.
- Vezje z izklopljenimi viri običajno lahko poenostavimo v mnogo preprostejše vezje.

Sekcija 11.2 ⊕

- Pri poenostavljanju vezij si pogosto pomagamo s pretvorbo Thevenin-Norton in Norton-Thevenin.
- Pristop ni omejen zgolj na poenostavljanje vezij pri izvajanju superpozicije.
- Pretvorbo lahko izvajamo ne glede na to, ali vir in upor, ki ju združimo v Theveninov ali Nortonov vir, resnično tvorita realni vir, ali pa sta to povsem ločena elementa, ki sta zgolj povezana na ustrezni način.

Sekcija 11.3

- Superpozicijo izvajamo številsko ali algebraično. V slednjem primeru nam ta metoda pomaga priti do splošnih zakonitosti.
- Posamezni delni rezultati imajo lahko pozitiven ali negativen predznak. Lahko se zgodi, da je vsota po absolutni vrednosti velikih delnih rezultatov enaka nič.
- Superpozicijo lahko izvajamo za več virov naenkrat. Delni rezultat superpozicije vedno vsebuje učinke vseh virov, ki jih ne izklopimo.
- Superpozicijo uporabljamo samo pri linearnih ali lineariziranih nelinearnih vezjih.

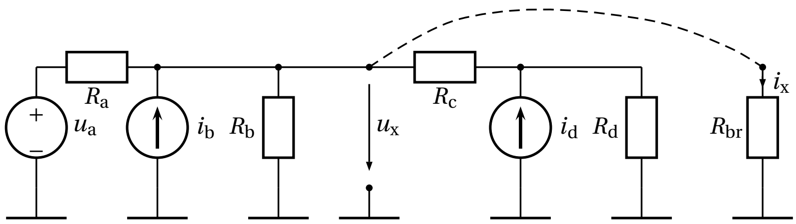
12 Vozlišče kot napetostni vir

Osnova za študij poglavja je razumevanje notranjih upornosti realnih virov in superpozicija (VIS poglavji 4 in 11).

Ko pomislimo na napetostni vir, imamo pred očmi baterije, laboratorijske usmernike, vtičnice v zidu, avtomobilske akumulatorje, tablične polnilnike in podobno. V tem poglavju pojem napetostni vir razširimo in pokažemo, da imajo *popolnoma vsa* vozlišča lastnosti napetostnih virov. Razumevanje tega dejstva je predpogoj za poglobljen študij elektronike.

12.1 Vozlišče vezja kot Theveninov vir

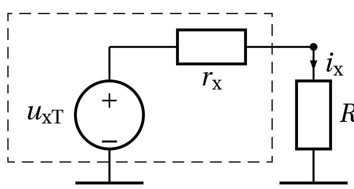
Vsako vozlišče vezja lahko obravnavamo kot Theveninov vir, kar pojasnimo z vezjem na sliki 12.1, ki vsebuje vozlišče z napetostjo u_x proti masi. Zaradi obstoja te napetosti, je pripadajoče vozlišče napetostni vir, saj se s priklopom bremena R_br, kot nakazuje črtkana povezava, na uporu R_br pojavi določena napetost.



Slika 12.1. Poljubno vozlišče vezja je napetostni vir.

Ko v vozlišče priklopimo R_br, se razmere v vezju spremenijo, ker iz vozlišča (ali vanj) teče dodatni tok i_x, zaradi česar se napetost u_x spremeni (sesede). To je natančno učinek, ki ga modelira Theveninov vir, iz česar sledi nadomestno vezje *vozlišča* u_x na sliki 12.2

Slika 12.2. Modeliranje vozlišča s Theveninovim virom.



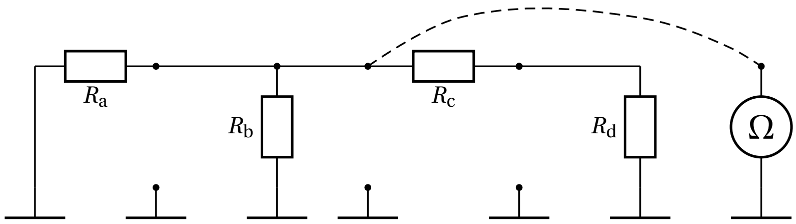
Theveninova napetost vozlišča u_xT je enaka napetosti u_x pred priklopom bremena R_br, saj je v tem primeru vozlišče obremenjeno z odprtimi sponkami. Upori od R_a do R_d *niso* breme vozlišča, saj so sestavni del vezja, ki obstaja *pred* priklopom bremena R_br. Vse kar določa vrednost napetosti u_x (in ostale lastnosti vozlišča), preden priklopimo breme, ustvarja razmere, ki veljajo pri odprtih sponkah u_x. Breme R_br, katerega upornost se asimptotično približuje neskončnosti, ima vsiljeno asimptotično napetost $u_\mathrm{x} \to u_\mathrm{xT}$. To je ravno pomen Theveninove napetosti u_xT, katere vrednost določajo tudi upori od R_a do R_d.

12.2 Notranja upornost vozlišča ☕☕

✎ Konceptualno ni *popolnoma nobene* razlike med običajnim napetostnim virom, kot je baterija, in vozliščem, saj oba priklopljenemu bremenu vsiljujeta določeno napetost, ki je podvržena sesedanju ob obremenitvi. Posledično ima notranja upornost vozlišča (krajše *upornost vozlišča*) popolnoma enak pomen, kot ga ima Theveninova upornost pri tipičnih napetostnih virih.

Notranja upornost vozlišča opisuje, koliko se napetost u_x spremeni, ko iz ali v vozlišče teče dodatni tok i_x. Upornost vozlišča je torej definirana kot $\triangle u_x / \triangle i_x$ (enačba 4.1 na strani 30), ki jo z meritvami določamo na enak način, kot opisuje sekcija 4.1, torej s spreminjanjem obremenitve R_B in merjenjem $\triangle u_x$ in $\triangle i_x$.

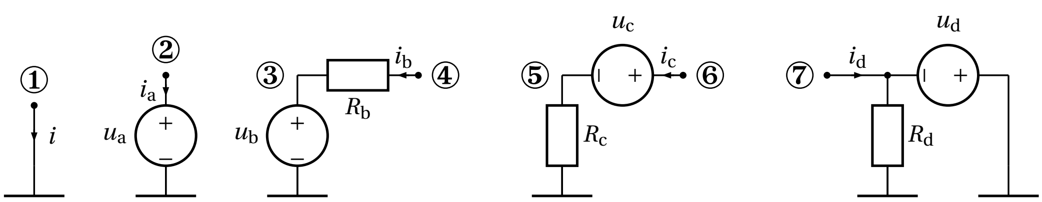
Analitično določimo notranjo upornost tako, da izklopimo vse vire v vezju (poglavje 11), nato pa izračunamo upornost med priključnima sponkama bremena. Ustrezno vezje obravnavanega vozlišča na sliki 12.1 prikazuje slika 12.3.



Slika 12.3. Vezje za določitev Theveninove upornosti vozlišča.

Upora R_c in R_d sta vezana zaporedno in ju obravnavamo kot upornost $(R_c + R_d)$. Ohmmeter je priklopljen na vzporedno vezavo uporov R_a, R_b in $(R_c + R_d)$, iz česar sledi notranja upornost vozlišča $R_a||R_b||(R_c + R_d)$. Zaključek izhaja iz primerjave slike 12.3 s sliko 12.2. Če v slednji sliki izklopimo Theveninovo napetost (vse vire v vezju), ostane med priključnima sponkama upornost r_x, iz česar sledi $r_x = R_a||R_b||(R_c + R_d)$.

Oglejmo si primere vozlišč na sliki 12.4 in njihovo upornost proti masi. Notranja upornost vozlišča ① je nič, saj je to vozlišče mase, katere potencial se ne spreminja, tudi če vanjo ali iz nje teče tok; $\triangle u_{①} / \triangle i = 0 / \triangle i = 0$. Vozlišče ② prav tako nima notranje upornosti, saj idealni napetostni vir vzdržuje določeno potencialno razliko med ② in maso, neodvisno od toka, ki teče v ali iz vozlišča ②; $\triangle u_{②} / \triangle i_a = 0 / \triangle i_a = 0$. Temu ustreza tudi vozlišče ③.



Slika 12.4. Primeri vezij za študij notranjih upornosti vozlišč.

✎ Zaradi opisane lastnosti imajo idealni napetostni viri notranjo upornost nič in jih pri računanju upornosti vozlišč zamenjamo s kratkimi stiki.

Vozlišče ④ ima notranjo upornost R_b, saj sprememba toka v ali iz tega vozlišča ne spreminja potenciala vozlišča ③, medtem ko se padec napetosti na uporu R_b spreminja po Ohmovem zakonu; $\triangle u_{\textcircled{4}}/\triangle i_\mathrm{b} = R_\mathrm{b}$. Enak rezultat dobimo, če izklopimo vse vire v vezju, s čimer se napetostni vir u_b nadomesti s kratkim stikom.

Vozlišče ⑥ ima notranjo upornost R_c, čeprav je to sponka idealnega vira u_c. Razlog je v tem, da druga sponka vira u_c ni vezana v vozlišče brez notranje upornosti, ampak v vozlišče ⑤ z notranjo upornostjo R_c. Ko tok teče v ali iz vozlišča ⑥, se njegov potencial spreminja, ker isti tok teče tudi preko upornosti vozlišča ⑤ (preko upora R_c), kar spreminja vozliščni potencial ⑤. Ker napetostni vir u_c ohranja konstantno razliko potencialov med *svojima* sponkama, se zaradi spremembe potenciala vozlišča ⑤ spremeni tudi potencial vozlišča ⑥. S tem je upornost vozlišča enaka $\triangle u_{\textcircled{6}}/\triangle i_\mathrm{c} = \triangle u_{\textcircled{5}}/\triangle i_\mathrm{c}$. Ker je $\triangle u_{\textcircled{5}}$ sprememba napetosti na uporu R_c pri ustrezni spremembi njegovega toka $\triangle i_\mathrm{c}$, velja relacija $\triangle u_{\textcircled{5}}/\triangle i_\mathrm{c} = R_\mathrm{c}$. Isto notranjo upornost vozlišča dobimo, če vir u_c zamenjamo s kratkim stikom.

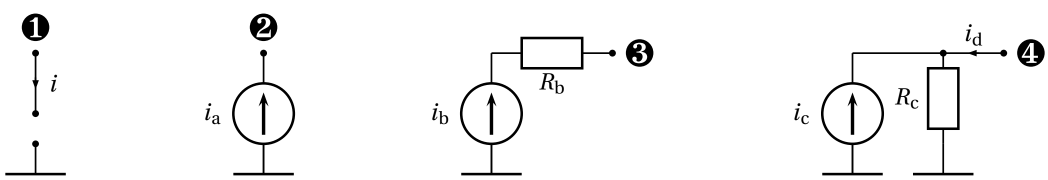
Upornost vozlišča ⑦ je nič, kolikor znaša vzporedna vezava upora R_d in notranje upornosti vira u_d, kar nam da $R_\mathrm{d}||0 = 0$. Notranja upornost vozlišča je odsotna, ker vir u_d ohranja konstantno napetost med vozliščem in maso, zato se napetost vozlišča ne spreminja s spreminjanjem toka i_d; $\triangle u_{\textcircled{7}}/\triangle i_\mathrm{d} = 0/\triangle i_\mathrm{d} = 0$. Dobljeni rezultat je nazornejši, če v sliki napetostni vir zamenjamo s kratkim stikom.

Slika 12.5 podaja dodatne primere. Upornost vozlišča ❶ je neskončna, saj kakršnakoli sprememba njegovega potenciala ne spremeni toka i, ki je enak nič, zaradi odprtih sponk; $\triangle u_{\text{❶}}/\triangle i = \triangle u_{\text{❶}}/0 \to \infty$. Prav tako je neskončna upornost vozlišča ❷, saj ne glede na njegov potencial iz vozlišča teče nespremenjen tok i_a; $\triangle u_{\text{❷}}/\triangle i_\mathrm{a} = \triangle u_{\text{❷}}/0 \to \infty$.

Zaradi te lastnosti imajo idealni tokovni viri neskončno notranjo upornost in jih pri računanju upornosti vozlišč zamenjamo z odprtimi sponkami.

Upornost vozlišča ❸ je neskončna, ker ne glede na njegov potencial tokovni vir i_b ne dopušča nobene spremembe toka preko sebe in s tem tudi ne preko upora R_b; $\triangle u_{\text{❸}}/\triangle i_\mathrm{b} = \triangle u_{\text{❸}}/0 \to \infty$. Do iste ugotovitve pridemo, če tokovni vir zamenjamo z odprtimi sponkami in seštejemo njihovo upornost z R_b.

Upornost vozlišča ❹ je enaka R_c. Ob spreminjanju potenciala ❹ se spreminja tok skozi upor R_c po Ohmovem zakonu, medtem ko ostaja tok preko tokovnega vira i_c vedno enak. Sledi, da je sprememba toka i_d enaka spremembi toka preko upora R_c; $\triangle i_\mathrm{d} = \triangle u_{\text{❹}}/R_\mathrm{c}$. Enačbo obrnimo in izrazimo razmerje $\triangle u_{\text{❹}}/\triangle i_\mathrm{d} = R_\mathrm{c}$. Enak rezultat dobimo pri zamenjavi tokovnega vira z odprtimi sponkami.



Slika 12.5. Nadaljnji primeri vezij za študij notranjih upornosti vozlišč.

Primerjava zadnjega primera na sliki 12.5 s predzadnjim primerom na sliki 12.4 razkriva ekvivalentnost Theveninovega in Nortonovega vira. Pri Theveninovem viru sta idealni napetostni vir in upor vezana zaporedno, zato preko obeh elementov teče isti tok. Sprememba toka preko zunanjih sponk spremeni samo napetost na uporu, ne pa napetosti vira. Iz tega sledi $\triangle u/\triangle i = r_\mathrm{T}$. Pri Nortonovem viru sta idealni tokovni vir in upor vezana vzporedno. Sprememba toka preko zunanjih sponk spremeni samo tok upora, ne spremeni pa toka preko idealnega vira. Posledično je $\triangle u/\triangle i = r_\mathrm{N}$. Ob pogoju $r_\mathrm{T} = r_\mathrm{N}$ izkazujeta oba vira isto notranjo upornost.

12.3 Povzetek

Sekcija 12.1

- Vsako vozlišče lahko obravnavamo kot Theveninov vir
- Theveninova napetost vozlišča je njegova izhodiščna napetost pred priklopom bremena.

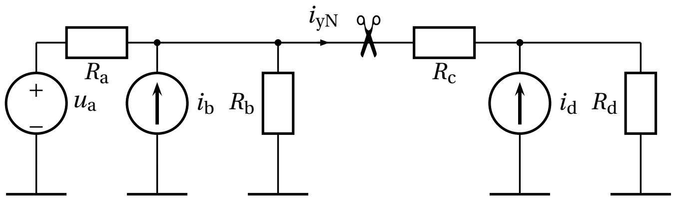
Sekcija 12.2

- Notranja upornost vozlišča ima popolnoma enak pomen kot Theveninova upornost kateregakoli drugega vira.
- Merilnotehnično je notranja upornost vozlišča enaka razmerju spremembe njegove napetosti in pripadajoče spremembe toka, ki teče v ali iz njega.
- Analitično je notranja upornost vozlišča enaka upornosti, ki jo čuti ohmmeter, priklopljen kot breme pri izklopu vseh virov v vezju.

13 VEJA VEZJA KOT TOKOVNI VIR

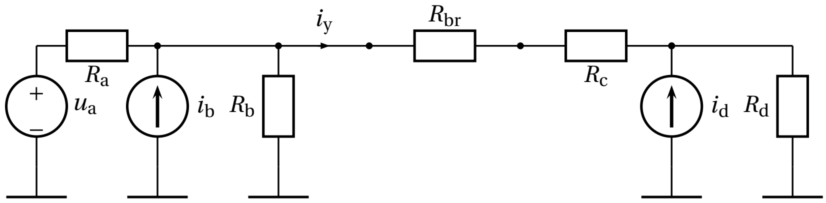
Poglavje dopolnjuje vsebino VIS poglavja 12.

Kot lahko vsako vozlišče vezja smatramo za Theveninov vir, lahko tudi vsako vejo vezja obravnavamo kot Nortonov vir, kar pojasnimo s sliko 13.1, ki prikazuje vezje, v katerem se nahaja veja s tokom i_{yN}.



Slika 13.1. Poljubna veja vezja je tokovni vir.

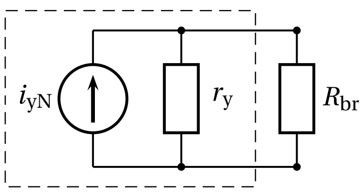
Če to vejo prekinemo, kot nakazuje slika, in med dobljeni priključni sponki priklopimo breme R_{br} (slika 13.2), prične preko njega teči tok i_y, iz česar sledi, da se veja obnaša kot tokovni vir.



Slika 13.2. Priklop bremena v vejo vezja.

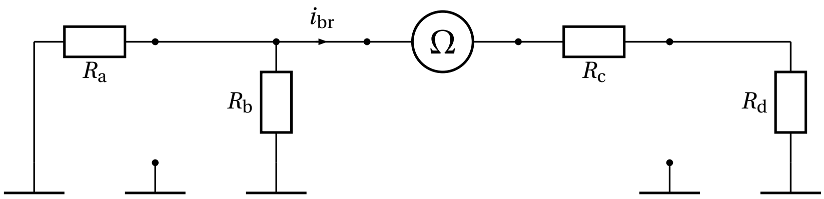
V splošnem se tok i_y razlikuje od prvotnega toka i_{yN} (sesedanje), saj tok preko upora R_{br} na njem povzroči padec napetosti, zaradi česar se razmere v vezju spremenijo. Tokovni vir, ki predstavlja prekinjeno povezavo, ni več vezan v kratek stik, ampak ima priklopljeno breme R_{br}. Sesedanje toka modelira Nortonov vir, iz česar sledi nadomestno vezje na sliki 13.3.

Slika 13.3. Modeliranje veje z Nortonovim virom.



Nortonov tok je enak toku vira v kratkem stiku oziroma toku i_{yN} na sliki 13.1, ki preko veje teče pred priklopom bremena. Notranjo upornost veje določimo tako, da izklopimo vse vire v vezju in ugotovimo, kakšno upornost izmeri ohmmeter, ki je priklopljen namesto bremena R_{br}.

Slika 13.4 podaja ustrezno stanje vezja za določitev Nortonove upornosti. Upora R_a in R_b sta vezana vzporedno, zaporedno z njima pa sta vezana upora R_c in R_d. Iz podanih ugotovitev sledi Nortonova upornost r_y, ki znaša $(R_\mathrm{a}||R_\mathrm{b}) + R_\mathrm{c} + R_\mathrm{d}$.



Slika 13.4. Vezje za določitev Nortonove upornosti veje.

Nortonova upornost sledi direktno iz primerjave slik 13.4 in 13.3. Če v slednji izklopimo idealni tokovni vir (vse vire v vezju), ohmmeter, ki je vezan na priključne sponke namesto bremena R_br, izmeri upornost r_y. Da se Nortonov vir obnaša enako kot vezje, ki ga modelira, mora ohmmeter tudi ob priklopu v dejansko vezje izmeriti isto upornost.

13.1 Povzetek

- Vsaka veja vezja je Nortonov vir.
- Nortonov tok veje je njen tok pred prekinitvijo z namenom priklopa bremena.
- Nortonova upornost veje je enaka upornosti, ki jo izmeri ohmmeter, priklopljen kot breme, ko so izklopljeni vsi viri v vezju.

Del IV

Poglobitev znanj o napetostnih delilnikih

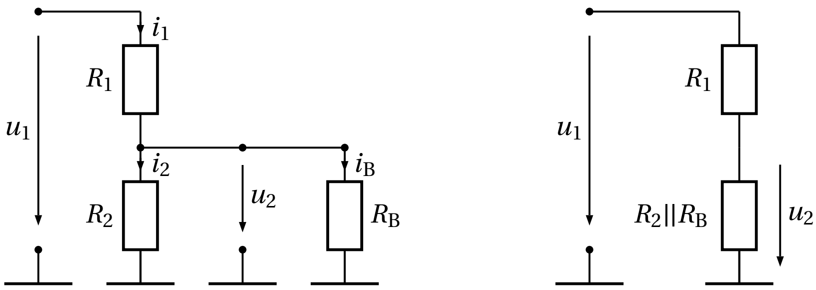
Tekoči del knjige močno poglobi znanja o napetostnih delilnikih, saj so ti gradniki izredno pomembni v elektroniki. Poleg dosedaj opisanega parazitnega delovanja, napetostni delilniki odigrajo nadvse koristno vlogo v mnogih situacijah od določanja ojačenja ojačevalnikov do izvedbe DA dekodirnikov. Brez solidnega poznavanja napetostnih delilnikov elektronike enostavno ne moremo razumeti.

14 IZHODNA UPORNOST DELILNIKA

Za študij poglavja je potrebno poznavanje VIS poglavij 3, 4, 11 in 12 ter sekcije 5.1.

Namen napetostnega delilnika (poglavje 3 na strani 25), ki ga namerno vgradimo v vezje (za razliko od parazitnih delilnikov iz poglavja 8), je generiranje določene napetosti, ki jo izvedemo iz druge razpoložljive napetosti. Tak delilnik ima praktičen pomen samo, ko je na njegove izhodne sponke priklopljeno breme, saj v nasprotnem primeru ne opravlja koristne funkcije (podobno kot baterija, ki neuporabljena leži v predalu). Ključno vprašanje je, koliko se delilnikova izhodna napetost sesede ob priklopu bremena.

Slika 14.1 (levo) prikazuje delilnik s priklopljenim bremenom R_B, preko katerega teče tok i_b. Zaradi obstoja toka i_b, tokova i_1 in i_2, ki tečeta preko uporov R_1 in R_2, nista več enaka; $i_1 = i_2 + i_\mathrm{b}$. To poruši izhodišče za izpeljavo enačb 3.1 in 3.2 (stran 25), zaradi česar se napetost u_2 spremeni glede na izhodno napetost neobremenjenega delilnika.

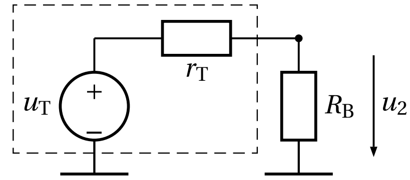


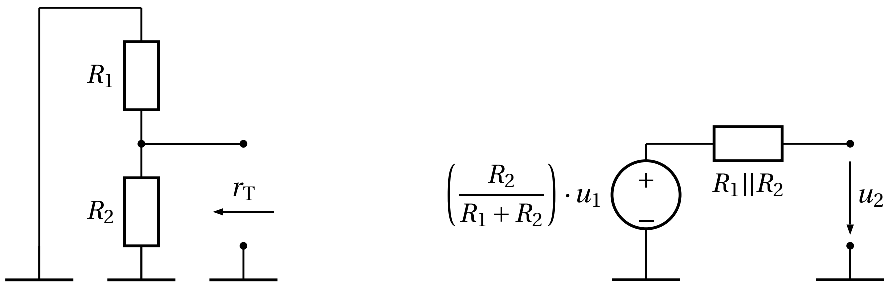
Slika 14.1. Obremenjen napetostni delilnik (levo) in neposredno upoštevanje bremenske upornosti (desno).

Vpliv bremena neposredno upoštevamo tako, da izračunamo novo delilno razmerje, pri čemer v enačbo 3.1 ali 3.2 ne vstavimo upornosti R_2, ampak upornost vzporedne vezave uporov R_2 in R_B, kar nakazuje slika 14.1 (desno). Pristop omogoča pravilen izračun napetosti u_2 ob prisotnosti konkretnega upora R_B, vendar na ta način ne pridemo do splošnih zaključkov.

Celovitejši pogled na vpliv upora R_B nam da Theveninovo nadomestno vezje delilnika na sliki 14.2. Ustrezna Theveninova napetost u_T je napetost u_2 brez prisotnosti bremena (enačba 3.1). Theveninova upornost delilnika r_T je enaka vzporedni vezavi uporov R_1 in R_2, kar ugotovimo tako, da izklopimo vse vire v vezju (slika 14.3, levo) in izračunamo upornost med izhodnima sponkama. Rezultat prikazuje slika 14.3 (desno).

Slika 14.2. Konceptualna obravnava vpliva bremena na izhodno napetost delilnika.





Slika 14.3. Določanje Theveninove notranje upornosti delilnika (levo) in delilnikovo Theveninovo nadomestno vezje (desno).

Slika 14.2 nakazuje, da vpliv bremena konceptualno obravnavamo z novim fiktivnim delilnikom, sestavljenim iz bremenskega upora R_B in Theveninove upornosti prvotnega delilnika. Situacija ustreza vezju na levi strani slike 4.2 (stran 29). Natančno vrednost napetosti u_2 ob prisotnosti bremena na slikah od 14.1 do 14.3 izračunamo z enačbo 5.1 (stran 35), kjer vlogo napetosti u_2 igra napetost u_b.

Nadomeščanje delilnika s Theveninovim virom je prva uporaba predhodne ugotovitve, da je vsako vozlišče vezja Theveninov vir. Delilnikovo notranjo upornosti določamo na povsem enak način, kot opisuje poglavje 12 za poljubno vozlišče.

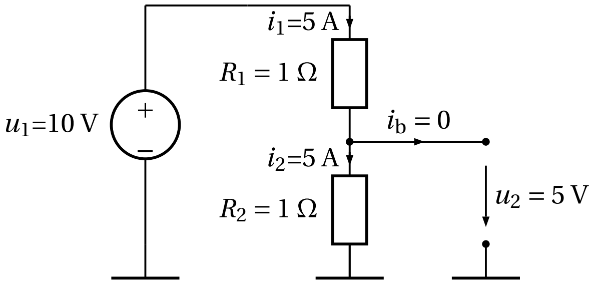
Bremenska napetost je približno enaka napetosti neobremenjenega delilnika in s tem njeni želeni vrednosti, ko je bremenska upornost mnogo večja od notranje upornosti delilnika (enačba 5.2 na strani 36 in slika 7.4 na strani 49).

Ker je delilnik čisto običajen napetostni vir, zanj veljajo vse ugotovitve o krmiljenju bremena. Izpostavimo zlasti, da z *napetostnim* delilnikom breme krmilimo *tokovno*, če je bremenska upornost mnogo manjša od delilnikove notranje upornosti (enačba 5.5 na strani 37 in slika 7.4 na strani 49).

14.1 Prvi računski primer delilnikove notranje upornosti

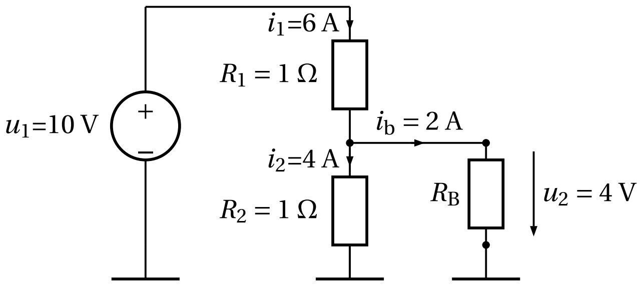
Pri študiju vezij se nenehno ponavlja zakoreninjena *zmota*, da je delilnikova upornost enaka upornosti upora R_1 na levi sliki 14.1, medtem ko se predhodno dobljeni rezultat $R_1||R_2$ pogosto *pozabi*. Razlog je verjetno v tem, da nam *naiven* pogled na levo stran slike 14.1 daje *lažen* vtis, da je breme R_B vezano na vir u_1 preko upora R_1. Posledično se nam v glavi ustvari *napačna* navezava na primere, ki so podobni levemu vezju na sliki 5.3 (stran 38).

Da tovrstno razmišljanje izkoreninimo, si natančno poglejmo, zakaj je napačno. Slika 14.4 prikazuje delilnik z delilnim razmerjem $1/2$, sestavljenim iz uporov R_1 in R_2, katerih upornost je 1 Ω. Delilnik je vzbujan z napetostjo 10 V, kar nam glede na delilno razmerje da izhodno napetost 5 V. Ta izhodna napetost velja v prikazanem stanju, kjer delilnik ni obremenjen. Pri tem preko obeh delilnikovih uporov teče tok 5 A.



Slika 14.4. Neobremenjen delilnik za numerični izračun njegove notranje upornosti.

Sedaj delilnik obremenimo z uporom R_B (slika 14.5). Upornost R_B naj bo tolikšna, da se delilnikova izhodna napetost sesede s 5 V na 4 V. Za naš namen ni potrebno poznati vrednosti te upornosti (ki znaša 2 Ω ☺), saj nas zanima zgolj bremenski tok i_b, ki teče iz delilnikovega izhoda v prikazanem stanju.



Slika 14.5. Obremenjen delilnik za numerični izračun njegove notranje upornosti.

Tok i_b določimo preko tokovega Kirchhoffovega zakona za izhodno vozlišče. Na uporu R_2 je napetost 4 V, zato preko njega teče tok 4 A, ki odteka iz vozlišča. Na uporu R_1 je napetost 6 V, zato preko njega teče tok 6 A, ki priteka v vozlišče. Ker je vsota pritekajočih tokov enaka vsoti odtekajočih tokov, je tok i_b enak 2 A.

Imamo dve ustrezni stanji na izhodnih sponkah delilnika, kar nam omogoča izračun notranje upornosti z enačbo 4.1 na strani 30.

$$r_T = -\frac{\triangle u_2}{\triangle i_b} = -\frac{5\,\mathrm{V} - 4\,\mathrm{V}}{0\,\mathrm{A} - 2\,\mathrm{A}} = -\frac{1\,\mathrm{V}}{-2\,\mathrm{A}} = 0{,}5\,\Omega$$

Rezultat je enak vzporedni vezavi uporov $R_1||R_2$, ne pa upornosti R_1. Razlog je naslednji. V izhodiščnem stanju na sliki 14.4 teče preko obeh uporov tok 5 A. Tok, ki priteka preko upora R_1, v celoti odteka preko upora R_2. Ko delilnik obremenimo in iz izhodne sponke teče bremenski tok 2 A, se izhodna napetost sesede za 1 V na 4 V. Posledično se zmanjša tok preko upora R_2 s 5 A na 4 A. To pomeni, da kljub povečanju bremenskega toka za 2 A, celoten dodatni tok i_b ne priteče preko upora R_1, saj v novem stanju upor R_2 zahteva manj toka zase.

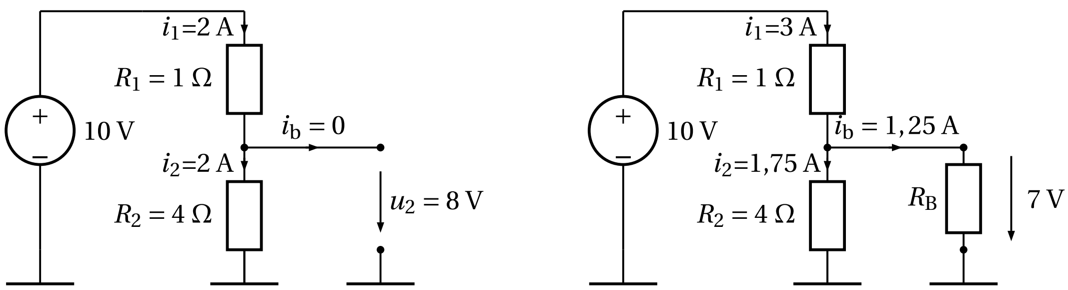
Kolikor manj toka odteka preko R_2 pri izhodni napetosti 4 V, toliko več toka, ki priteče iz upora R_1, je na razpolago bremenu. Posledično se pri bremenskem toku $i_b = 2$ A napetost na uporu R_1 ne poveča za 2 V, s čimer bi ta upor lahko dovajal bremenu dodatna 2 A toka. Namesto tega je dovolj, da se tok preko R_1 poveča samo za 1 A, saj preostanek toka do 2 A breme pridobi s tem, da 1 A manj odteka iz vozlišča preko upora R_2.

14.2 Drugi računski primer delilnikove notranje upornosti

Predhodni primer razčisti, zakaj oba upora nastopata v enačbi $R_1||R_2$ za izračun delilnikove Theveninove upornosti. Morda pa še vedno ni razumljivo, zakaj oba upora nastopata v tej enačbi *simetrično*, zaradi česar se Theveninova upornost spremeni na enak način, če spremenimo kateregakoli od obeh uporov.

Naivno razmišljanje nam mogoče dopoveduje, da bi moral biti vpliv upora R_1 pomembnejši, zaradi česar bi njegovo zmanjšanje moralo bolj zmanjšati Theveninovo upornost delilnika, kot naj bi to bilo v primeru upora R_2. Konec koncev celotni tok za pokrivanje tokovnih potreb bremena in upora R_2 priteče preko njega.

Razčistimo, zakaj sta vlogi uporov *popolnoma simetrični*. Leva stran slike 14.6 prikazuje neobremenjen delilnik iz uporov 1 Ω in 4 Ω, katerega delilno razmerje je $4/5$. Pripadajoča Theveninova napetost pri vzbujanju z 10 V je 8 V. V neobremenjenem stanju preko uporov teče tok 2 A.

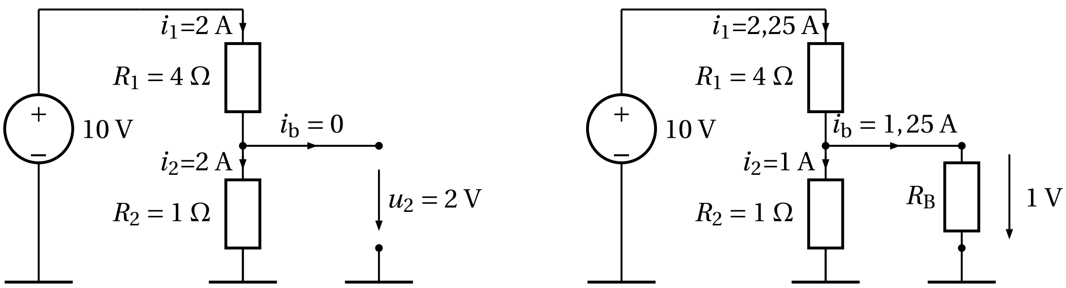


Slika 14.6. Neobremenjen (levo) in obremenjen (desno) delilnik z večjim spodnjim uporom.

Delilnik obremenimo z upornostjo, ki izhodno napetost sesede za 1 V na 7 V (desna stran slike 14.6). Po novem je na uporu R_1 napetost 3 V, zato preko njega priteka v izhodno vozlišče tok 3 A. Sesedanje izhodne napetosti torej povzroči, da je dotok toka v izhodno vozlišče večji za 1 A. Hkrati se tudi zmanjša tok preko upora R_2 z 2 A na 1,75 A, kar je sprememba za $-0{,}25$ A. Breme ima na voljo tako tok 1 A, ki dodatno teče preko R_1, kot tudi tok 0,25 A, ki ga R_2 ne odvaja več iz vozlišča. Bremenski tok je s tem enak 1,25 A.

Leva stran slike 14.7 prikazuje delilnik, pri katerem sta upora zamenjana. Novo delilno razmerje je $1/5$, zaradi česar je pri vzbujanju z napetostjo 10 V Theveninova napetost delilnika enaka 2 V. V neobremenjenem stanju preko obeh uporov teče enak tok 2 A kot pri prejšnjem delilniku.

Ponovno obremenimo delilnik z uporom R_B, ki povzroči sesedanje izhodne napetosti za 1 V (desna stran slike 14.7). Sprememba izhodne napetosti 1 V je enaka kot pri predhodnem delilniku, pri čemer je sedaj upor R_1 štirikrat večji, zato se dotok toka v izhodno vozlišče poveča samo za 0,25 A na 2,25 A, kar je bistveno manjše povečanje kot prej.



Slika 14.7. Neobremenjen (levo) in obremenjen (desno) delilnik z večjim zgornjim uporom.

Vendar je zmanjšanje toka preko upora R_2 v tem primeru enako 1 A, kar je bistveno več kot prej. Posledično ima breme zopet na razpolago tok $i_b = 1{,}25$ A. Sedaj postane večina bremenskega toka (1 A od celotnega toka 1,25 A) na razpolago zato, ker se močno zmanjša tok preko upora R_2.

Primerjava obeh primerov razkrije, da je pri Theveninovi upornosti delilnika vseeno, kateri upor je večji in kateri manjši. Če je upor R_1 manjši, ob sesedanju izhodne napetosti preko njega priteče v vozlišče ustrezno večji tok. Če pa je manjši upor R_2, se ob sesedanju izhodne napetosti bolj zmanjša odtok toka iz izhodnega vozlišča. Za breme je vedno na razpolago razlika tokov $(i_1 - i_2)$, zato je vseeno, ali se tok i_b poveča, ker se poveča dotok toka i_1, ali pa je večji tok i_b posledica manjšega odtoka toka i_2.

Ugotovitve veljajo za katerokoli vezje, ki mu določamo Theveninovo upornost. Ob spremembi izhodne napetosti se v splošnem prerazporedijo tokovi preko vseh uporov, ki sestavljajo vezje. Posledično na Theveninovo upornost izhodnega vozlišča vplivajo vsi upori vezja. To je razlog, da po izklopu virov izračunamo nadomestno upornost vezave *vseh* uporov, kar čuti Ohmmeter na priključnih sponkah.

14.3 Povzetek

- Izhodna napetost delilnika se seseda ob obremenitvi (kar splošno velja za vsak napetostni vir).
- Sesedanje sistematično analiziramo in računsko upoštevamo tako, da delilniku priredimo Theveninovo vezje. S tem lahko uporabimo vse ugotovitve, ki veljajo za Theveninov vir.
- Theveninova napetost je ustrezna izhodna napetost delilnika, ki jo določata vzbujalna napetost in delilno razmerje.
- Theveninova upornost je enaka upornosti vzporedne vezave uporov, ki sestavljata delilnik.
- Na Theveninovo upornost simetrično vplivata oba delilnikova upora.

15 DELILNIKOVE JOULSKE IZGUBE

Za študij poglavja je potrebno poznavanje VIS poglavja 14 in sekcije 5.1.

Ker je delilno razmerje delilnika odvisno samo od razmerja upornosti, medtem ko je njegova Theveninova upornost odvisna od absolutnih vrednosti upornosti, lahko izdelamo delilnik s poljubnim delilnim razmerjem in s poljubno Theveninovo upornostjo.

Primer 1. Potrebujemo delilnik z delilnim razmerjem 1/2, kar pomeni enaki upornosti uporabljenih uporov. Delilnik, zgrajen z uporoma 1 kΩ, ima notranjo upornost 500 Ω. Pri uporabi uporov 1 Ω postane notranja upornost enaka 0,5 Ω. □

Notranja upornost 0,5 Ω zagotavlja zanemarljivo sesedanje izhodne napetosti ob priklopu večine bremen signalne elektronike. Na tak delilnik lahko priklopimo tudi šibkejše elektromotorje, ki so vgrajeni v otroške igrače. V primeru delilnika z notranjo upornostjo 500 Ω bi priklop takega motorja (R_B okvirno 20 Ω) povzročil nesprejemljive razmere, saj bi motor deloval na napetosti 0,2 V (96 % sesedanje) namesto na pričakovanih 5 V. Pri delilniku iz uporov 1 Ω bi isti motor napajali s 4,87 V (2,6 % sesedanje), kar je verjetno sprejemljivo, saj bi motor še vedno imel zadovoljiv navor.

Iz nakazane diskusije sledi želja po čim manjši notranji upornosti delilnika, saj se s tem manjša sesedanje generirane napetosti pri obremenitvi delilnikovega izhoda. Posledično morata biti upornosti uporov R_1 in R_2 čim manjši. Nakazano razmišljanje je na prvi pogled nesporno, vendar *odpove*, ko analiziramo delilnikove Joulske izgube.

15.1 Izgubna moč napetostnega delilnika

Ko delilnik vzbujamo, preko uporov teče tok, kar povzroča izgubno moč p, ki jo s pomočjo leve strani slike 3.1 (stran 25) izračunamo z naslednjo enačbo.

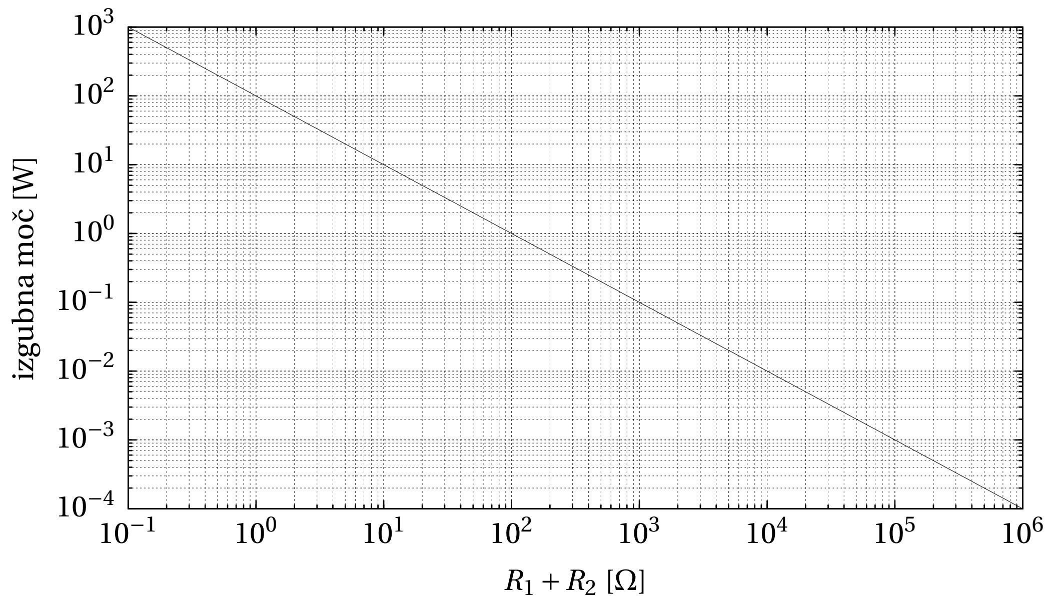
$$p = u_1 \cdot i = u_1 \cdot \left(\frac{u_1}{R_1 + R_2} \right) = \frac{u_1^2}{R_1 + R_2}$$

Izgubna moč narašča z manjšanjem upornosti vgrajenih uporov. Ker želimo, da je izgubna moč čim manjša, težimo k temu, da sta upora R_1 in R_2 čim večja. Zahteva po zmanjšanju izgubne moči je *nasprotujoča* zahtevi po zmanjšanju notranje upornosti.

Primer 2. Delilnik z delilnim razmerjem 1/2, zgrajen iz uporov 1 kΩ, je priklopljen na napetost 10 V. To povzroča izgubno moč 50 mW. Delilnik z istim delilnim razmerjem, zgrajen iz uporov 1 Ω, povzroča pri isti napetosti izgubno moč 50 W. □

Pri drugem delilniku plačamo visoko ceno za nizko notranjo upornost, saj so njegove izgube primerljive s porabo manjšega grelnika vode, kar je popolnoma nesprejemljivo.

Slika 15.1 prikazuje delilnikove izgube v odvisnosti od vsote upornosti delilnikovih uporov, pri čemer je delilnik napajan z napetostjo 10 V. Če razmere dovoljujejo uporabo delilnika, pri katerem je vsota upornosti obeh uporov enaka 1 MΩ, proizvaja delilnik izgubno moč 100 µW. Pri vsoti uporov 1 kΩ se izgube tisočkrat povečajo in znašajo 100 mW. Pretirano manjšanje skupne upornosti na vrednost 0,1 Ω poveča izgube delilnika na absurdno vrednost 1 kW.



Slika 15.1. Izgubna moč v odvisnosti od skupne upornosti delilnikovih uporov.

Načrtovanje delilnikov neusmiljeno diktira kompromis med njihovo Theveninovo upornostjo in energijsko porabo, pri čemer je vsaka situacija svojevrstna in zahteva ločeno obravnavo. Nemogoče je v učbenik napisati, kakšni sta optimalni vrednosti uporabljenih upornosti pri določenem delilnem razmerju. Pri baterijskem napajanju je poraba energije 1 mW velika, celo usodna za uporabnost sistema. Sistemi, priklopljeni na omrežno napetost, so v tem pogledu manj kritični, vendar si še vedno ne moremo privoščiti pretirane porabe, na kar opozarja predhodni primer.

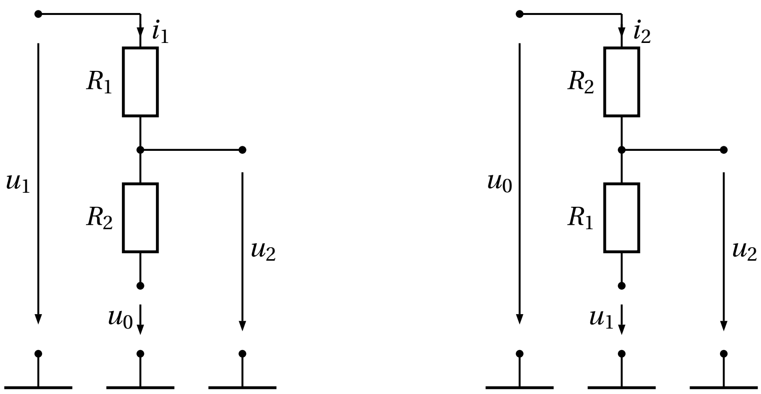
15.2 Povzetek

- Delilno razmerje in notranjo upornost delilnika lahko načrtujemo povsem neodvisno.
- Za dosego čim manjše Theveninove upornosti delilnika težimo k vgradnji čim manjših absolutnih vrednosti upornosti.
- Za dosego čim manjših Joulskih izgub težimo k vgradnji čim večjih absolutnih vrednosti upornosti.
- Za izbiro optimalnih upornosti delilnikovih uporov je potrebno vsako situacijo posebej preučiti.

16 OBOJESTRANSKO VZBUJAN DELILNIK

Za študij poglavja je potrebno poznavanje VIS poglavij 3 in 11.

Slika 16.1 prikazuje obojestransko vzbujan delilnik, kjer upor R_2 ni vezan na maso, ampak na dodatno vzbujalno napetost. Tako leva kot desna stran slike prikazujeta isti delilnik, pri čemer je desni prikaz obrnjen na glavo glede na levega. Namen obeh prikazov je poudariti, da v tem primeru nima smisla ločevati med “zgornjim” in “spodnjim” uporom, kot je to izvedeno v poglavju 3, kjer enega od uporov imenujemo *izhodni* upor.



Slika 16.1. Obojestransko vzbujan napetostni delilnik v dveh prikazih.

Z levim vezjem na sliki 16.1 izračunajmo izhodno napetost u_2. Preko obeh uporov teče tok i_1, ki ga podaja naslednja enačba.

$$i_1 = \frac{u_1 - u_0}{R_1 + R_2}$$

Ta tok povzroča napetost na uporu R_2 (in na R_1). Izhodna napetost u_2 je enaka vsoti padca napetosti na uporu R_2 in napetosti u_0. To nam da naslednjo enačbo, kjer je napetost u_2 superpozicija obeh vzbujalnih napetosti.

$$\boxed{u_2 = u_0 + R_2 \cdot i_1 = \frac{R_1 \cdot u_0 + R_2 \cdot u_1}{R_1 + R_2} = \underbrace{\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \cdot u_0}_{\text{superpozicija za } u_0} + \underbrace{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot u_1}_{\text{superpozicija za } u_1}} \tag{16.1}$$

Pri deljenju napetosti u_0 je upor R_1 izhodni upor in se nahaja v števcu delilnega razmerja, medtem ko ima pri deljenju napetosti u_1 to vlogo upor R_2. Vlogi uporov sta simetrični glede na pripadajoči vzbujanji, kar je razvidno iz primerjave levega in desnega vezja na sliki 16.1.

Da še dodatno poudarimo simetričnost strukture (vključno z vzbujanjema), izpeljimo isto enačbo še enkrat, pri čemer izhajajmo iz desnega vezja na sliki 16.1. Sedaj preko obeh uporov teče tok i_2, ki ga podaja naslednja enačba.

$$i_2 = \frac{u_0 - u_1}{R_1 + R_2}$$

Ta tok povzroča padec napetosti na uporu R_1 (in R_2), izhodna napetost u_2 pa je enaka vsoti padca napetosti na uporu R_1 in napetosti u_1.

$$u_2 = u_1 + R_1 \cdot i_2 = \frac{R_2 \cdot u_1 + R_1 \cdot u_0}{R_1 + R_2} \quad = \quad \underbrace{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot u_1}_{\text{superpozicija za } u_1} + \underbrace{\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \cdot u_0}_{\text{superpozicija za } u_0}$$

Dojemanje simetrije delilnika je nadvse pomembno za razumevanje vezij, ki ta sklop vsebujejo. (To dodatno poudari leva shema na sliki 18.1 ☾, ki isto vezje prikaže še nekoliko drugače.)

Obojestransko vzbujan delilnik lahko proizvede poljubno napetost med u_0 in u_1. Poseben primer nastopi, ko sta oba upora enaka. Takrat dobimo na delilnikovem izhodu povprečno vrednost napetosti u_0 in u_1, v kar se prepričamo, če v enačbo 16.1 vstavimo ($R_2 = R_1$) in pokrajšamo upornosti.

$$u_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_1}\right) \cdot u_0 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_1}\right) \cdot u_1 = \frac{u_0}{2} + \frac{u_1}{2} = \frac{u_0 + u_1}{2} \tag{16.2}$$

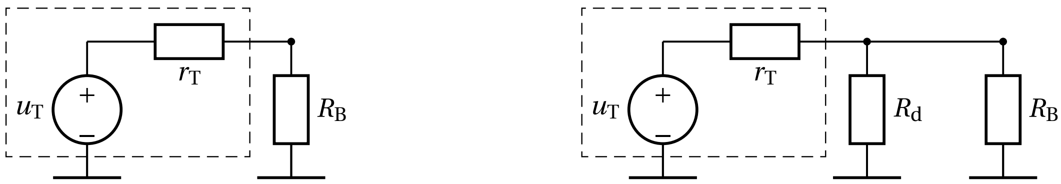
16.1 Povzetek

- Obojestransko vzbujan delilnik dobimo tako, da izhodni upor osnovnega delilnika povežemo na drugo vzbujalno napetost namesto na maso.
- Dobljeno vezje na izhodu daje vsoto obeh vhodnih napetosti, ki sta deljeni z ustreznim delilnim razmerjem (superpozicija).
- Tak delilnik lahko na izhodu proizvede poljubno napetost med obema vzbujalnima napetostima.
- Tak delilnik je simetrična struktura s stališča vloge obeh vhodnih napetosti in pripadajočih uporov.
- Če imata delilnikova upora enaki upornosti, je njegova izhodna napetost enaka povprečni vrednosti obeh vhodnih napetosti.

17 Priklop večih bremen na vir

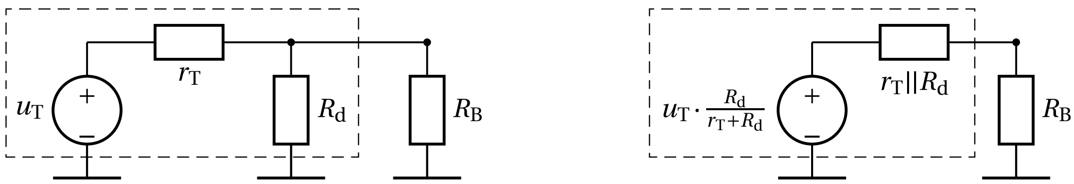
Predznanja vsebujeta VIS sekciji 4.1 in 5.1 ter poglavje 14.

Leva stran slike 17.1 prikazuje breme R_B, priklopljeno na Theveninov vir z upornostjo r_T. Vzporedno z bremenskim uporom vežimo dodatni upor R_d, kot prikazuje desna stran slike 17.1.



Slika 17.1. Priklop bremena na Theveninov vir (levo) in vezava dodatnega upora vzporedno z bremenom (desno).

S stališča bremena R_B je vseeno, ali na upor R_d gledamo kot na dodatno breme Theveninovega vira, ali pa ga smatramo za sestavni del vira, kot prikazuje leva stran slike 17.2. Dodani upor R_d tvori s prvotno notranjo upornostjo r_T delilnik, zato je Theveninova napetost novega vira s stališča upora R_B določena s pripadajočim delilnim razmerjem, medtem ko je nova Theveninova upornost vira enaka vzporedni vezavi uporov r_T in R_d. Situacijo prikazuje desna stran slike 17.2.



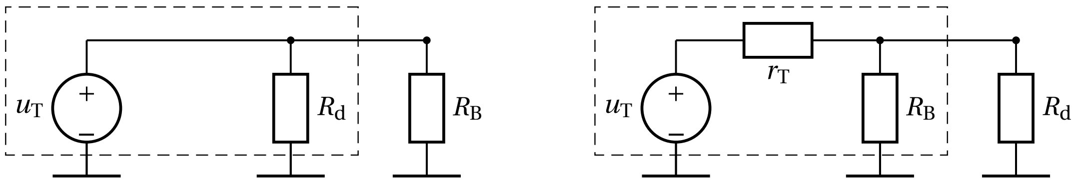
Slika 17.2. Dodatni upor kot del vira (levo) in rezultirajoči napetostni vir (desno).

Naj bo upor R_d mnogo večji od začetne notranje upornosti r_T, kar je potrebni pogoj, da napetostni vir ohrani zmožnost napetostnega krmiljenja. V tem primeru se za breme R_B razmere v vezju ne spremenijo bistveno v primerjavi z začetnim stanjem brez upora R_d. Iz pogoja ($R_\mathrm{d} \gg r_\mathrm{T}$) sledita naslednji aproksimaciji.

$$u_\mathrm{T} \cdot \left(\frac{R_\mathrm{d}}{\cancel{r_\mathrm{T}} + R_\mathrm{d}}\right) \approx u_\mathrm{T} \qquad\qquad r_\mathrm{T}||\cancel{R_\mathrm{d}} \approx r_\mathrm{T}$$

Če je izpolnjen pogoj ($R_\mathrm{d} \gg r_\mathrm{T}$), upor R_B skoraj ne občuti prisotnosti upora R_d. Taka situacija je v praksi zelo pogosta.

Skrajni primer nastopi, ko sta upora vezana na idealni napetostni vir, kot prikazuje leva stran slike 17.3. Sedaj upora drug drugega sploh ne čutita in obema je vsiljena natančno napetost u_T.



Slika 17.3. Breme z dodanim vzporednim uporom pri idealnem napetostnem viru (levo) in zamenjava vlog obeh uporov (desno).

Vrnimo se k levi strani slike 17.2. V tem vezju imata upora R_B in R_d popolnoma simetrično vlogo, zato lahko upor R_d smatramo kot breme, upor R_B pa kot dodani upor, kar prikazuje desna stran slike 17.3. Posledično nima smisla ločevati pomena obeh uporov, iz česar sledi posplošitev predhodne ugotovitve.

Če so na Theveninov vir z notranjo upornostjo r_T vzporedno vezani upori $R_1, ..., R_i, ..., R_n$, pri čemer je izpolnjen pogoj $r_T \ll R_1||...||R_i||...||R_n$, potem se ti upori med seboj skoraj ne čutijo. Potreben (ne pa zadosten) pogoj za tako situacijo je, da za vsak upor posebej velja $r_T \ll R_i$.

Uporabo podane ugotovitve srečujemo na vsakem elektrotehniškem koraku. Ko imamo na razpolago eno zidno vtičnico, na katero želimo priklopiti večje število gospodinjskih aparatov, si pomagamo z električnim razdelilnikom. Posamezne naprave, ki jih priklopimo na razdelilnik, imajo vlogo uporov, ki so vzporedno vezani na skupni vir (prvotno vtičnico). Če tako priklopljeni aparati vtičnice ne obremenijo preveč ($R_i \gg r_T$), delujejo vsak zase enako, kot da bi bil zgolj en sam porabnik priklopljen na izhodiščno vtičnico. Prav tako ni potrebno zgraditi ločene elektrarne za vsako posamezno hišo R_i, ampak je večje število hiš vzporedno vezanih na eno elektrarno (kar je precej poenostavljen opis, vendar zajame bistvo obravnavane tematike).

Elektronske naprave, kot so TV sprejemniki, akustični ojačevalniki, pametni telefoni in podobno, vsebujejo mnogo elektronskih sklopov (prikazovalnik, ojačevalnik za zvočnik, sprejemnik, oddajnik, mikrokrmilnik, ...), pri čemer ne vsebujejo ločenega napajalnega vezja za napajanje vsakega sklopa posebej. Namesto tega elektronska naprava tipično vsebuje en napajalnik ali manjše število le teh, ki vsak zase napaja večje število sklopov. Slednji predstavljajo upore R_i, naprava pa deluje zadovoljivo le, če noben sklop (in vsi skupaj) pripadajočega napajalnega vezja ne obremenijo preveč.

Primer 1. Ko na parkirišču pri ugasnjenem motorju poslušamo avtoradio, slednji za akumulator predstavlja breme R_B. Nato se stemni in prižgemo luč na stropu avtomobila, ki predstavlja novo breme R_d, ki je na akumulator vezano vzporedno z R_B. Ker nobeno od obeh bremen akumulatorja ne obremeni preveč, lahko nadaljujemo s poslušanjem glasbe, saj avtoradio prisotnosti luči ne občuti znatno (in obratno). □

Primer 2. Ko skušamo zagnati avtomobilski motor, pogoj $R_\mathrm{i} \gg r_\mathrm{T}$ ni več izpolnjen, saj zaganjalnikova impedanca ni izrazito večja od Theveninove upornosti akumulatorja. Avtoradio preneha igrati, luč pa skoraj ugasne. Podobno situacijo imamo, ko naš sosed uporablja močnejši varilni aparat, pri čemer zaradi nepoštenega nižanja cene električne energije popolnoma brez slabe vesti prijavi premajhno priključno moč svojega hišnega priključka. □

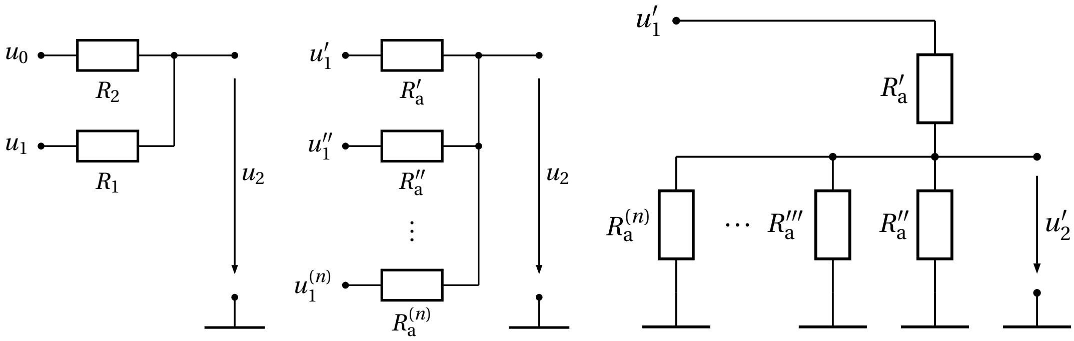
17.1 Povzetek

- Bremena, vzporedno priklopljena na Theveninov vir, se med seboj skoraj ne čutijo, če je njihova vzporedna upornost bistveno večja od Theveninove upornosti vira.

18 Večvhodni delilnik ☾

Predznanja vsebujejo [VIS] poglavja 3, 11 in 16.

Ko je obojestransko vzbujan delilnik osvojen (levo vezje na sliki 18.1), imamo odskočno desko za delilnikove nadaljnje razširitve. Srednje vezje na sliki 18.1 posploši levo vezje v delilnik s poljubnim številom vhodov. Pri tem so zgolj dodane nove vhodne veje v izhodiščno strukturo. Upori so označeni z različnimi oznakami, vendar se trenutno omejimo na situacijo, kjer so vse upornosti enake.



Slika 18.1. Večanje števila delilnikovih vhodov: dvovhodni delilnik (levo), večvhodni delilnik (sredina) in superpozicija za njegov prvi vhod (desno).

Desna stran zgornje slike prikazuje superpozicijo za izračun napetosti u_2 pri vzbujanju s prvim vhodom. Število uporov R_a je n, od katerih je $(n-1)$ vezanih na maso (poglavje 11). Napetost u_2' je izhodna napetost napetostnega delilnika, sestavljenega iz upora R_a' in upornosti $R_\mathrm{a}/(n-1)$, ki jo izkazuje $(n-1)$ enakih vzporedno vezanih uporov R_a, označenih z oznakami od R_a'' do $R_\mathrm{a}^{(n)}$.

$$u_2' = \left(\frac{R_\mathrm{a}/(n-1)}{R_\mathrm{a} + R_\mathrm{a}/(n-1)}\right) \cdot u_1' = \left(\frac{R_\mathrm{a}}{(n-1)\cdot R_\mathrm{a} + R_\mathrm{a}}\right) \cdot u_1' = \left(\frac{R_\mathrm{a}}{n \cdot R_\mathrm{a}}\right) \cdot u_1' = \frac{u_1'}{n}$$

Na povsem enak način lahko izvedemo tudi superpozicijo za ostale vhode, iz česar sledi naslednja enačba, ki je direktna posplošitev enačbe 16.2 (stran 93).

$$\boxed{u_2 = \frac{u_1'}{n} + \frac{u_1''}{n} + \cdots + \frac{u_1^{(n)}}{n} = \frac{u_1' + u_1'' + \cdots + u_1^{(n)}}{n}} \tag{18.1}$$

Na izhodu delilnika, sestavljenega iz poljubnega števila enakih uporov, dobimo povprečno vrednost njegovih vhodnih napetosti.

18.1 Spreminjanje koeficientov delilnikovih vhodov

Vrnimo se k enačbi 18.1 in jo preoblikujmo v naslednjo obliko.

$$u_2 = \frac{u_1' + u_1'' + \cdots + u_1^{(n)}}{n} = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot u_1' + \left(\frac{1}{n}\right) \cdot u_1'' + \cdots + \left(\frac{1}{n}\right) \cdot u_1^{(n)} \tag{18.2}$$

Sedaj izhodne napetosti u_2 ne obravnavamo kot povprečno vrednost vhodnih napetosti, ampak kot vsoto n vhodnih napetosti, od katerih je vsaka zase pomnožena (skalirana) s koeficientom $(1/n)$. Enakost koeficientov sledi iz omejitve, da so vsi delilnikovi upori enaki.

Pri uporabi različnih uporov imajo posamezne vhodne napetosti različna delilna razmerja oziroma koeficiente, kar zapišimo na naslednji način.

$$u_2 = k_1 \cdot u_1' + k_2 \cdot u_1'' + \cdots + k_n \cdot u_1^{(n)} \tag{18.3}$$

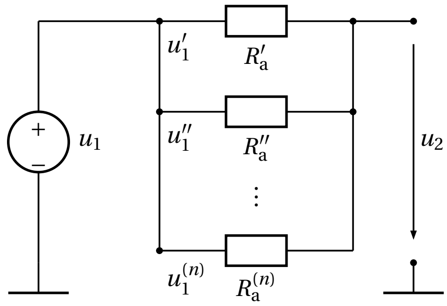
Z ustrezno izbiro uporov je možno realizirati poljuben nabor koeficientov od k_1 do k_n ob omejitvah, da so vsi koeficienti pozitivni in da je njihova vsota enaka ena. Omejitev na pozitivne koeficiente je transparentno jasna, saj delilnik, ki ga vzbujamo na enem (kateremkoli) vhodu, na svojem izhodu ne more proizvesti napetosti, ki ima nasprotni predznak od vhodne napetosti. Manj razviden je razlog omejenosti izbire vsote koeficientov.

Togost vsote koeficientov smo dejansko spoznali že pri predhodnih delilnikih. Pri dveh vhodnih vejah (slika 16.1) podaja izračun izhodne napetosti enačba 16.1, kjer je vsota obeh koeficientov natančno ena.

$$k_1 + k_2 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) + \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} = 1$$

Ravno tako je vsota koeficientov enaka ena v enačbi 18.1 oziroma 18.2, saj imamo v tem primeru n koeficientov z vrednostjo $(1/n)$, katerih vsota je zopet ena.

Ta lastnost velja *neodvisno od števila in upornosti* uporov na srednji sliki 18.1. V to se prepričajmo z vezjem na sliki 18.2, kjer so vse vhodne napetosti vzbujane z istim napetostnim virom.



Slika 18.2. Vezava delilnikovih vhodov na skupno vzbujalno napetost.

V tej situaciji tok ne teče preko nobenega upora, saj sta napetosti u_1 in u_2 enaki, ker lahko upornost vzporedne vezave uporov smatramo za Theveninovo upornost vira u_1, ki v tem primeru ni obremenjen, zato na izhodnih sponkah u_2 ni sesedanja napetosti.

Iz enakosti napetosti u_1 in u_2 sledi naslednja enačba.

$$u_2 = \underbrace{k_1 \cdot u_1' + k_2 \cdot u_1'' + \cdots + k_n \cdot u_1^{(n)}}_{\text{superpozicije vseh vhodnih napetosti}} = u_1$$

Ker so v tem primeru vse vhodne napetosti enake vzbujalni napetosti u_1, se enačba poenostavi v naslednjo obliko.

$$u_2 = u_1 = k_1 \cdot u_1 + k_2 \cdot u_1 + \cdots + k_n \cdot u_1 = (k_1 + k_2 + \cdots + k_n) \cdot u_1$$

$$\boxed{k_1 + k_2 + \cdots + k_n = 1} \tag{18.4}$$

Z delilnikom je možno izdelati poljubno linearno kombinacijo vhodnih napetosti, pri kateri je vsota koeficientov, ki so pozitivni, enaka ena.

Primer 1. Potrebujemo štiri vhode z razmerjem koeficientov 1:2:4:6. Ker $(1+2+4+6) = 13$ ni enako ena, ne moremo izdelati vezja s koeficienti $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $k_3 = 4$ in $k_4 = 6$. Lahko pa izdelamo vezje s koeficienti $k_1 = 1/13$, $k_2 = 2/13$, $k_3 = 4/13$ in $k_4 = 6/13$, katerih vsota je enaka ena.

Ker so koeficienti določeni samo z medsebojnim razmerjem upornosti, niso pa odvisni od absolutnih vrednosti le-teh, si za izhodišče izberimo poljubno upornost R. Upornosti od R_a' do R_a'''' izračunamo tako, da izbrano upornost R delimo s pripadajočim koeficientom vhoda. V našem primeru dobimo $R_\text{a}' = R/(1/13) = (13/1) \cdot R$, $R_\text{a}'' = R/(2/13) = (13/2) \cdot R$, $R_\text{a}''' = R/(4/13) = (13/4) \cdot R$ in $R_\text{a}'''' = R/(6/13) = (13/6) \cdot R$. □

Postopek je pravilen pri poljubnem številu vhodnih vej in pozitivni konfiguraciji koeficientov, katerih vsota je enaka ena, kar preverimo na naslednji način. Najprej pokažimo, da je vzporedna upornost tako določenih uporov enaka izhodiščni upornosti R.

$$\boxed{\frac{1}{R_{||}} = \left(\frac{1}{R_\text{a}'} + \frac{1}{R_\text{a}''} + \cdots + \frac{1}{R_\text{a}^{(n)}}\right) = \left(\frac{k_1}{R} + \frac{k_2}{R} + \cdots + \frac{k_n}{R}\right) = \frac{1}{R} \cdot (k_1 + k_2 + \cdots + k_n) = \frac{1}{R}} \tag{18.5}$$

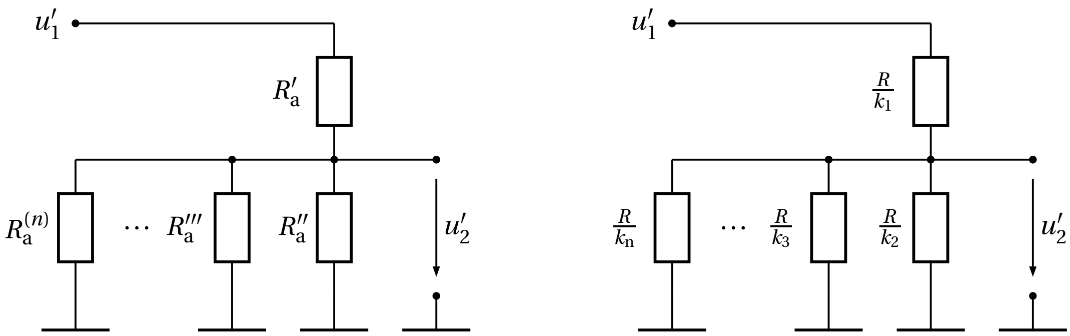
Sedaj naredimo superpozicijo za prvi vhod u_1', kar prikazuje leva stran slike 18.3. Na desni strani slike so prikazane dejanske upornosti uporov. Razvidno je, da gre za napetostni delilnik, ki ga sestavljata upora R_a' in vzporedna upornost preostalih uporov. Upornost prvega upora je R/k_1, medtem ko upornost vzporedne vezave določimo na naslednji način.

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{\text{ostali}}} &= \left(\frac{1}{R''_{\text{a}}}+\cdots+\frac{1}{R^{(n)}_{\text{a}}}\right) = \left(\frac{k_2}{R}+\cdots+\frac{k_n}{R}\right) = \frac{(k_2+\cdots+k_n)}{R}\\ &= \frac{(k_2+\cdots+k_n)+k_1-k_1}{R} = \frac{(k_1+k_2+\cdots+k_n)-k_1}{R} = \frac{1-k_1}{R}\end{aligned}$$

Dobljeni delilnik sestavljata upora R/k_1 in $R/(1-k_1)$, katerih delilno razmerje izpeljemo z naslednjo enačbo.

$$\frac{\frac{R}{(1-k_1)}}{\frac{R}{(1-k_1)}+\frac{R}{k_1}} = \frac{\frac{1}{(1-k_1)}}{\frac{1}{(1-k_1)}+\frac{1}{k_1}} = \frac{1}{1+\frac{1-k_1}{k_1}} = \frac{1}{\frac{k_1}{k_1}+\frac{1-k_1}{k_1}} = \frac{1}{\frac{1}{k_1}} = k_1 \tag{18.6}$$

Rezultat potrjuje pravilnost koeficienta prvega vhoda. Na enak način se prepričamo tudi v pravilnost koeficientov ostalih vhodov.



Slika 18.3. Superpozicija za prvi delilnikov vhod z oznakami uporov (levo) in z dejanskimi vrednostmi upornosti (desno).

18.2 Manjšanje vsote koeficientov

Delilnik je pasivno vezje, zato na izhodu ne more generirati večjih napetosti od vzbujalnih napetosti na svojih vhodih. Posledično nam nobena manipulacija ne more dvigniti vsote koeficientov v enačbi 18.3 nad vrednost ena. Možno pa je doseči vsoto, ki je manjša od ena. Pri tem ne gre za razširitev ali predelavo v polnem pomenu besede, ampak bolj za trik, saj je bilo predhodno pokazano, da ta vsota dejansko mora biti enaka ena.

Prijem, ki ga opisujemo, je uporabljen že pri prvem spoznanem delilniku na levi strani slike 3.1 (stran 25), saj je v njegovem primeru vsota koeficientov enaka $R_2/(R_1+R_2)$, kar je manj od ena. Trik je v tem, da ima lahko delilnik več vhodov, kot jih potrebujemo. Vsota koeficientov *vseh* vhodov je nujno enaka ena, pri čemer lahko določene vhode povežemo na maso, tako da njihove superpozicije ne prispevajo k izhodni napetosti. Delilnik na sliki 3.1 je v resnici delilnik na sliki 16.1, za katerega v celoti veljata enačbi 16.1 in 18.4, le da je pri njem napetost u_0 enaka nič.

$$u_2 = \cancel{\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)\cdot u_0} + \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot u_1 = \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot u_1 \tag{18.7}$$

Na isti način lahko v vezje na sredini slike 18.1 dodamo en vhod več od dejanskega števila vhodnih napetosti. Dodatni vhod s svojim koeficientom zapolni potrebno vrzel med želeno vsoto koeficientov in neobhodno vrednostjo ena.

Primer 2. Izhajajmo iz predhodne zahteve štirih vhodov z razmerjem koeficientov 1:2:4:6, za katerega je bil izveden delilnik s koeficienti $k_1 = 1/13$, $k_2 = 2/13$, $k_3 = 4/13$ in $k_4 = 6/13$, katerih vsota je enaka ena.

Sedaj želimo izdelati delilnik z istim razmerjem koeficientov, le da je njihova vsota enaka $1/3$. To dosežemo tako, da delilniku vgradimo dodaten vhod, katerega koeficient je enak $2/3$, kolikor želeni vsoti manjka do vrednosti ena. Dodatni vhod povežemo na maso.

Nabor vhodnih koeficientov je $k_1 = (1/13) \cdot (1/3)$, $k_2 = (2/13) \cdot (1/3)$, $k_3 = (4/13) \cdot (1/3)$ in $k_4 = (6/13) \cdot (1/3)$, zraven pa je dodan koeficient $k_+ = 2/3$. Delilnik načrtamo na popolnoma enak način, kot je predhodno opisano. Pri tem postopamo, kot da imamo pet vhodov namesto štirih in ne pozabimo petega vhoda s $k_+ = 2/3$ povezati na maso. □

18.3 Theveninova upornost splošnega delilnika

S srednjim vezjem na sliki 18.1 določimo Theveninovo upornost poljubnega delilnika. Ko vse vhodne napetosti izklopimo, ohmmeter med izhodno sponko in maso izmeri upornost vzporedne vezave vseh delilnikovih uporov.

Theveninova upornost kateregakoli delilnika je enaka vzporedni vezavi njegovih uporov.

Ko delilnik načrtamo tako, da predpisane koeficiente njegovih vhodov delimo z izbrano upornost R (primer 1), je nadomestna upornost vzporedne vezave dobljenih uporov ravno enaka tej izbrani upornosti (enačba 18.5). Upornost R torej ni poljubna upornost brez globljega pomena za načrtovanje vezja, ampak ima zelo pomembno vlogo, saj njena vrednost določa Theveninovo upornost izvedenega delilnika. Posledično moramo vrednosti te upornosti posvetiti ustrezno pozornost, saj zanjo veljajo predhodno opisani kompromisi (velikost sesedanja proti izgubni moči delilnika).

18.4 Uporaba nenormiranih koeficientov

Kaj se zgodi, če vsota koeficientov, s katerimi v primeru 1 delimo izhodiščno izbrano upornost R, ni enaka ena? V konkretnem primeru je prvotna vsota enaka $(1+2+4+6) = 13$. Če koeficientov ne delimo z njihovo vsoto 13, ampak uporabimo nenormirane vrednosti 1, 2, 4 in 6, so vse izračunane upornosti za faktor 13 manjše, kot bi bile sicer. Na primer, upornost R'_a, ki je bila predhodno enaka $R'_\mathrm{a} = R/(1/13) = (13/1) \cdot R = 13 \cdot R$, je sedaj enaka $R'_\mathrm{a} = R/1 = 1 \cdot R = R$.

Medsebojna *razmerja* upornosti izračunanih uporov so popolnoma enaka, kot če bi koeficiente pred izračunom normirali. Ker delilna razmerja vhodnih napetosti določajo samo razmerja upornosti, so dobljeni koeficienti v enačbi 18.3 popolnoma enaki ne glede na to, ali so predpisani koeficienti normirani ali ne. Vsota dejanskih dobljenih koeficientov je vedno enaka ena, saj se absolutne vrednosti upornosti krajšajo (na primer v enačbi 18.6).

Po drugi strani Theveninova upornost delilnika *je* odvisna od absolutnih vrednosti upornosti. Če so vse upornosti 13-krat manjše, je tudi Theveninova upornost delilnika tolikokrat manjša. Sledi, da je Theveninova upornost delilnika, načrtanega s postopkom deljenja izhodiščne upornosti R s podanimi vrednostmi (normiranih ali nenormiranih) koeficientov k_i, enaka $R/(\sum k_i)$. Če je vsota $(\sum k_i)$ že v izhodišču enaka ena, se dogajanje reducira na predhodno diskusijo.

18.5 Povzetek

- Delilnik je struktura s poljubnim številom vhodov.
- Pri enakih uporih je izhodna napetost delilnika vedno povprečna vrednost vseh vhodnih napetosti.

Sekcija 18.1

- Ko se delilnikovi upori razlikujejo, so posamezni vhodi uteženi z različnimi koeficienti.
- Vsak posamezni koeficient je nujno pozitiven.
- Vsota vseh koeficientov je nujno enaka ena.
- Delilnikove upore določimo tako, da izbrano izhodiščno upornost delimo s koeficientom pripadajoče vhodne veje.
- Vzporedna vezava vseh tako dobljenih uporov je enaka izhodiščni upornosti.

Sekcija 18.2

- Z uporabo dodatnega vhoda izvedemo delilnik, katerega vsota koeficientov je manjša od ena.
- Koeficient dodatnega vhoda pokrije potrebno razliko želene vsote koeficientov do vrednosti ena.
- Dodatni vhod nujno povežemo na maso.

Sekcija 18.3

- Theveninova upornost splošnega delilnika je enaka vzporedni vezavi vseh njegovih uporov.
- Pri načrtovanju delilnika s postopkom deljenja izhodiščne izbrane upornosti s predpisanimi koeficienti je delilnikova Theveninova upornost enaka izhodiščni izbrani upornosti.

Sekcija 18.4

- Vsota delilnih razmerij delilnika je vedno enaka ena, tudi če izhodiščni koeficienti niso normirani.
- Theveninova upornost delilnika je tolikokrat manjša od izhodiščne izbrane upornosti, kolikor je vsota predpisanih koeficientov.

Del V

Predznanja o ojačevalnikih

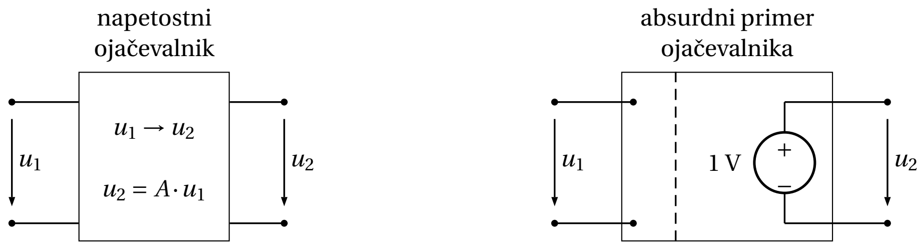
V sklopu tematik, ki so pred nami, spoznamo osnovne pojme ojačevalnikov in nekatere neidealnosti, ki so z njimi povezane. Pri obravnavi statičnih karakteristik ojačevalnikov sta še posebej pomembni dve neidealnosti: nasičenje in napetostni premik, ki pomembno vplivata na inženirske odločitve. Tretja zelo pomembna neidealnost, ki je na tem mestu ne obravnavamo, je ojačevalnikova nelinearnost.

Konceptualno pravilno obravnavo ojačevalnikovega ojačenja ob prisotnosti omenjenih neidealnosti nam omogoča uporaba diferenčnih veličin. Prijem smo že spoznali pri določanju notranjih upornosti vezja, kar v tem sklopu še dodatno osvetlimo.

Osvojimo tudi osnove decibelov in kompleksnega računa, brez katerih je obravnava frekvenčnih odvisnosti ojačevalnikov vsaj izrazito nerodna, če ne že skoraj nemogoča. Brez teh znanj so nam nedostopne tako podatkovne preglednice elektronskih elementov, kot tudi večina odlične literature o elektroniki.

19 Osnove ojačevalnikov

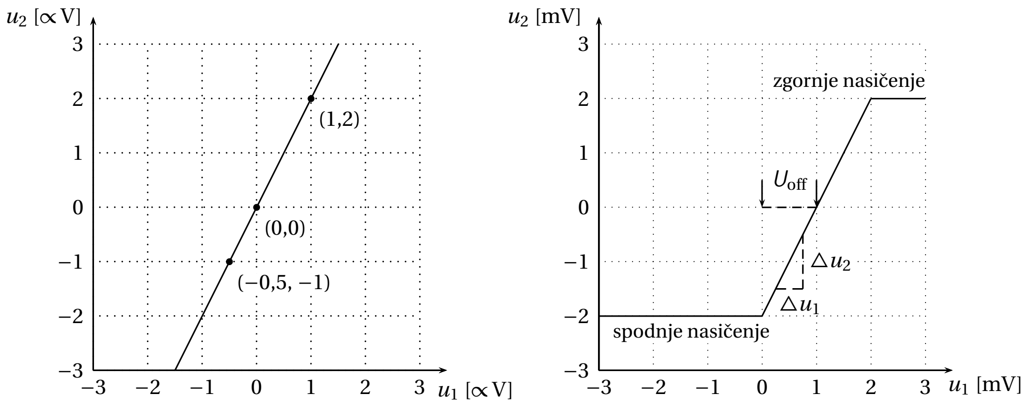
Leva stran slike 19.1 prikazuje napetostni ojačevalnik. Ojačevanje je predstavljeno kot generiranje izhodne napetosti u_2, ki je enaka vhodni napetosti u_1, pomnoženi z ojačenjem A. (V nadaljevanju se izkaže, da tak pogled ni zadovoljiv.)



Slika 19.1. Napetostni ojačevalnik (levo) in absurdni primer njegove izvedbe (desno).

Levi graf slike 19.2 prikazuje odvisnost izhodne napetosti u_2 od vhodne napetosti u_1 pri idealnem napetostnem ojačevalniku z vrednostjo ojačenja $A = 2$. Napetost u_2 je v vsaki točki grafa dvakrat večja od u_1.

Primer 1. Pri napetosti $u_1 = 0$ je tudi napetost $u_2 = 0$, pri $u_1 = 1$ mV dobimo $u_2 = 2$ mV, medtem ko pri vzbujanju $u_1 = -0,5$ mV velja $u_2 = -1$ mV. □



Slika 19.2. Idealna (levo) in realnejša (desno) karakteristika ojačevalnika.

Vprašajmo se, kako z meritvami določiti ojačenje ojačevalnika, katerega lastnosti ne poznamo. Na prvi pogled se zdi naloga enostavna, saj je vhodnim sponkam potrebno zgolj vsiliti znano napetost u_1 in izmeriti napetost u_2. Ojačenje se nato določi kot razmerje dobljenih vrednosti.

$$A_{\text{napačno}} = \frac{u_2}{u_1} \tag{19.1}$$

Tak postopek v določenih primerih daje zadovoljive rezultate, mnogokrat pa vodi v popoln nesmisel. Težava izvira iz dejstva, da se karakteristika vsakega realnega ojačevalnika razlikuje od idealizacije na levem grafu slike 19.2 vsaj v dveh pomembnih lastnostih, ki sta prikazani na desnem grafu slike 19.2.

19.1 Nasičenje

Prvo odstopanje od ideala izvira iz omejenega intervala napetosti, ki jih ojačevalnik lahko generira na svojem izhodu, kar je posledica končnih vrednosti njegovih napajalnih napetosti.

> **Primer 2.** Minimalna in maksimalna napetost, ki ju je obravnavani ojačevalnik na izhodu zmožen generirati, sta enaki −2 mV in +2 mV, pri čemer je simetričnost zgolj naključje tega primera in še zdaleč ni splošno značilna za vse ojačevalnike. Če na vhodu ojačevalnika vsilimo napetost u_1, ki na izhodu zahteva pripadajočo napetost u_2, ki se ne nahaja v mejah med −2 mV in +2 mV, ojačevalnik preide v nasičenje. V prikazanem primeru nadaljnje povečevanje u_1 preko +2 mV ne povzroča dodatnega dviga napetosti u_2, ravno tako manjšanje napetosti u_1 pod 0 mV ne rezultira v spuščanje u_2 pod −2 mV. □

Z nasičenji imamo opravka pri vsaki tehnični veličini. Vrtljaji avtomobilskega motorja ne morejo biti manjši od neke najmanjše vrednosti, sicer motor ugasne. Ravno tako je hitrost vrtenja omejena navzgor in še tako divji voznik ne more dvigniti hitrosti vrtenja preko določene fizikalno–tehnične meje.

Podobnim karakteristikam so podvrženi tudi biološki sistemi. Vsak atlet izkazuje določeno zgornjo mejo hitrosti teka, dolžine skoka v daljino in ostalih športnih karakteristik, zaradi česar je osnovno gonilo olimpijskih iger postalo višanje teh mej s kemičnimi metodami. Podobno študenti po dolgotrajnem (?) študiju preidejo v nasičenje, s čimer se jim znanje ne povečuje kljub nadaljnjemu podaljševanju študijskega časa.

Pritoževanje študentov, da so se celo leto učili za izpit, je nesmiselno, saj je relevantno zgolj trajanje študija pred nastopom nasičenja.

Nasičenje je pomembna neidealnost, ni pa nujno usodna, saj je v mnogih primerih možno vezja zasnovati tako, da ta pojav ne vpliva na izvajanje želene funkcije. Pri izvedbi digitalnih vezij so nasičenja celo koristna, saj ravno z njimi utelešamo digitalna logična stanja.

19.2 Napetostni premik

Druga neidealnost na desnem grafu slike 19.2 je napetostni premik (angl. *voltage offset*), zaradi katere ojačevalnikova karakteristika ne poteka skozi koordinatno izhodišče, ampak je iz njega izmaknjena za iznos U_{off} po *abscisni* osi. Ta neidealnost je bistveno hujša od nasičenja in mnogokrat opazno slabša točnost analognega procesiranja signalov.

Napetostni premik U_{off} definiramo kot tisto napetost na *vhodnih* sponkah vezja, ki nam da na izhodnih sponkah napetost nič.

Napetostni premik *ni* definiran kot napetost $U_{\mathrm{off\_napačna}}$, ki jo dobimo na izhodnih sponkah, ko na vhodne sponke vezja damo napetost nič.

Primer 3. Desna slika 19.2 razkriva, da se vrednost napetostnega premika razlikuje med obema definicijama. Prava vrednost U_{off} je +1 mV, ker je pri tej vhodni napetosti izhodna napetost enaka nič. Po napačni definiciji ima $U_{\mathrm{off\_napačna}}$ vrednost −2 mV, saj to napetost dobimo na izhodu ojačevalnika pri $u_1 = 0$. □

19.3 Pravilna definicija ojačenja

Zaradi nasičenja in napetostnega premika lahko pri uporabi enačbe 19.1 dobimo povsem nesmiselne vrednosti ojačenja. Ob prisotnosti napetostnega premika lahko z ustrezno izbiro vhodne napetosti izmerimo *katerokoli* ojačenje iz širokega intervala vrednosti, ki ima eno od mej v *neskončnosti*.

Primer 4. Pri $u_1 = 1$ mV dobimo na izhodu $u_2 = 0$ mV, iz česar sledi $A_{\mathrm{napačno}} = 0$. Napetost $u_1 = 2$ mV nam da $u_2 = 2$ mV in posledično $A_{\mathrm{napačno}} = 1$. Meritev pri $u_1 = 3$ mV, ki povzroči $u_2 = 2$ mV, vodi v zaključek $A_{\mathrm{napačno}} = 2/3$. Še zanimivejši primer je kombinacija $u_1 = 0$ mV in $u_2 = -2$ mV, ki pripelje do zaključka $A_{\mathrm{napačno}} \to -\infty$.

Če bi bila karakteristika na desnem grafu slike 19.2 pomaknjena v levo namesto v desno, s čimer bi bil napetostni premik negativen, bi bilo zadnje izračunano ojačenje enako $+\infty$.

Pričakovano ojačenje 2 dobimo *le v eni* točki $u_1 = -1$ mV, kjer je $u_2 = -2$ mV, kar je nesmisel, saj se ta točka nahaja v nasičenju, kjer ojačevalne lastnosti odpovedo. □

Definicija ojačenja po enačbi 19.1 je teoretično in mnogokrat tudi praktično *neuporabna*. Pravo definicijo podaja naslednja enačba, kjer je ojačenje merilo izhodne napetostne spremembe pri pripadajoči vhodni napetostni spremembi.

$$A = \frac{\partial u_2}{\partial u_1} \doteq \frac{\triangle u_2}{\triangle u_1} \tag{19.2}$$

Tako so definirana *vsa* ojačenja v elektroniki. Parcialni odvod v enačbi nakazuje, da je napetost u_2 odvisna od mnogih dejavnikov (napajalne napetosti, temperature, ...), pri definiciji ojačenja pa nas zanima zgolj vpliv napetosti u_1.

Ojačenje je teoretično pravilno definirano z odvodom, vendar je taka definicija merilno–tehnično neuporabna, saj pri izvajanju meritev ni možno narediti infinitezimalno majhne spremembe napetosti u_1, niti z instrumenti nato izmeriti pripadajoče infinitezimalno majhne spremembe napetosti u_2. Posledično v praksi ojačenje merimo na podlagi končnih diferenc $\triangle u_2 / \triangle u_1$, kar nakazuje desna stran enačbe 19.2.

Ojačenje po enačbi 19.2 razreši predhodno opisane probleme v zvezi enačbo 19.1, s čimer odpravi nesmiselne vrednosti ojačenja, ki jih nakazuje primer 4. Kjerkoli v področju ojačevalnikove karakteristike na desni sliki 19.2, ki ni v nasičenju, naredimo spremembo $\triangle u_1$ in izmerimo (izračunamo, odčitamo) pripadajočo spremembo $\triangle u_2$, je vrednost razmerja $\triangle u_2/\triangle u_1$ vedno enaka 2. Nova definicija ojačenja nam daje *pričakovano* vrednost ojačenja, ki je *neodvisna* od izbire položaja na karakteristiki.

Enačba 19.2 popolnoma izloči vpliv napetostnega premika iz izračuna ali meritve ojačenja, kar potrdimo na naslednji način. V prvem koraku potrebujemo funkcijsko odvisnost napetosti u_2 od napetosti u_1 ob prisotnosti napetostnega premika.

$$u_2 = A \cdot (u_1 - U_{\text{off}}) \tag{19.3}$$

S slike 19.2 je razvidno, da je enačba ustrezna, saj v ojačevalni mehanizem ne vstopa sama napetost u_1, ampak njena vrednost, premaknjena za napetostni premik. Ko U_{off} odštejemo od u_1, karakteristika zopet poteka skozi koordinatno izhodišče, zaradi česar se ponovno vzpostavi linearni odnos med u_2 in ojačevano vrednostjo $(u_1 - U_{\text{off}})$.

Primer 5. Ko je $u_1 = +1$ mV, velja $u_1 - U_{\text{off}} = 0$, zato je izhodna napetost $2 \cdot 0$, kar je skladno z definicijo napetostnega premika. Pri $u_1 = +0{,}5$ mV sledi $u_1 - U_{\text{off}} = -0{,}5$ mV, kar nam da $u_2 = 2 \cdot (-0{,}5 \text{ mV}) = -1$ mV, kar zopet ustreza karakteristiki. □

Izračunajmo ojačenje iz dveh parov izmerjenih točk $u_{1\text{a}} \to u_{2\text{a}}$ in $u_{1\text{b}} \to u_{2\text{b}}$, pri čemer naslednja izpeljava pokaže, da je rezultat povsem neodvisen od vrednosti napetostnega premika U_{off}.

$$\begin{aligned} A_{\text{izračnano}} &= \frac{\triangle u_2}{\triangle u_1} = \frac{u_{2\text{b}} - u_{2\text{a}}}{u_{1\text{b}} - u_{1\text{a}}} = \frac{A \cdot (u_{1\text{b}} - U_{\text{off}}) - A \cdot (u_{1\text{a}} - U_{\text{off}})}{u_{1\text{b}} - u_{1\text{a}}} \\ &= \frac{A \cdot u_{1\text{b}} - \cancel{A \cdot U_{\text{off}}} - A \cdot u_{1\text{a}} + \cancel{A \cdot U_{\text{off}}}}{u_{1\text{b}} - u_{1\text{a}}} = A \cdot \frac{u_{1\text{b}} - u_{1\text{a}}}{u_{1\text{b}} - u_{1\text{a}}} = A \end{aligned} \tag{19.4}$$

Edina ojačevalnikova lastnost, ki prispeva k izračunani vrednosti, je strmina (odvod $\doteq A$) funkcije, ki podaja odvisnost napetosti u_2 od napetosti u_1.

V nasičenju ojačevalne lastnosti *odpovedo*, saj se izhodna napetost ne spreminja, kljub temu da spreminjamo vhodno napetost. Posledično je edino smiselno ojačenje $A_{\text{v\_nasičenu}} = 0$. Enačba 19.2 tudi v tem primeru daje pravilni rezultat.

Primer 6. Iz $u_1 = -3$ mV sledi $u_2 = -2$ mV. Podobno ugotovimo, da $u_1 = -2$ mV povzroči $u_2 = -2$ mV. Izračun pokaže, da je $A_{\text{v\_nasičenu}} = \triangle u_2/\triangle u_1 = {}^{0\text{ mV}}/_{1\text{ mV}} = 0$. Ugotovitev velja za katerikoli dve točki, ki se nahajata v (istem) področju nasičenja. □

Nadalje je enačba 19.2 dovolj robustna, da z njo pravilno obravnavamo tudi absurdne ojačevalnike, kot je izvedba na desni strani slike 19.1. Tu ne gre za resnični ojačevalnik, saj smo v skupno ohišje zgolj združili dve vhodni sponki, ki nista nikamor povezani, in napetostni vir, ki generira konstantno napetost, ki ni v ničemer odvisna od vhodnega signala. Ker vhodna napetost ne vpliva na izhodno napetost, je edina smiselna vrednost ojačenja take naprave $A = 0$, kar tudi dobimo po enačbi 19.2. Pri uporabi enačbe 19.1 smo pri tem "ojačevalniku" podvrženi predhodnim problemom: ojačenje je različno od nič in odvisno od izbire opazovane točke.

Primer 7. Pri $u_1 = 0$ V sledi $u_2 = 1$ V in $A_{\text{napačno}} = {}^{1\,\text{V}}/_{0\,\text{V}} = +\infty$. Ob pogoju $u_1 = 1$ V dobimo $u_2 = 1$ V in $A_{\text{napačno}} = {}^{1\,\text{V}}/_{1\,\text{V}} = 1$. Kljub temu, da sploh ne gre za pravi ojačevalnik, nam enačba 19.1 daje vrednosti ojačenja, ki ne samo, da se razlikujejo od 0, ampak so lahko celo neskončne. □

Enačba 19.2 ima izrazite prednosti pred enačbo 19.1, se pa slednje vseeno poslužujemo, kadar se v obravnavanih pogojih ojačevalnik ne nahaja v nasičenju in ko vpliv napetostnega premika lahko zanemarimo; $|U_{\text{off}}| \ll |u1|$. Pri tem se moramo zavedati, da nam enačba 19.1 daje nesmiselne rezultate takoj, ko nakazani pogoji niso izpolnjeni.

Primer 8. Na slikah 19.1 (levo), 5.2 (stran 37) in 5.4 (stran 39) ojačevanje opisuje relacija $u_2 = A \cdot u_1$ (lahko z uporabo drugih oznak) namesto $\triangle u_2 = A \cdot \triangle u_1$, kar je idealizacija, ki ne upošteva napetostnega premika in možnosti nastopa nasičenja. □

Podane ugotovitve še zdaleč ne veljajo zgolj za napetostne ojačevalnike, ampak so splošno prenosljive na ostale elektronske sklope. Teoretično pravilna in merilnotehnično uporabna definicija transrezistance tokovno–napetostnega pretvornika na sliki 5.4 je $Z_{\text{T}} = \triangle u_{\text{i}} / \triangle i_{\text{s}}$ in ne idealizirana relacija $Z_{\text{T}} = u_{\text{i}} / i_{\text{s}}$. Pri realnem tokovno–napetostnem pretvorniku se na njegovih izhodnih sponkah pojavi določena neničelna napetost tudi, ko vhodnega toka ni, kar vodi v predhodno opisane probleme ob uporabi idealizirane relacije (neskončna vrednost transrezistance, odvisnost njene vrednosti od izbranega vhodnega toka, ...). Realnejša relacija $u_{\text{i}} = Z_{\text{T}} \cdot (i_{\text{s}} - I_{\text{off}})$ upošteva tokovni premik I_{off}, ki je analogno z napetostnim premikom tista vrednost vhodnega toka, pri kateri na izhodu tokovnonapetostnega pretvornika dobimo napetost nič.

19.4 Povzetek

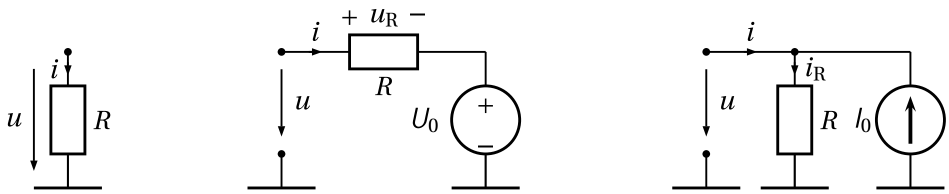
- Vsak napetostni ojačevalnik je podvržen napetostnemu premiku in nasičenju. (Tretja vedno prisotna neidealnost je nelinearnost.)
- Ojačenje pravilno definiramo kot odvod izhodne napetosti po vhodni napetosti. S tem vrednost ojačenja določa le strmina karakteristike, ki podaja odvisnost izhodne napetosti od vhodne.
- Uporaba obravnavane napačne definicije ojačenja lahko ob prisotnosti neidealnosti vodi v njegove nesmiselne vrednosti.
- Če v konkretni situaciji napetostni premik in nasičenje zanemarljivo vplivata na delovanje ojačevalnika, lahko uporabljamo tudi poenostavljeno definicijo ojačenja.

20 DIFERENCE PRI UPORNOSTIH

Poglavje gradi na vsebinah VIS poglavij 19, 4, 7, 10, 12 in 13.

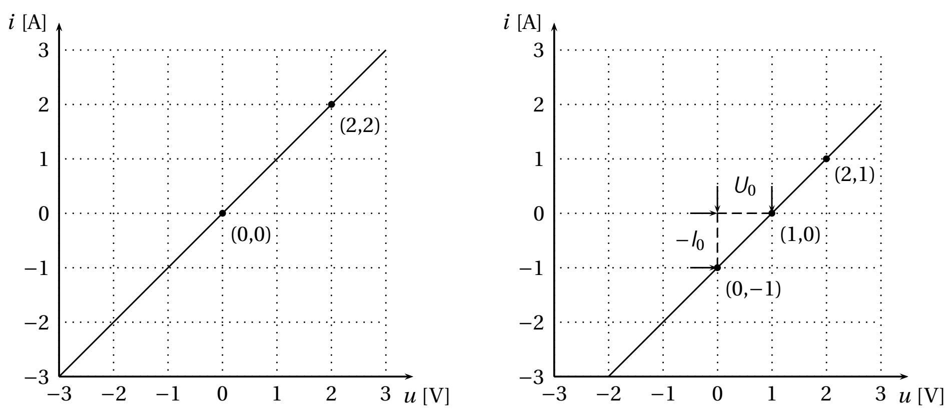
Predhodno opisana uporaba diferenčnih veličin še zdaleč ni omejena na izogibanje nesmislom, ki so posledica neidealnosti ojačevalnikov. Nakazani pristop koristno uporabljamo v mnogih situacijah, od katerih na tem mestu obravnavajmo merjenje notranjih upornosti vozlišč in vej, kar konceptualno razširja poglavji 12 (stran 76) in 13 (stran 80).

Leva stran slike 20.1 prikazuje ohmski upor. I/U karakteristiko takega vezja v primeru upornosti $R = 1\ \Omega$ prikazuje levi graf na sliki 20.2. Ker I/U karakteristiko upora opisuje linearna enačba $i = u/R$, je graf premica, ki poteka skozi koordinatno izhodišče.



Slika 20.1. Upor (levo) ter Theveninov (sredina) in Nortonov (desno) vir.

Sedaj uporu dodajmo napetostni vir $U_0 = 1$ V, kot prikazuje srednja shema na sliki 20.1, s čimer dobimo I/U karakteristiko na desni strani slike 20.2. Za razliko od predhodne situacije sedaj karakteristika ne poteka več skozi koordinatno izhodišče, ampak je iz njega izmaknjena za vrednost napetosti U_0, ki jo generira napetostni vir. V to se prepričamo z naslednjim razmislekom. Ko tok i ne teče, ni padca napetosti u_R na uporu R, zaradi česar je napetost u enaka U_0. Ko vsilimo tok $i = 1$ A, se pri $R = 1\ \Omega$ pojavi padec napetosti $u_R = 1$ V, ki se prišteva napetosti U_0, zaradi česar imamo na zunanjih sponkah napetost $u = 2$ V.



Slika 20.2. Karakteristika upora (levo) ter Theveninovega in Nortonovega vira (desno).

Na podoben način ugotovimo, da dodatek tokovnega vira $I_0 = 1$ A k uporu R na desni shemi slike 20.1 rezultira v popolnoma isti karakteristiki na desnem grafu slike 20.2. Ob pogoju $i = 0$ A teče preko upora R tok $i_R = I_0$, ki na njem ustvarja napetost $u = 1$ V. Pri vezavi vhodnih sponk v kratek stik, s čimer izpolnimo pogoj $u = 0$ V, tudi na uporu R ni napetosti in s tem tudi ni toka i_R, zaradi česar velja $i = -I_0 = -1$ A.

I/U karakteristika čistega uporovnega vezja *vedno* poteka skozi koordinatno izhodišče ne glede na to, koliko uporov sestavlja vezje in kako so le-ti med seboj povezani. Dodajanje napetostnih in tokovnih virov na poljubna mesta v uporovno vezje premakne rezultirajočo *I/U* karakteristiko iz koordinatnega izhodišča, kar je *edini* učinek dodanih virov. Pomembno pri tem je, da dodani (neodvisni) viri *ne spreminjajo* strmine *I/U* karakteristike.

Vezji na srednji in desni shemi slike 20.1 sta Theveninov in Nortonov vir, s katerima modeliramo realne vire, kar opisuje poglavje 4 (stran 29). Pri teh vezjih nas zanima vrednost notranje upornosti, ki jo pri analizi na papirju določimo tako, da izklopimo vse vire in izračunamo, kakšna je rezultirajoča upornost med priključnima sponkama (sekcija 12.2 na strani 77 in poglavje 13 na strani 80).

Vire v vezju izklapljamo natančno in zgolj zato, da dobljena karakteristika poteka skozi koordinatno izhodišče, s čimer se vzpostavi Ohmov zakon $u = R_{\text{notranji}} \cdot i$ med napetostjo in tokom priključnih sponk.

Pri realnih vezjih napetostnih in tokovnih virov ne moremo izklopiti, zato *I/U* karakteristika med določanjem njihovih notranjih upornosti ne poteka skozi koordinatno izhodišče. Baterija ali avtomobilski akumulator v resnici nista narejena kot kombinacija napetostnega vira in upora, zato nimamo kaj izklopiti; ta vira bi lahko zgolj izpraznili do konca, s čimer ne bi dobili želenega rezultata, saj se baterijam notranja upornost spreminja v odvisnosti od stopnje izpraznjenja. Poleg tega se baterija (svinčeni akumulator) med takim početjem tudi pokvari, zato meritve na njej ne bi imele smisla. Podobna situacija je pri usmernikih, kjer se majhne vrednosti Theveninove upornosti dosegajo z negativno povratno zvezo, ki ne deluje, ko je usmernik izklopljen, zato pri izklopljenem usmerniku merjenje njegove notranje upornosti ni smiselno.

Merilno tehnično uporaben postopek določanja Theveninove ali Nortonove upornosti je merjenje strmine karakteristike vezja s končnimi diferencami tako, da na priključnih sponkah vira povzročimo dve različni napetosti u_1 in u_2 ter izmerimo njuna pripadajoča tokova i_1 in i_2 (ali obratno).

$$r_T = r_N = \frac{\triangle u}{\triangle i} = \frac{u_2 - u_1}{i_2 - i_1} \tag{20.1}$$

Ker viri v vezju izvajajo zgolj paralelni premik *I/U* karakteristike, ne spreminjajo pa njenega naklona, nas tak postopek pripelje do pravilnega rezultata (analogija enačbe 19.4). Predhodna razlaga tudi transparentno pokaže, zakaj se pri pretvorbi Theveninovega vezja v ekvivalentno Nortonovo vezje notranja upornost ohrani, saj pri pretvorbi zgolj zamenjamo en tip vira z drugim, kar strmine karakteristike ne spremeni.

Poglavje 4 (stran 29) Theveninovo in Nortonovo vezje obravnava kot *vira*, kjer tok teče *iz* njune pozitivne sponke (poglavje 10 na strani 63), medtem ko v tej sekciji ti vezji obravnavamo kot *bremena*, zato tu tok teče *v* pozitivno sponko vira, kot nakazuje slika 20.1. Posledično v poglavju 4 pri izračunu notranje upornosti v enačbi 4.1 (stran 30) dodamo negativni predznak ($r_\mathrm{T} = r_\mathrm{N} = -\triangle u/\triangle i$). Razlika pri obravnavi je razvidna tudi iz različnih naklonov karakteristik na ustreznih grafih, kot izhaja iz primerjave slike 20.2 s karakteristikami Theveninovega in Nortonovega vira na desnih straneh slik 4.2 (stran 29) in 4.5 (stran 32).

Obravnava Theveninovega in Nortonovega vira kot bremena ni zgolj posebnost tega primera, ampak je dokaj pogost prijem pri analizi vezij. Polprevodniški diodi v prevodni smeri priredimo Theveninovo vezje, ki je sestavljeno iz napetosti na diodi v izbrani delovni točki in iz pripadajoče diferencialne upornosti, ki je enaka obratni vrednosti strmine diodne *I*/*U* karakteristike (navezava na sliko 5.3 na strani 38 s pripadajočo razlago). V takem primeru rezultirajoče Theveninovo vezje deluje kot breme. Ravno tako vhodni sponki operacijskega ojačevalnika modeliramo (vsaj) z Nortonovima viroma, čeprav ti sponki v vezju nimata vlogi tokovnih virov.

V odvisnosti od konkretne situacije je Theveninovo in Nortonovo vezje nadvse koristno obravnavati tako v vlogi vira, kot v vlogi bremena.

20.1 Povzetek

- Tokovno-napetostna karakteristika pasivnih vezij vedno poteka skozi koordinatno izhodišče, pri aktivnih vezjih pa je v splošnem izmaknjena iz koordinatnega izhodišča.
- Da lahko merimo upornost (impedanco) med dvema vozliščema aktivnega vezja, definiramo le-to kot odvod napetosti po toku.
- Theveninova in Nortonova nadomestna vezja poleg njihove običajne vloge virov pogosto prevzemajo tudi vlogo bremen.

21 Izražanje veličin v decibelih

V elektroniki ter širše v tehniki in fiziki se v določenih situacijah zatekamo k podajanju veličin v logaritemskem merilu. Tak pristop je zelo priročen, ko je razpon možnih vrednosti veličine ustrezno velik, s čimer postane opis dogajanja v linearnem merilu nepraktičen. Drugi razlog je nazornejša analiza dogajanja v vezjih in sistemih, kjer se določena veličina (signal) ojačuje in duši pri prehodu skozi večje število sklopov. V takem primeru je skupni učinek sklopov na signal enak produktu njihovih posameznih učinkov.

> **Primer 1.** Napetostni signal potuje skozi napetostni ojačevalnik z ojačenjem 10. Nato vstopi v dolg kabel, kjer se toliko oslabi, da njegova napetost upade na četrtino napetosti, ki jo ima signal ob vstopu v kabel. Izhodna stran kabla je priklopljena na napetostni ojačevalnik z ojačenjem 20. Skupni učinek vseh treh sklopov opisuje produkt ojačenj in slabljenj na prenosni poti, kar nam da vrednost ojačenja $10 \cdot (1/4) \cdot 20 = 50$. Napetost signala na izhodu celotnega sklopa je 50-krat večja od napetosti, ki vanj vstopa. □

Pri taki analizi je v kompleksnejših situacijah priročneje seštevati in odštevati učinke posameznih sklopov, namesto da jih množimo in delimo. Logaritemsko merilo nam omogoča ravno to, saj zanj velja enakost $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log b$. Decibeli, ki temeljijo na nakazanih izhodiščih, so postali v elektrotehniki nadvse popularni in brez njihovega poznavanja ne moremo razumeti mnogih podatkov v podatkovnih preglednicah, načrtih in ostali dokumentaciji.

21.1 Izražanje moči v decibelih

Decibeli (dB) so bili najprej namenjeni izražanju razmerja dveh moči in to funkcijo tudi danes uspešno utelešajo še naprej. Originalno se je podajalo razmerje moči P_2 na izhodnih sponkah nekega vezja ali sistema (telefonske linije) proti moči P_1 na njegovih vhodnih sponkah. Razmerje moči v linearnih enotah pretvorimo v decibele z enačbo 21.1.

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1}\,[\mathrm{dB}] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)} \tag{21.1}$$

Na ta način primerjamo dve moči med seboj. Razmerje 0 dB pomeni, da sta obe moči enaki, saj je $\log(1) = 0$. Podobno ugotovimo, da 10 dB pomeni razmerje moči $10/1$, 20 dB razmerje $100/1$, 30 dB je enako $1000/1$ in tako naprej. Negativne vrednosti pomenijo slabljenje. Zapis -10 dB pomeni razmerje moči $1/10$, medtem ko -20 dB izraža razmerje $1/100$.

V decibelih lahko izražamo tudi absolutno vrednost moči P_2. V tem primeru podamo referenčno moč P_1, s katero primerjamo izraženo moč P_2. Vrednost referenčne moči P_1 je odvisna od namena uporabe. Velikokrat izberemo $P_1 = 1$ mW in tako dobljeno enoto moči označujemo dBm. Moč 0 dBm pomeni 1 mW, 50 dBm pa je enako 10^5 mW = 100 W.

21.2 Izražanje napetosti v decibelih

Pri obravnavi senzorskih vezij decibele najpogosteje uporabimo za izražanje napetostnih razmerij, kar zajema tudi ojačenja (enačbi 19.1 na strani 105 in 19.2 na strani 107). Pri uporabi decibelov v ta namen upoštevamo kvadratno odvisnost moči od napetosti na uporu.

$$P = \frac{U^2}{R} \qquad \Rightarrow \qquad P_{|U_1|} = \frac{|U_1|^2}{R}\,, \quad P_{|U_2|} = \frac{|U_2|^2}{R}$$

Upoštevamo še $\log(x^2) = 2 \cdot \log(x)$ in s temi relacijami preoblikujemo enačbo 21.1 v enačbo 21.2.

$$\frac{|U_2|}{|U_1|}\,[\mathrm{dB}] = \frac{P_{|U_2|}}{P_{|U_1|}}\,[\mathrm{dB}] = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{P_{|U_2|}}{P_{|U_1|}}\right) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{|U_2|^2/R}{|U_1|^2/R}\right) = \boxed{20 \cdot \log_{10}\left(\frac{|U_2|}{|U_1|}\right)} \tag{21.2}$$

Pri izražanju razmerja moči imamo v enačbi za izračun decibelov faktor 10, medtem ko pri izražanju razmerja napetosti operiramo s faktorjem 20. Faktor 20 uporabljamo tudi pri izražanju razmerij tokov, saj je moč na uporu zopet kvadratno odvisna od toka, ki teče preko njega.

Na podlagi enačbe 21.2 sestavimo tabelo 21.1 za pretvorbo napetostnih razmerij v decibele.

Tabela 21.1. Nekatera napetostna razmerja v decibelih.

$\frac{\lvert U_2\rvert}{\lvert U_1\rvert}$	$\frac{\lvert U_2\rvert}{\lvert U_1\rvert}$ [dB]
10^7	140
10^6	120
10^5	100
10^4	80
10^3	60
100	40
10	20
2	6
$\sqrt{2} \doteq 1{,}4$	3
$\sqrt{5}/2 \doteq 1{,}12$	1
1,011	0,1
1	0

$\frac{\lvert U_2\rvert}{\lvert U_1\rvert}$	$\frac{\lvert U_2\rvert}{\lvert U_1\rvert}$ [dB]
1	0
$0{,}988 \doteq 0{,}99$	$-0{,}1$
$2/\sqrt{5} \doteq 0{,}89$	-1
$1/\sqrt{2} \doteq 0{,}7$	-3
1/2	-6
1/10	-20
1/100	-40
10^{-3}	-60
10^{-4}	-80
10^{-5}	-100
10^{-6}	-120
10^{-7}	-140

Pozitivna vrednost razmerja v decibelih pomeni ojačenje oziroma, da je izhodna amplituda večja od vhodne. Sprememba predznaka razmerja v decibelih je ekvivalentna obratni vrednosti prvotnega razmerja. To sledi iz zveze $\log\left(x^{-1}\right) = -\log(x)$.

Primer 2. Izraz 40 dB pomeni napetostno ojačenje 100, medtem ko −40 dB označuje slabljenje 1/100. □

Pri uporabi decibelov se nam ogromen razpon možnih razmerij preslika v relativno obvladljiv interval vrednosti. Iz tabele razberemo, da se vrednosti razmerij od $^{10^7}/_1$ do $^1/_{10^7}$ preslikajo v interval od $+140$ dB do -140 dB.

Povečanje ojačenja za 1 dB ustreza približno 12 % povečanju razmerja amplitud (leva stran tabele 21.1, tretja vrstica od spodaj). Podobno ugotovimo, da povečanju ojačenja za $0,1$ dB ustreza približno 1 % povečanje razmerja amplitud (leva stran tabele, predzadnja vrstica). S temi ugotovitvami hitro ocenimo razmerje amplitud tudi za ostale vrednosti, ki jih ni v tabeli.

Primer 3. Izraz 80 dB pomeni 10,000, zato izraz 81 dB pomeni 12 % več od 80 dB ali 11,200. Podobno je 82 dB enako povečanju vrednosti, ki pripada 81 dB, za 12 %, kar je približno 12,500. □

Seštevanje ojačenj v decibelih je ekvivalentno množenju ojačenj v linearnem merilu, saj velja matematična zveza $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$. To je najpomembnejša lastnost decibelov.

Primer 4. Ugotoviti želimo, koliko je 46 dB, česar tabela 21.1 ne podaja. Kljub temu hitro najdemo odgovor, saj je $46 = 40 + 6$. 40 dB je enako 100, medtem ko 6 dB ustreza ojačenju 2. Izraz 46 dB pomeni ojačenje $100 \cdot 2 = 200$. □

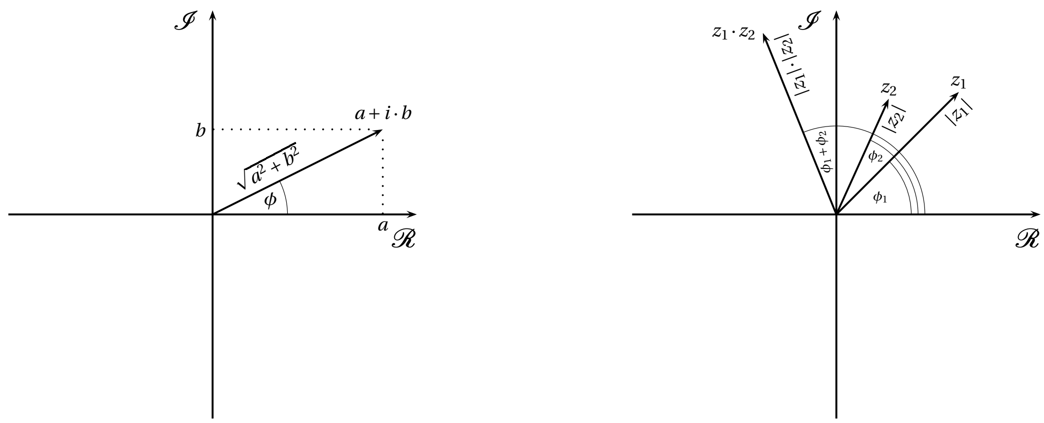
Podobno kot pri močeh lahko tudi tu podamo absolutno vrednost napetosti in ne samo razmerja. V tem primeru je $|U_1|$ definirana kot tista napetost, ki troši referenčno moč na dogovorjeni impedanci. Pogosta izbira je 1 mW moči na impedanci 50 Ω (visokofrekvenčna tehnika) ali 600 Ω (akustika). Pri interpretaciji tako podanih napetosti se moramo vedno prepričati, za katero moč in impedanco so definirane.

22 KOMPLEKSNI RAČUN

Kompleksni račun je neprecenljiv pripomoček pri analizi frekvenčne odvisnosti linearnih vezij. Metodo je možno uporabiti zgolj pri sinusni obliki vzbujanja vezja. Izhodišče za uporabo kompleksnega računa je spoznanje, da se linearna vezja odzivajo na sinusno vzbujanje s sinusnim odzivom. To je posledica dejstva, da lahko linearna vezja nad signali izvajajo zgolj tri operacije: skaliranje s konstanto, odvajanje in integriranje. Ker je rezultat izvedbe teh treh operacij nad sinusno funkcijo zopet sinusna funkcija, se oblika odziva pri sinusnem vzbujanju ne spremeni. Pri teh treh operacijah se tudi frekvenca sinusnega signala ne spremeni. Posledično se pri sinusnem signalu izbrane frekvence spreminjata zgolj amplituda in faza, ki ju želimo določiti z analizo vezja. V ta namen sinusne funkcije preslikamo v kompleksna števila, ki jih v polarni obliki ravno tako opišemo z amplitudo in fazo. Nad tako dobljenimi števili izvajamo množenje in ostale preproste aritmetične (algebraične) operacije, ki nadomestijo zapleteno reševanje diferencialnih enačb. Navedene trditve si sedaj podrobneje oglejmo.

22.1 Kompleksna števila

Leva stran slike 22.1 prikazuje dva zapisa kompleksnega števila. Prvi zapis ločeno podaja realni in imaginarni del števila; $a + i \cdot b$. Drugi (polarni) zapis isto število ponazori kot vektor, ki se prične v koordinatnem izhodišču in konča v točki (a, b) v kompleksni ravnini. Pripadajoči vektor ima dolžino $\sqrt{a^2 + b^2}$ in tvori z abscisno osjo fazni kot $\arctan\left(\frac{b}{a}\right)$. Ta predstavitev je za linearna vezja še posebej koristna.



Slika 22.1. Dve ponazoritvi kompleksnega števila (levo) in množenje kompleksnih števil (desno).

Pri analizi vezij je množenje najpomembnejša operacija nad kompleksnimi števili (desna stran slike 22.1). Ko kompleksni števili z_1 in z_2 zmnožimo, ima pripadajoči rezultat dolžino $|z_1| \cdot |z_2|$, ki je zmnožek dolžin obeh množencev. Fazni kot rezultata $\phi_1 + \phi_2$ pa je vsota množenčevih faznih kotov.

Vsi trije koti na sliki se raztezajo med pripadajočim vektorjem in abscisno osjo. Kot ϕ_2 se, na primer, ne razteza med vektorjema z_2 in z_1, ampak je to kot med vektorjem z_2 in abscisno osjo.

Z množenjem je tesno povezano deljenje. Dolžina količnika $\frac{z_1}{z_2}$ je enaka količniku dolžin $\frac{|z_1|}{|z_2|}$, fazni kot pa je razlika faznih kotov $\phi_1 - \phi_2$. Rezultat deljenja ni definiran, če je delitelj z_2 enak $0 + i \cdot 0$.

22.2 Navezava na sinusne funkcije

V pogovoru o kompleksnem računu elektroniki (razkrivajo zanje značilen smisel za humor, saj) govorijo o sinusni funkciji, pri čemer imajo običajno v mislih kosinusno funkcijo. Razlika med njima je zgolj v faznem kotu, zato je v mnogih kontekstih njuno razlikovanje le vprašanje pikolovske pedantnosti. Obstajajo pa nadvse pomembne situacije, kjer igra vrednost faze ključno vlogo pri obnašanju vezij, zato se je razlikovanja pomembno zavedati.

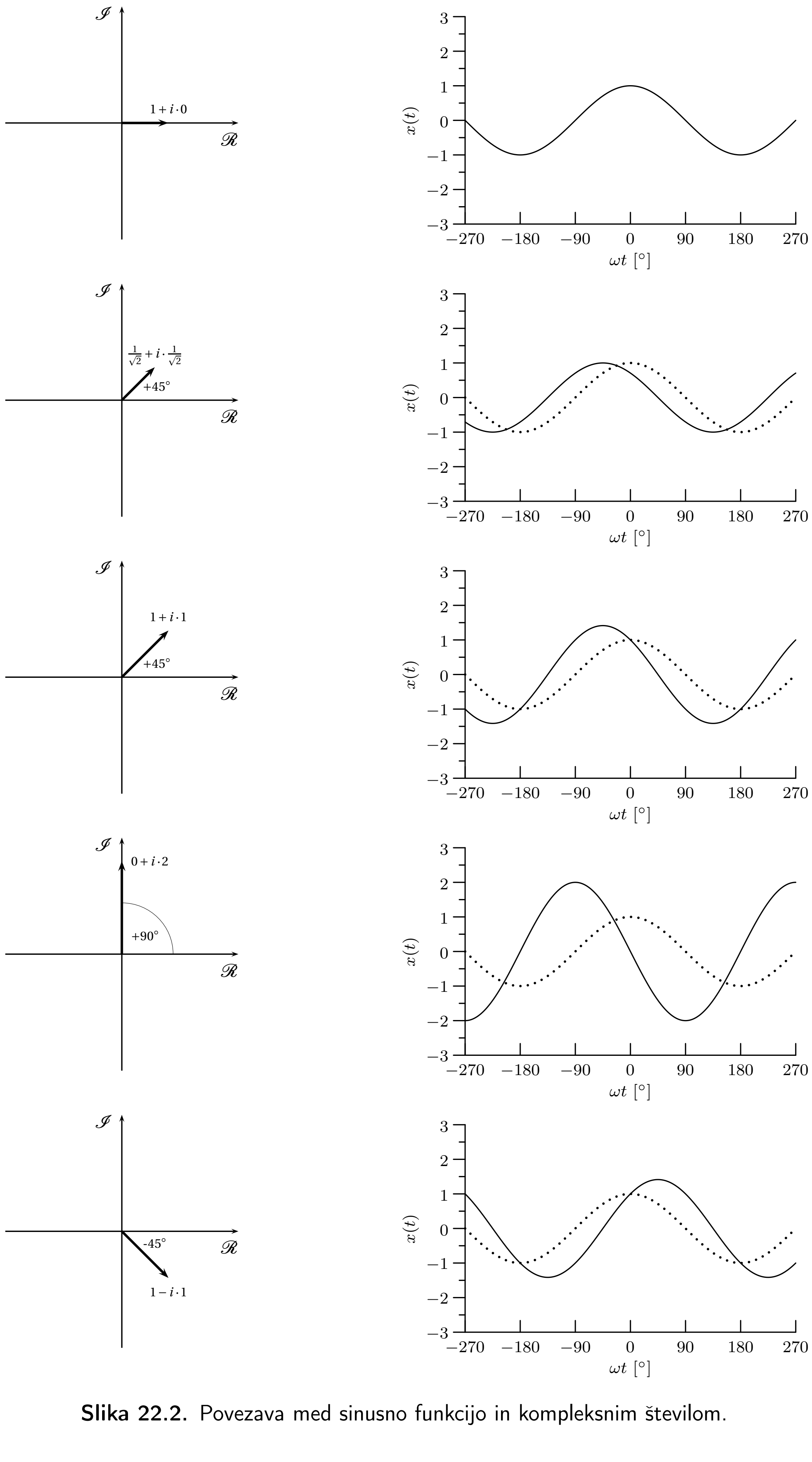
Splošni sinusni ☺ signal ima naslednjo obliko.

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \tag{22.1}$$

Sinusno funkcijo popolnoma opišejo trije parametri: amplituda A, faza φ in frekvenca ω. Parameter ω je krožna frekvenca, ki je enaka običajni (fizikalni) frekvenci f, pomnoženi s konstanto 2π. Velja torej $\omega = 2\pi f$. Na ta način kosinusna funkcija zaobjame eno periodo od 0° do 360°, ko parameter t preteče interval ene fizikalne periode od 0 do $\frac{1}{f}$. Tako navadna kot krožna frekvenca imata enoto $\frac{1}{\mathrm{s}}$. Da pa obe veličini lažje razlikujemo, enoto navadne frekvence izražamo v Hz, enoto krožne frekvence pa v radianih na sekundo oziroma skrajšano s^{-1}.

Pri *fiksirani* frekvenci ω potrebujemo za opis sinusne funkcije dva parametra, enako kot za opis kompleksnega števila. To nakazuje, da je možno vsaki sinusni funkciji enoumno prirediti ustrezno kompleksno število in obratno. Med sinusnimi funkcijami izbrane frekvence in množico kompleksnih števil obstaja torej bijektivna preslikava. Izvedemo jo tako, da sinusni funkciji amplitude A in faze φ priredimo kompleksno število, ki ima v polarni obliki zapisa dolžino A in fazni kot φ. Transformacija med sinusno funkcijo in pripadajočim kompleksnim številom je torej nadvse preprosta in transparentna.

Primere podaja slika 22.2. Prva vrsta prikazuje kompleksno število $1 + i \cdot 0$, ki ima dolžino 1 in fazni kot 0°, zato mu pripada funkcija $x(t) = 1 \cdot \cos(\omega t + 0°)$. Kosinusna funkcija $x(t) = \cos(\omega t)$ ima maksimum ob času $t = 0$ oziroma pri kotu $\omega t = 0°$.



Slika 22.2. Povezava med sinusno funkcijo in kompleksnim številom.

V drugi vrsti na sliki prvotno število $1+i\cdot 0$ zavrtimo protiurno za $+45°$ (in ohranimo njegovo dolžino ena), s čimer dobimo kompleksno število $\frac{1}{\sqrt{2}}+i\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$. Temu številu pripada funkcija $x(t)=1\cdot\cos(\omega t+45°)$. Opazimo, da se maksimum funkcije premakne za $45°$ stopinj v levo. Temu pravimo *prehitevanje* za $45°$, saj maksimum (ali katerakoli druga korespondenčna točka) nove funkcije nastopi ob bolj zgodnjem času t oziroma pri $45°$ manjšem kotu ωt od nastopa maksimuma (ali ustrezne korespondenčne točke) prvotne funkcije s fazo $0°$.

Tretja vrsta ponazarja transformacijo števila $1+i\cdot 1$ v sinusno funkcijo. To število ima ponovno kot $+45°$, enako kot število v prejšnjem primeru, je pa njegova dolžina povečana na $\sqrt{2}$. Pripadajoča sinusna funkcija $x(t)=\sqrt{2}\cdot\cos(\omega t+45°)$ ima še vedno fazni zamik $45°$, njena amplituda pa se poveča na $\sqrt{2}$.

Predzadnja vrsta na sliki obravnava število $0+i\cdot 2$ z dolžino 2 in faznim kotom $+90°$, čemur pripada funkcija $x(t)=2\cdot\cos(\omega t+90°)$.

Zadnji primer na sliki ilustrira situacijo pri negativnem faznem kotu kompleksnega števila. Prikazano število $1-i\cdot 1$ ima dolžino $\sqrt{2}$ in fazni kot $-45°$, čemur pripada funkcija $x(t)=\sqrt{2}\cdot\cos(\omega t-45°)$. Pri negativnem faznem kotu govorimo o *zaostajanju*, saj vrh (ali katerakoli druga korespondenčna točka) dobljene funkcije nastopi kasneje kot pri funkciji s faznim kotom $0°$.

Pozitivni fazni kot pomeni prehitevanje, negativni fazni kot pa zaostajanje. Ločevanje teh situacij je vitalnega pomena pri analizi vezij in njihove frekvenčne odvisnosti.

Absolutna vrednost števila predstavlja amplitudo sinusne funkcije. Fazni kot kompleksnega števila določa fazo sinusne funkcije oziroma premik njenega vrha glede na osnovni kosinus s faznim kotom $0°$.

Razlog za omenjeno uporabo kosinusa namesto sinusa je v tem, da si kompleksna števila pri analizi vezij predstavljamo, kot da se vrtijo s kotno hitrostjo ω, kar dosežemo tako, da jih pomnožimo z $e^{j\omega t}$. Nadalje si predstavljamo, da to niso samo matematični vektorji ampak fizične palice, ki se dejansko vrtijo. Na sistem svetimo z *vzporednimi* žarki iz smeri ordinatne osi proti koordinatnemu izhodišču. Senca, ki jo vrh palice med vrtenjem ustvari na abscisni osi, opiše pripadajočo časovno funkcijo, ki jo predstavlja kompleksno število. Kompleksno število, ki ima fazni kot $0°$, ob času $t=0$ ustvarja na pozitivnem poltraku abscisne osi najdaljšo senco, čemur ustreza največja vrednost kosinusa pri vrednosti argumenta nič. Če bi namesto kosinusa uporabljali sinus, bi stalno imeli neskladje oziroma zamik med vrednostjo predstavljene časovne funkcije in senco, ki jo kompleksna palica ustvarja na abscisni osi.

22.3 Izvajanje operacij nad sinusnimi funkcijami

Opisana transformacija sinusnih funkcij v kompleksna števila je koristna le, če lahko s slednjimi izvedemo želene operacije skaliranja s konstanto, odvajanja in integriranja bolj enostavno kot s prvotnimi sinusnimi funkcijami. Za namen analize vezij se izkaže, da je v tem pogledu pridobitev ogromna.

Skaliranje s konstanto sinusni funkciji zgolj spremeni amplitudo.

$$k \cdot x(t) = k \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \underbrace{k \cdot A}_{\substack{\text{nova}\\\text{amplituda}}} \cdot \underbrace{\cos(\omega t + \varphi)}_{\substack{\text{nespremenjeno}\\\text{jedro funkcije}}} \tag{22.2}$$

Za ekvivalenten učinek nad pripadajočim kompleksnim številom v polarni obliki ustrezno skaliramo dolžino vektorja, medtem ko pri komponentnem zapisu ločeno skaliramo realni in imaginarni del števila.

22.3.1 Odvajanje pri kompleksnem računu

Bolj zanimivo od skaliranja je odvajanje signala $x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ po času, ki ga izvedemo z naslednjim izračunom.

$$\dot{x}(t) = A \cdot (-1) \cdot \sin(\omega t + \varphi) \cdot \omega = \omega \cdot A \cdot (-1) \cdot \sin(\omega t + \varphi) \tag{22.3}$$

Dobljena oblika zapisa nam ne pove dosti, ker z njo ni možno narediti primerjave s prvotno funkcijo. Zapis preoblikujmo tako, da v njem nastopa kosinus namesto sinusa. Odpraviti moramo tudi faktor (-1), ker so amplitude sinusnih funkcij in absolutne vrednosti kompleksnih števil vedno pozitivne.

Sinus spremenimo v kosinus tako, da slednjemu od faznega kota odštejemo 90°. Kosinusna funkcija *prehiteva* sinusno funkcijo za 90°, kar se vidi iz primerjave njunih korespondenčnih točk. Na primer, sinus ima maksimum pri +90°, kosinus pa že pri 0°. Pri kosinusu isto dogajanje nastopi pri za 90° manjšem kotu kot pri sinusu. Sledi, da sinus lahko pretvorimo v kosinus tako, da od kosinusnega faznega kota odštejemo 90°, s čimer kosinus *zakasnimo* in dobimo isto dogajanje kot pri sinusu. Ugotovitev nam da naslednje.

$$\dot{x}(t) = \omega \cdot A \cdot (-1) \cdot \cos(\omega t + \varphi - 90°) \tag{22.4}$$

Odpravimo še negativno konstanto (-1), kar storimo tako, da kosinusni funkciji prištejemo kot +180° (lahko tudi −180°). To nadvse pomembno dejstvo je v naslednjem poglavju tudi ilustrirano.

$$\dot{x}(t) = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi - 90° + 180°) = \underbrace{\omega A}_{\substack{\text{nova}\\\text{amplituda}}} \cdot \cos(\omega t + \varphi \underbrace{+90°}_{\substack{\text{dodatni}\\\text{fazni}\\\text{zamik}}}) \tag{22.5}$$

Primerjava dobljene funkcije z izhodiščno funkcijo razkrije, da odvajanje sinusnega signala ne spremeni njegove frekvence. To je ključno za uporabo kompleksnega računa, saj je ravno zaradi tega možno učinek vezja na sinusno funkcijo opisati zgolj z dvema parametroma. Odvajanje prvotno amplitudo A spremeni v (ωA), poleg tega pa doda fazni kot +90°. Zaradi slednjega učinka pravimo, da odvod *prehiteva* originalni signal za 90°.

Na tem mestu se pokaže ogromna pridobitev kompleksnega računa. Če odvajanja ne izvajamo nad originalno funkcijo ampak nad pripadajočim kompleksnim številom, se ta dokaj zapletena operacija zamenja s preprostim množenjem s *konstanto*. Ko kompleksno število z pomnožimo s konstanto ω, mu s tem spremenimo dolžino na način, ki ustreza spremembi amplitude kosinusa pri odvajanju. Fazni zamik za $+90°$ pa dosežemo tako, da število z pomnožimo s kompleksnim številom, katerega dolžina je enaka ena (da ne pokvarimo amplitude) fazni kot pa $+90°$. To število je ravno $0 + i \cdot 1 = i$.

V elektrotehniki se črka i običajno uporablja za tok in ne za imaginarno enoto, zato se za slednjo uporablja črka j. Operator odvajanja se torej v učbenikih o elektroniki zapiše kot $j\omega$. Faktor j poveča fazni kot za $+90°$ in ne vpliva na amplitudo. Faktor ω skalira amplitudo in ne vpliva na fazni kot, ker je ω realno število, ki ima fazni kot enak $0°$.

Operacijo odvajanja pri kompleksnem računu nadomesti množenje s konstanto $j\omega$.

Operator odvajanja $j\omega$ uteleša obe ključni lastnosti odvoda. Odvod sinusne funkcije prehiteva izhodiščno funkcijo za $90°$ neodvisno od frekvence izhodiščne funkcije. Amplituda odvajanega signala se poveča glede na izhodiščno funkcijo premosorazmerno s frekvenco signala.

Sinusna funkcija ima največjo strmino v točkah, ko poteka skozi ničlo, zato ima odvod v teh točkah maksimume in minimume. Pri sinusni funkciji se fazni kot med ničlo in maksimumom ali minimumom razlikuje za $90°$, kar je tudi fazni kot odvoda. Višja kot je frekvenca signala, hitreje njegove vrednosti prepotujejo interval med minimumom in maksimumom, zaradi česar se strmina funkcije sorazmerno poveča s frekvenco. Operator $j\omega$ obe ključni lastnosti izrazi ločeno ter na neverjetno kompakten in transparenten način, kar je prijetno tudi s stališča matematične estetike.

22.3.2 Integriranje pri kompleksnem računu

Učinek integriranja po času lahko preučimo z enakim postopkom, kot smo ga izvedli pri odvajanju: integriranje izvedemo v časovnem prostoru in dobljeno funkcijo preoblikujemo v zapis, ki omogoča primerjavo njene amplitude in faze z ustreznima parametroma prvotne funkcije. Na voljo pa imamo tudi bližnjico. Integral je obratna operacija od odvoda. Če funkcijo $x(t)$ najprej odvajamo, nato pa integriramo, dobimo ponovno isto funkcijo $x(t)$ kot rezultat skupnega učinka obeh operacij[1].

[1] Matematiki bi nas na tem mestu opozorili, da morajo funkcije izpolnjevati določene pogoje, da bi trditev držala, oziroma da bi nakazane operacije sploh bile definirane. Pri sinusnih funkcijah v zvezi s tem ni težav, saj so to zvezne, zvezno odvedljive in zvezno integrabilne funkcije brez singularnosti in drugih matematičnih nevarnosti.

Iz ugotovitve je razvidno, da integral amplitudo funkcije pomnoži s konstanto $\frac{1}{\omega}$, fazni kot pa zmanjša za 90°. Zaradi slednje ugotovitve pravimo, da integral *zaostaja* za originalno funkcijo za 90°. Pri kompleksnem računu premik faznega kota za $-90°$ izvede množenje izhodiščnega števila s številom $0 - j \cdot 1$, ki izkazuje ustrezno fazo in amplitudo ena. Integriranje torej uteleša množenje s konstanto $\frac{-j}{\omega}$, ki jo zapišemo kot $\frac{1}{j\omega}$. Ekvivalentnost obeh oblik razkrije naslednja izpeljava.

$$-j = \frac{j}{-1} = \frac{j}{j \cdot j} = \frac{1}{j}$$

Operacijo integriranja pri kompleksnem računu nadomesti množenje s konstanto $\frac{1}{j\omega}$.

Operator integriranja $\frac{1}{j\omega}$ direktno izrazi obe ključni lastnosti integrala. Integral sinusne funkcije zaostaja za izhodiščno funkcijo za 90° neodvisno od frekvence izhodiščne funkcije. Amplituda integriranega signala se zmanjša glede na izhodiščno funkcijo premosorazmerno s frekvenco signala. Razloga obeh lastnosti utemeljita obratna argumenta, kot utemeljujeta lastnosti odvoda. Operator integriranja $\frac{1}{j\omega}$ obe lastnosti izrazi ločeno, kompaktno in transparentno.

Kompleksna števila so koristna pri analizi vezij, ker se pri njihovem množenju absolutne vrednosti množijo, fazni koti pa seštevajo. Posledično je možno oba učinka, ki ju imata odvajanje in integriranje pri sinusni funkciji, doseči zgolj z množenjem ustrezne konstante.

22.4 Algebraično računanje učinkov

Operatorja odvajanja $j\omega$ in integriranja $\frac{1}{j\omega}$ imata vse algebraične lastnosti konstant in spremenljivk, ki ponazarjajo števila. Kot izhodiščni primer izpostavimo naslednjo zvezo.

$$j\omega \cdot \frac{1}{j\omega} = 1 \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{d}{dt}\int x(t) \cdot dt = x(t)$$

Operator odvajanja se krajša z operatorjem integriranja. To je ekvivalentno integriranju prvotne funkcije, nato pa izvedbi odvoda nad dobljenim rezultatom, kar nam da prvotno funkcijo[2].

Oglejmo si še naslednji primer transformacije.

$$\frac{3 + 2 \cdot j\omega}{j\omega} = \frac{3}{j\omega} + 2$$

[2] Striktno gledano se transformacije izvajajo od desne proti levi (najprej $1/j\omega$, nato $j\omega$), čeprav v tem primeru zaporedje ni važno, ker je množica transformacij kompleksnega računa komutativna, kar pa ne velja za vse transformacije. Splošno poznan je primer linearnih transformacij, ki jih utelešajo matrike, katerih množenje ni komutativno.

Tak izraz lahko interpretiramo dobesedno. Leva oblika narekuje, naj se k trikratni vrednosti prvotne funkcije prišteje dvakratni odvod prvotne funkcije. Rezultat seštevanja se nato integrira. Desna oblika narekuje, naj se integral prvotne funkcije pomnoži s konstanto 3, k čemur naj se prišteje dvakratna vrednost prvotne funkcije. Obe navodili nam dasta isti rezultat, ker sta odvajanje in integriranje linearni operaciji. To je ključno za analizo vezij s kompleksnim računom.

22.5 Povzetek

Sekcija 22.1

- Kompleksno število opišemo z dvema parametroma. To sta lahko njen realni in imaginarni del, ali pa absolutna vrednost in fazni kot.
- Rezultat množenja dveh kompleksnih števil je kompleksno število, katerega absolutna vrednost je enaka produktu absolutnih vrednosti množencev, fazni kot pa je enak vsoti množenčevih faznih kotov.

Sekcija 22.2

- V elektroniki največkrat operiramo s kosinusno funkcijo, govorimo pa o sinusni funkciji.
- Splošno sinusno funkcijo opišejo trije parametri: amplituda, faza in frekvenca.
- Pri fiksirani frekvenci sinusno funkcijo opišeta amplituda in faza.
- Med sinusnimi funkcijami fiksne frekvence in kompleksnimi števili obstaja bijektivna preslikava. Amplituda sinusne funkcije se preslika v absolutno vrednost kompleksnega števila, sinusni fazni kot pa v fazni kot kompleksnega števila.
- Pozitivni fazni kot pomeni prehitevanje, negativni fazni kot pa zaostajanje.

Sekcija 22.3

- Linearna vezja nad sinusnim vzbujanjem izvajajo tri operacije: skaliranje s konstanto, odvajanje in integriranje.
- Skaliranje s konstanto spremeni amplitudo sinusne funkcije, na njeno fazo pa ne vpliva.
- Odvod sinusne funkcije prehiteva izhodiščno funkcijo za 90°. Njegova amplituda je ω–krat večja od izhodiščne funkcije.
- Oba učinka odvajanja na izredno kompakten način opiše operator $j\omega$.
- Integral sinusne funkcije zaostaja za izhodiščno funkcijo za 90°. Njegova amplituda je ω–krat manjša od izhodiščne funkcije.
- Oba učinka opiše operator $\frac{1}{j\omega}$.

Sekcija 22.4

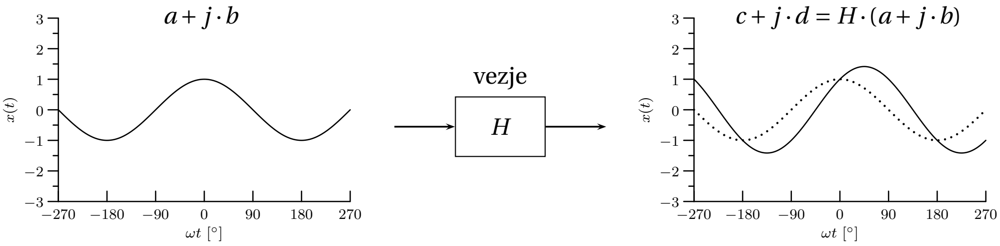
- Operatorja odvajanja in integriranja imata algebraične lastnosti števil.
- Operator odvajanja lahko krajšamo z operatorjem integriranja.
- Zapletenejše izraze, kjer nastopata ta operatorja, lahko izvedemo po korakih.

23 KOMPLEKSNI RAČUN IN VEZJA

Poglavje temelji na vsebini VIS poglavja 22 in nadgrajuje koncept ojačenja iz sekcije 19.3. Opcijsko je priporočeno poznavanje poglavja 20 ☾.

Linearna vezja izvajajo nad vzbujanjem kombinacije operacij skaliranja s konstanto, odvajanja in integriranja. Odziv vezja na sinusno vzbujanje je zopet sinusna funkcija, ki ima isto frekvenco kot vzbujanje. Odzivu se relativno glede na vzbujanje spremenita zgolj amplituda in faza. Posledično lahko učinek vezja opišemo s kompleksnim številom H, ki na kompakten način zajame oba učinka.

Odziv vezja izračunamo tako, da vzbujanju priredimo ustrezno število $a + j \cdot b$, ki ga nato pomnožimo s karakteristiko vezja H, da dobimo število $c + j \cdot d$, ki pripada odzivu. Dobljenemu številu priredimo pripadajočo sinusno funkcijo. Postopek povzema slika 23.1



Slika 23.1. Koncept analize vezja s kompleksnim računom.

Pogosto nas ne zanima odziv na konkretno vzbujanje, ampak zgolj splošni opis učinka vezja. V tem primeru nam zadostuje poznavanje konstante H.

> **Primer 1.** Konstanta H, ki opisuje karakteristiko *vezja* (in ne sinusne funkcije), je $1 - j \cdot 1$. To je število z absolutno vrednostjo $\sqrt{2}$ in faznim kotom $-45°$ (zadnji primer na sliki 22.2). Na podlagi te vrednosti neposredno razberemo, da se kakršnemukoli vzbujanju pri prehodu skozi vezje faza spremeni za $-45°$, amplituda pa se pomnoži s $\sqrt{2}$. Ta informacija je mnogokrat pomembnejša od vrednosti konkretnega odziva, saj nam daje splošni opis učinka na poljubno vzbujanje. □

Ko karakteristiko vezja H poznamo, lahko direktno odčitamo odziv na kakršnokoli sinusno vzbujanje.

> **Primer 2.** Vezje s karakteristiko $1 - j \cdot 1$ vzbujamo s funkcijo $5\,\mathrm{V} \cdot \cos(\omega t + 20°)$. Odziv vezja je $\sqrt{2} \cdot 5\,\mathrm{V} \cdot \cos(\omega t + 20° - 45°) \approx 7{,}07\,\mathrm{V} \cdot \cos(\omega t - 25°)$. □

23.1 Frekvenčna odvisnost karakteristik vezja

V splošnem je učinek vezja na vzbujanje frekvenčno odvisen, zato karakteristika H ni konstanta, ampak funkcija frekvence $H(\omega)$. Ko sta tako odziv kot vzbujanje napetost, se $H(\omega)$ imenuje prenosna funkcija. Enako velja pri tokovih. Ko je odziv napetost, vzbujanje pa tok, namesto imena prenosna funkcija uporabljamo ime impedanca. Funkciji vezja, ki opisuje tokovni odziv na napetostno vzbujanje, pa pravimo admitanca.

Prenosna funkcija je razširitev pojma ojačenja. Ojačenje A opisuje razmerje med izhodno napetostno spremembo in *počasno* vhodno napetostno spremembo ($A = \Delta u_2/\Delta u_1$); sekcija 19.3 na strani 107. Tak pogled na vezje je dokaj omejen, saj ne upošteva njegove frekvenčne odvisnosti. Ojačenje opisuje realistično dogajanje zgolj pri relativno nizkih frekvencah (kar je ekvivalentno počasnim spremembam), kjer vezje ne izkazuje dinamike (kondenzatorje lahko nadomestimo z odprtimi sponkami, tuljave pa s kratkimi stiki). Posledično ojačenje niti ne vsebuje informacije o faznem premiku odziva glede na vzbujanje, niti ne podaja frekvenčne odvisnosti spreminjanja razmerja amplitud odziva in vzbujanja. Ko frekvenco vzbujanja večamo preko določene meje (oziroma spremembe izvajamo dovolj hitro), se prične dejanski odziv vezja radikalno razlikovati od tistega, ki ga napove zgolj upoštevanje konstantnega ojačenja A. Prenosna funkcija $H(\omega)$ je direktna razširitev pojma ojačenja (napetostnega in tokovnega), ki nam omogoča realistično obravnavo vezij v širšem frekvenčnem področju. Pristop zahteva, da časovne spremembe napetosti ali toka nadomestimo s sinusnimi funkcijami, ki jih ponazorimo s kompleksnimi števili.

Ravno tako sta impedanca in admitanca razširitvi pojmov ohmska upornost in ohmska prevodnost. Slednji nam opisujeta zgolj dogajanje v enosmernih razmerah ali pri dovolj nizkih frekvencah, kjer dinamika elementov ne pride do izraza. V resnici vsak upor izkazuje fazni zamik in frekvenčno odvisno spreminjanje razmerja med tokom in napetostjo. Z višanjem frekvence vsiljene napetosti preko določene meje, se prične dejanski tok preko upora radikalno razlikovati od tistega, ki ga napove zgolj upoštevanje ohmske prevodnosti. Ista ugotovitev velja za napoved napetosti na uporu na podlagi njegove ohmske upornosti pri tokovnem vzbujanju.

Pri impedanci in admitanci nadalje ločimo dve situaciji. Ko ti funkciji opisujeta razmerje med napetostjo in tokom (ali obratno) na *različnih* sponkah, govorimo o transimpedanci in transadmitanci. Pri navadnih impedancah in admitancah pa opazujemo razmerje med napetostjo in tokom na *istih* sponkah.

Ne glede na pet različnih imen (prenosna funkcija, impedanca, transimpedanca, admitanca, transadmitanca) je v ozadju vseh veličin isti koncept. Pri vezju opazujemo odziv, ki je lahko sinusna napetost med katerimakoli dvema vozliščema ali sinusni tok preko katerekoli veje. Vezje vzbujamo s sinusno napetostjo med katerimakoli vozliščema ali s sinusnim tokom preko katerekoli veje. Odziv primerjamo z vzbujanjem, da ugotovimo razmerje amplitud in razliko faznih kotov. To informacijo vsebuje vseh pet tipov funkcij, ki se zgolj tradicionalno ali zaradi jasnejšega izražanja različno poimenujejo. Povsem upravičeno bi bilo vseh pet funkcij poimenovati z enotnim imenom *prenosna funkcija*.

23.2 Operatorji za opis karakteristik elementov

Prenosne funkcije, (trans)impedance in (trans)admitance vezij določamo na povsem enak način, kot določamo ojačenja, upornosti in prevodnosti enosmernih vezij. Karakteristike posameznih elementov se združujejo v skupno karakteristiko vezja po znanih pravilih, kot sta Kirchoffova zakona ter pravila za nadomeščanje vzporedne in zaporedne vezave uporov. Razlika v primerjavi z enosmerno analizo uporovnih vezij je zgolj v tem, da lastnosti elementov ne opisuje Ohmov zakon, ampak kompleksni operatorji.

Ker linearna vezja izvajajo zgolj tri osnovne operacije, potrebujemo za opis njihovih učinkov le kombinacije treh elementov. To so upor, kondenzator in tuljava, katerim sedaj določimo ustrezne kompleksne operatorje. Izpeljave veljajo za idealizirane elemente, ki so osnova za modeliranje realističnih komponent.

23.2.1 Ohmski upor

Pri idealnem uporu je tok v vsakem trenutku premosorazmeren z napetostjo. Posledično imata pripadajoči sinusni funkciji napetosti in toka isti fazni kot, zato karakteristika upora ne izkazuje faznega zamika. Ravno tako se v idealu Ohmska upornost ne spreminja s frekvenco, zato upor izvaja zgolj frekvenčno neodvisno skaliranje amplitud. Prevedbo Ohmovega zakona iz časovnega prostora v kompleksni prostor podaja naslednja enačba.

$$u_\mathrm{R}(t) = R \cdot i_\mathrm{R}(t) \qquad \Rightarrow \qquad \vec{U}_\mathrm{R} = R \cdot \vec{I}_\mathrm{R}$$

Veličini $u_\mathrm{R}(t)$ in $i_\mathrm{R}(t)$ sta trenutni časovni vrednosti napetosti in toka na uporu. Veličini $\vec{U}_\mathrm{R}$ in $\vec{I}_\mathrm{R}$ sta kompleksni števili, ki ponazarjata sinusni funkciji napetosti in toka. Iz zapisov je razvidno, da idealni upor ne izkazuje frekvenčne odvisnosti. Impedanca in admitanca upora sta R in $\frac{1}{R}$.

Simbol R v levem zapisu označuje Ohmsko upornost upora, medtem ko isti simbol v desnem zapisu označuje impedanco. Številski vrednosti obeh veličin sta enaki, kljub temu pa sta levi R in desni R povsem drugače definirana in imata različna pomena. V levem zapisu je R razmerje *trenutnih časovnih* vrednosti u_R in i_R. Desni R je razmerje dveh *kompleksnih števil*, ki celostno opisujeta sinusno funkcijo (preko cele periode) in ne dogajanja v posameznih časovnih trenutkih.

23.2.2 Kondenzator

Pri idealnem kondenzatorju je tok enak s kapacitivnostjo skaliranemu časovnemu odvodu napetosti. To podaja leva stran naslednjega izraza.

$$i_\mathrm{C}(t) = C \cdot \frac{d u_\mathrm{C}(t)}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{I}_\mathrm{C} = j\omega C \cdot \vec{U}_\mathrm{C}$$

Pri kompleksnem računu podani učinek upoštevamo tako, da odvajanje nadomestimo z operatorjem $j\omega$, kot prikazuje desna stran enačbe. Admitanca kondenzatorja je $j\omega C$ in je frekvenčno odvisna, saj v njenem izrazu nastopa spremenljivka ω. Pri nizkih frekvencah se absolutna vrednost admitance asimptotično približuje vrednosti nič, saj nizkih frekvenc kondenzator ne prevaja. To je razlog za splošno znano ugotovitev, da se kondenzator pri nizkih frekvencah obnaša kot odprti sponki.

Če smatramo tok za vzbujanje in napetost za odziv, predhodni relaciji obrnemo in dobimo naslednje.

$$u_\mathrm{C}(t) = \frac{1}{C}\int i_\mathrm{C}(t)\cdot dt \qquad \Rightarrow \qquad \vec{U}_\mathrm{C} = \frac{1}{j\omega C}\cdot \vec{I}_\mathrm{C}$$

Impedanca kondenzatorja je $\frac{1}{j\omega C}$. Njena absolutna vrednost se asimptotično veča v neskončnost, ko se ω približuje vrednosti nič.

Operator $j\omega C$ razkriva, da tok kondenzatorja prehiteva njegovo napetost za 90°, saj je fazni kot admitance vedno +90°, neodvisno od frekvence vzbujanja. Prehitevanje toka je fizikalno utemeljeno. Napetost na kondenzatorju se pojavi šele, ko prenesemo naboj z ene njegove elektrode na drugo. Prenos naboja uteleša tok, ki se pojavi najprej, napetost pa sledi kopičenju naboja na elektrodah. Iz istega razloga je fazni kot impedance vedno −90°, saj napetost zaostaja za tokom.

23.2.3 Tuljava

Pri idealni tuljavi je napetost z induktivnostjo skaliran časovni odvod toka, kar podaja leva stran naslednjega izraza.

$$u_\mathrm{L}(t) = L\cdot\frac{di_\mathrm{L}(t)}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{U}_\mathrm{L} = j\omega L\cdot \vec{I}_\mathrm{L}$$

Impedanca tuljave je $j\omega L$ in je frekvenčno odvisna. Napetost na tuljavi prehiteva tok za 90°. Tuljava se upira spremembi toka. Če želimo tok spremeniti, se na tuljavi pojavi napetost, ki je sorazmerna spremembi toka. Napetost se torej pojavi najprej, tok pa sledi zveznemu kopičenju magnetne energije v tuljavi.

Pri nizkih frekvencah se absolutna vrednost impedance asimptotično približuje vrednosti nič, saj nizke frekvence toka pomenijo počasnejše tokovne spremembe in manjše upiranje tuljave. To je razlog, da se pri nizkofrekvenčnih vezjih tuljava obnaša kot kratek stik.

Če pri tuljavi smatramo napetost za vzbujanje in tok za odziv, dobimo naslednje.

$$i_\mathrm{L}(t) = \frac{1}{L}\int u_\mathrm{L}(t)\cdot dt \qquad \Rightarrow \qquad \vec{I}_\mathrm{L} = \frac{1}{j\omega L}\cdot \vec{U}_\mathrm{L}$$

Admitanca tuljave je $\frac{1}{j\omega L}$. Njena absolutna vrednost se asimptotično veča v neskončnost, ko se ω približuje vrednosti nič, ker se pri nizkih frekvencah tuljava ne upira toku.

Pri nizkih frekvencah se kondenzator obnaša kot odprti sponki, tuljava pa kot kratek stik. To je razlog, da ta dva elementa ne nastopata v shemah enosmernih vezij, kjer srečujemo zgolj upore.

Pri visokih frekvencah se kondenzator obnaša kot kratek stik. Že malenkostna parazitna kapacitivnost lahko popolnoma spremeni visokofrekvenčne karakteristike vezja. Ko so frekvence dovolj visoke, se v vezju pojavljajo nepričakovane *povezave*, saj vsak par žic spremlja parazitna kapacitivnost.

Pri visokih frekvencah se tuljava obnaša kot odprti sponki, zato lahko že majhna parazitna induktivnost popolnoma spremeni visokofrekvenčne karakteristike vezja. Vsaka žica izkazuje parazitno induktivnost, zaradi česar se v vezju pojavljajo nepričakovane *odprte sponke*.

Zadnji ugotovitvi sta zgolj kvalitativni. Pri zelo visokih frekvencah teorija vezij odpove, saj v tem primeru vezij ni možno opisati s Kirchoffovimi zakoni, vejnimi enačbami in ostalimi nizkofrekvenčnimi aproksimacijami.

23.3 Amplitudni in fazni odziv

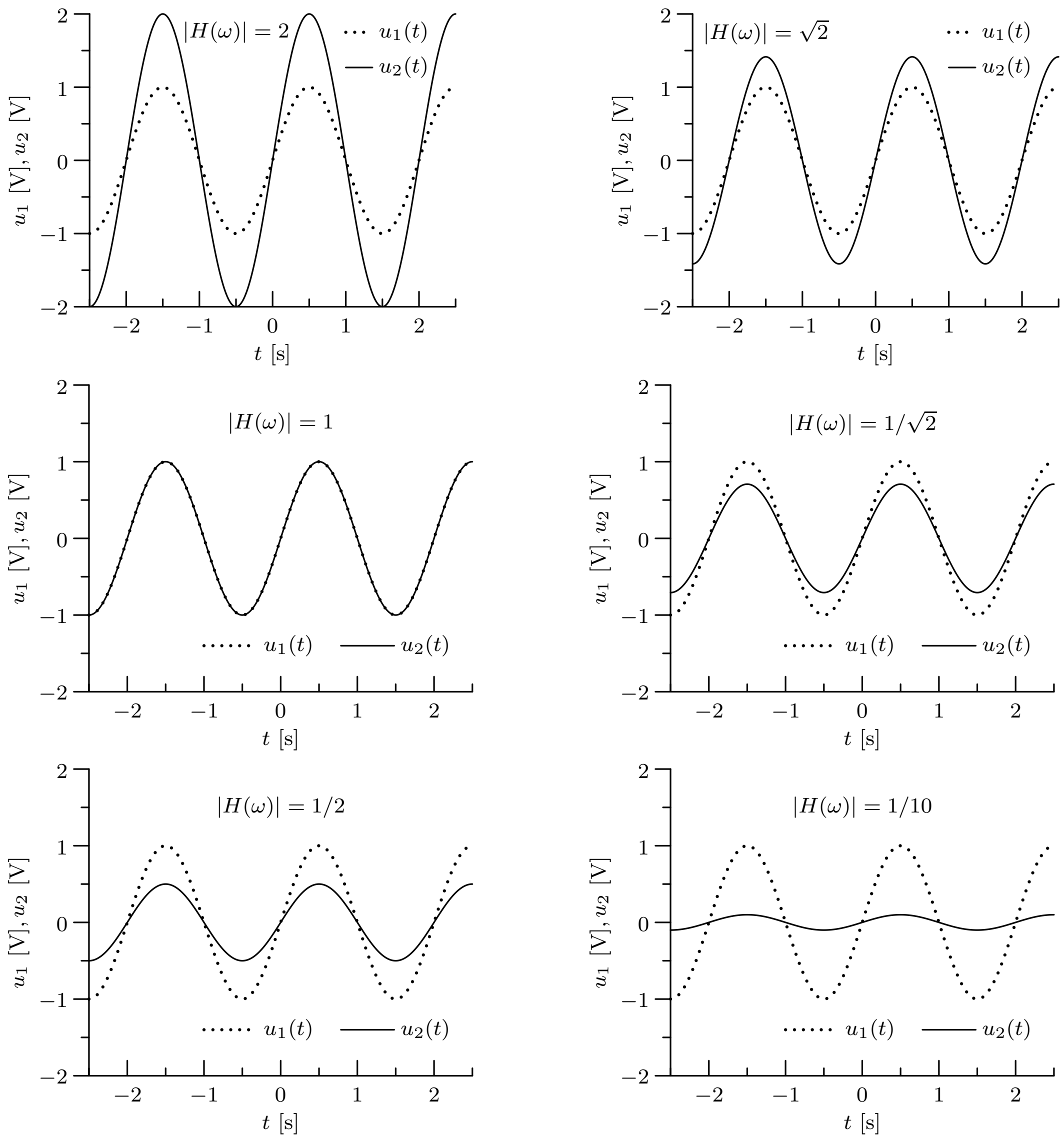
Prenosna funkcija, impedanca in admitanca združujejo učinek vezja na amplitudo in fazo v skupno funkcijo. To je mnogokrat nepraktično. Pogosto je bistveno bolj pregledno posamezna vpliva ločeno obravnavati. V ta namen vpeljimo pojma *amplitudni odziv* in *fazni odziv*.

23.3.1 Amplitudni odziv

Amplitudni odziv $|H(\omega)|$ je razmerje amplitud izhodnega in vhodnega signala, kar ilustrira slika 23.2. Napetost u_1 označuje vhodni signal, u_2 pa izhodni. Če je vrednost $|H(\omega)|$ večja od 1, je amplituda izhodnega signala večja od vhodne amplitude, zato vezje signal ojačuje (grafa v prvi vrsti). Pri $|H(\omega)| = 1$ je izhodna amplituda enaka vhodni (levi graf v drugi vrsti). Ko je $|H(\omega)|$ manjši od 1, je amplituda izhodnega signala manjša od vhodne amplitude, zato vezje signal slabi (ostali grafi na sliki).

Desni graf v drugi vrsti ilustrira dogajanje pri $|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, kar pogosto srečamo v elektroniki, avtomatiki ter teoriji vezij in filtrov. Ker je $\frac{1}{\sqrt{2}}$ približno 0,7, je izhodna amplituda v tem primeru za okvirno 30 % manjša od vhodne.

Spodnji levi graf podaja razmere pri $|H(\omega)| = \frac{1}{2}$, zato je izhodna amplituda za polovico manjša od vhodne. Nazadnje si lahko na desnem spodnjem grafu ogledamo dogajanje pri $|H(\omega)| = \frac{1}{10}$, čemur ustreza desetkrat manjša amplituda na izhodu od vhodne. Z manjšanjem amplitudnega odziva proti nič postaja izhodna amplituda čedalje manjša.

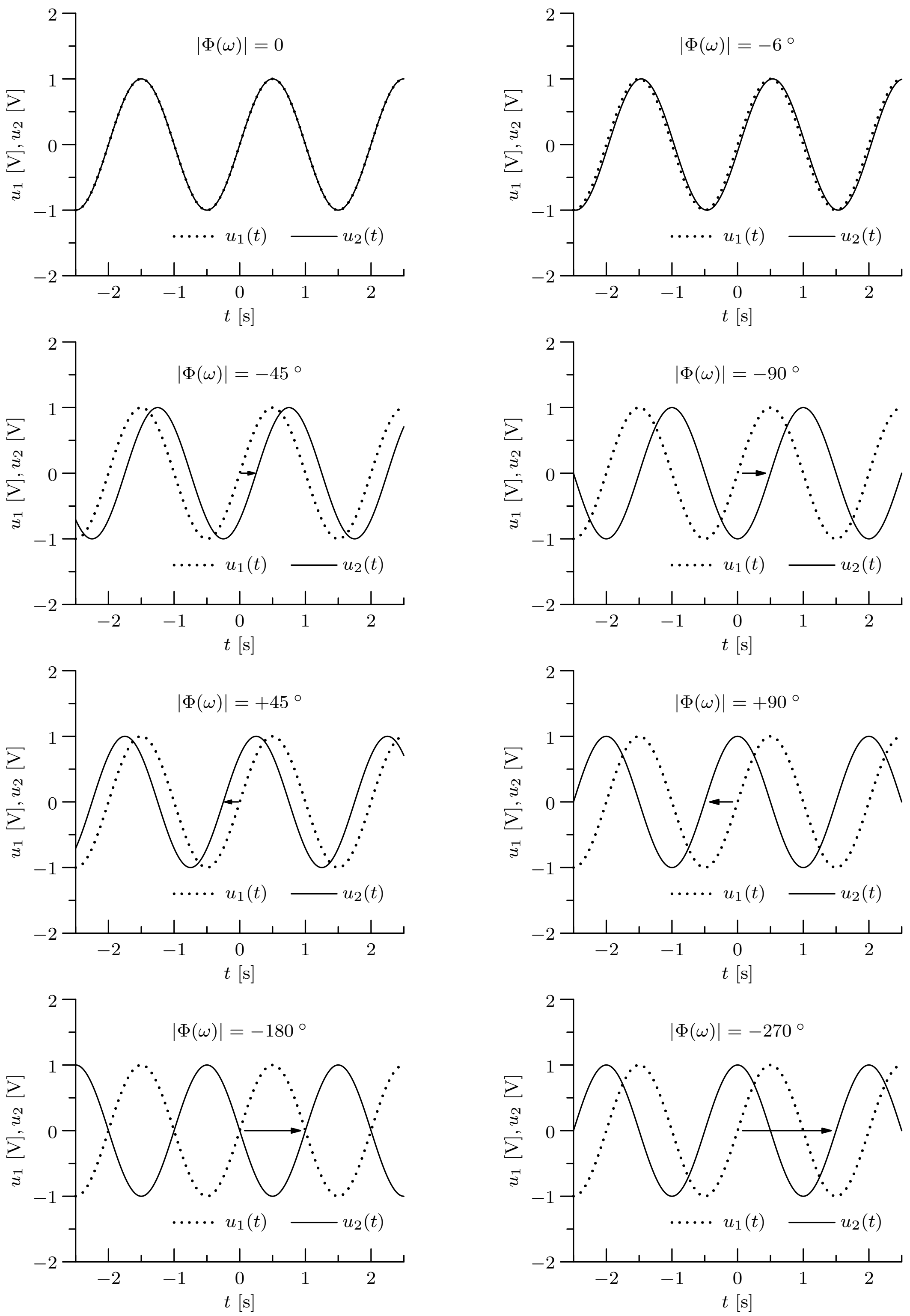


Slika 23.2. Pomen amplitudnega odziva.

23.3.2 Fazni odziv

Fazni odziv $\Phi(\omega)$ podaja premik med izhodnim in vhodnim sinusnim signalom (slika 23.3). Če je le–ta enak 0°, sta signala v fazi, oziroma nista zamaknjena (zgornji levi graf na sliki). Pozitivna vrednost faznega odziva pomeni, da izhodni signal prehiteva vhodnega, negativna vrednost pa podaja zaostajanje.

Na zgornjem desnem grafu vidimo razmere pri $\Phi(\omega) = -6°$, ki se kasneje izkaže za karakteristično vrednost. V tem primeru izhodni signal malenkostno zaostaja za vhodnim. Da si lažje predstavljamo, kolikšen zaostanek je to, izračunajmo zamik v odstotkih celotne periode signala: $6°/360° = 1/60 = 1{,}67$ %. Zamik $-6°$ torej predstavlja eno šestdesetino periode signala oziroma njena slaba dva odstotka.



Slika 23.3. Pomen faznega odziva.

Levi graf v drugi vrsti prikazuje razmere pri $\Phi(\omega) = -45°$, kar je enako zaostajanju za osmino periode ($45°/360° = 1/8$). Zamik za četrtino periode, oziroma stanje pri $\Phi(\omega) = -90°$, vidimo na desnem grafu v drugi vrsti.

Grafa v tretji vrsti prikazujeta prehitevanje za $+45°$ (levo) in $+90°$ (desno). Premika izhodnega signala proti vhodnemu sta enako velika kot pri ustreznih grafih v drugi vrsti, le da je premik izveden v drugo smer.

Izpostavimo situacijo na spodnjem levem grafu. Tu velja $\Phi(\omega) = -180°$, kar ustreza zaostanku za polovico periode. Ta zamik ima enak učinek kot množenje originalnega signala z -1. Ugotovitev je nadvse pomembna pri vezjih in povratnih zvezah, saj nam fazni premik ustreznega signala za $-180°$ spremeni negativno povratno zvezo v pozitivno. To dogajanje je vzrok za nastanek parazitnih oscilacij v realnih elektronskih vezjih.

Spodnji desni graf ilustrira stanje pri $\Phi(\omega) = -270°$ oziroma pri zaostanku za tri četrtine periode. Ker je sinusna funkcija periodična, je zaostanek $-270°$ ekvivalenten prehitevanju za četrtino periode oziroma premiku za $+90°$. O tem se prepričamo s primerjavo desnih grafov v zadnji in predzadnji vrsti, ki prikazujeta enaka poteka izhodnega signala. Pri faznem zamiku $\pm 360°$ bi ponovno dobili zgornji levi graf.

Izraz, da pri pozitivnem faznem zamiku izhodni signal prehiteva vhodnega, je zavajajoč. Nikakor ga ne smemo razumeti v smislu, da posledica prehiteva vzrok, kar je fizikalno nemogoče. Prehitevanje je zgolj navidezno in je rezultat vpliva preteklih period vzbujanja na trenutni odziv. To podrobneje obravnava kasnejše poglavje 28 (stran 160).

23.4 Računanje amplitudnega in faznega odziva

Amplitudni in fazni odziv izpeljemo iz frekvenčnega odziva. Prvi je enak absolutni vrednosti $H(\omega)$. Iz Pitagorovega izreka sledi, da amplitudni odziv izračunamo po naslednji enačbi, kjer sta $\Re[H(\omega)]$ in $\Im[H(\omega)]$ realni in imaginarni del frekvenčnega odziva, ki sta v kompleksni ravnini med seboj pravokotna.

$$|H(\omega)| = \sqrt{\Re[H(\omega)]^2 + \Im[H(\omega)]^2} \tag{23.1}$$

Fazni odziv $\Phi(\omega)$ je enak faznemu kotu, ki ga tvorita realni in imaginarni del frekvenčnega odziva, iz česar sledi naslednja enačba za njegov izračun.

$$\Phi(\omega) = \arctan\left(\frac{\Im[H(\omega)]}{\Re[H(\omega)]}\right) \tag{23.2}$$

Primer 3. Pri uporovnem napetostnem delilniku ima vlogo frekvenčnega odziva enačba 3.1 (stran 25). Realni del $H(\omega)$ je enak delilnemu razmerju, imaginarni del pa je enak nič. Izhodni signal delilnika je v fazi z vhodnim signalom, izhodna amplituda pa je za faktor delilnega razmerja manjša od vhodne amplitude. □

Konkretne izračune vpeljanih veličin izvedemo v poglavjih, ki sledijo. Dobljene funkcije nam omogočajo poglobljen in konceptualno celosten vpogled v frekvenčno odvisnost vezij z operacijskimi ojačevalniki.

23.5 Povzetek

Uvod

- Linearna vezja izvajajo nad signali kombinacijo skaliranja s konstanto, odvajanja in integriranja.
- Sinusnemu signalu se pri prehodu skozi vezje spremenita amplituda in faza, ne pa frekvenca.
- Učinek vezja na vzbujanje opiše kompleksno število, katerega absolutna vrednost podaja razmerje amplitud odziva in vzbujanja, faza pa podaja fazni premik med odzivom in vzbujanjem.

Sekcija 23.1

- Prenosna funkcija, impedanca in admitanca podajata frekvenčno odvisnost razmerja amplitud in faznega zamika odziva glede na vzbujanje.
- Prenosna funkcija je razširitev pojma enosmernega ojačenja.
- Impedanca in admitanca sta razširitvi pojmov Ohmska upornost in prevodnost.

Sekcija 23.2

- Impedanca in admitanca upora sta R in $\frac{1}{R}$.
- Impedanca R je številsko enaka Ohmski upornosti R, pomensko pa se od nje močno razlikuje.
- Impedanca in admitanca kondenzatorja sta $\frac{1}{j\omega C}$ in $j\omega C$.
- Tok kondenzatorja prehiteva napetost za +90°.
- Impedanca in admitanca tuljave sta $j\omega L$ in $\frac{1}{j\omega L}$.
- Napetost tuljave prehiteva tok za +90°.
- Pri nizkih frekvencah se tuljava obnaša kot kratek stik, kondenzator pa kot odprti sponki.
- Pri visokih frekvencah se tuljava obnaša kot odprti sponki, kondenzator pa kot kratek stik.

Sekcija 23.3

- Pri prenosni funkciji, impedanci in admitanci sta informaciji o amplitudnem in faznem dogajanju združeni, kar je mnogokrat nepregledno.
- Z vpeljavo amplitudnega in faznega odziva ločimo informacijo o amplitudi in fazi.
- Amplitudni odziv je absolutna vrednost prenosne funkcije, impedance ali admitance.
- Fazni odziv je fazni kot prenosne funkcije, impedance ali admitance.

Del VI

RC in *CR* člen

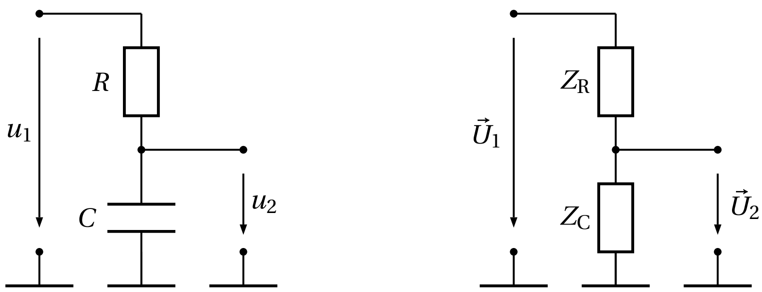
Kombinaciji upora in kondenzatorja, ki jima pravimo *RC* in *CR* člen, sta vsebovani v vseh elektronskih vezjih. Včasih njuno vgradnjo namerno načrtujemo, še pogosteje pa nastopata kot parazitna člena, ki sta posledica parazitnih upornosti in kapacitivnosti gradnikov vezja. *RC* in *CR* členi v mnogih praktičnih situacijah ključno vplivajo na delovanje vezij, zato spada podrobno poznavanje njihovih karakteristik v osnovne koncepte elektronike. Pričujoče tematike so vitalnega pomena za razumevanje frekvenčne odvisnosti vezij z operacijskimi ojačevalniki in tranzistorskih vezij.

24 *RC* ČLEN (PRVIČ)

Predznanja vsebujejo VIS poglavja 22, 23 in 3.

V tem poglavju obravnavani *RC* člen in kasneje obravnavani *CR* člen sta gradnika, ki v vezjih nastopata neverjetno pogosto. Podrobno poznavanje njunih karakteristik je vitalnega pomena za razumevanje vezij z operacijskimi ojačevalniki in za uspešno sintezo vezij z optimalnimi frekvenčnimi karakteristikami.

RC člen prikazuje leva stran slike 24.1. Napetost u_1 vezje vzbuja, medtem ko je napetost u_2 pripadajoči odziv. Zanima nas odvisnost napetosti u_2 od u_1. Ker kondenzator pri frekvenci 0 Hz izkazuje karakteristiko odprtih sponk, je enosmerna analiza popolnoma nezanimiva. Osredotočimo se na sinusni časovni potek napetosti u_1, kar nam da tudi sinusni potek u_2. Vezje obravnavamo s kompleksnim računom kot napetostni delilnik, sestavljen iz impedanc upora in kondenzatorja, kot ponazarja desna stran slike 24.1.



Slika 24.1. *RC* člen (levo) in njegov impedančni model (desno).

Po analogiji z enačbo 3.1 (stran 25) zapišimo naslednjo enačbo, ki podaja kompleksno delilno razmerje delilnika oziroma prenosno funkcijo *RC* člena.

$$\vec{U}_2 = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} \cdot \vec{U}_1 \quad = \quad \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \vec{U}_1 \quad = \quad \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \vec{U}_1 \tag{24.1}$$

Prenosna funkcija $H(\omega)$ je razmerje kompleksnih amplitud $\frac{\vec{U}_2}{\vec{U}_1}$ po naslednji enačbi.

$$\boxed{H(\omega) = \frac{\vec{U}_2}{\vec{U}_1} = \frac{1}{1 + j\omega RC}} \tag{24.2}$$

Rezultat lahko obravnavamo kot kompleksno delilno razmerje *RC* člena. Čim imamo v vezju splošne impedance (kondenzatorje in tuljave) in ne samo uporov, se sinusnim signalom pri prehodu skozi vezje spreminja tako amplituda kot faza. Uporovni delilnik spreminja samo amplitudo signala, zato je razmerje 3.1 realno in konstantno, medtem ko je funkcija 24.2 kompleksna in frekvenčno odvisna.

24.1 Amplitudni in fazni odziv *RC* člena

Iz predhodno dobljene prenosne funkcije izpeljimo amplitudni in fazni odziv RC člena po enačbah 23.1 in 23.2 (stran 131), za kar potrebujemo zapis 24.2 v obliki, ki ločeno izraža realno in imaginarno komponento. Prvi korak do takega zapisa je razširitev ulomka s konjugirano kompleksno vrednostjo imenovalca, s čimer imenovalec postane realen.

$$H(\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC} = \frac{(1-j\omega RC)}{(1+j\omega RC)\cdot(1-j\omega RC)} = \frac{1-j\omega RC}{1+(\omega RC)^2} \tag{24.3}$$

Sedaj sta obe komponenti izraza neposredno razvidni.

$$\Re[H(\omega)] = \frac{1}{1+(\omega RC)^2} \qquad \Im[H(\omega)] = \frac{-\omega RC}{1+(\omega RC)^2} \tag{24.4}$$

Ko dobljeni komponenti vstavimo v enačbi 23.1 in 23.2 ter izraza uredimo, dobimo za amplitudni in fazni odziv RC člena naslednje.

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \tag{24.5}$$

$$\Phi(\omega) = \arctan(-\omega RC) = -\arctan(\omega RC) \tag{24.6}$$

24.2 Aproksimacija prenosne funkcije

Enačbe 24.2, 24.5 in 24.6 nam omogočajo izračun odziva RC člena na sinusno vzbujanje poljubne frekvence. Po drugi strani lahko izkušen elektronik dokaj natančno oceni odziv RC člena brez natančnih izračunov na podlagi ustaljenih aproksimacij izpeljanih enačb. Aproksimacije, ki jih opisujemo v nadaljevanju, še zdaleč niso koristne samo zaradi hitrega ocenjevanja dogajanja v vezju, ampak nam nudijo konceptualno globlji pogled na lastnosti vezij.

Enačbe aproksimiramo na podlagi dejstva, da ima imenovalec prenosne funkcije v enačbi 24.2 dva člena. Prvi člen je konstanta 1, zato je frekvenčno neodvisen. Drugi člen $j\omega RC$ narašča linearno s frekvenco vzbujanja.

Če so frekvence vzbujanja nizke, je drugi člen zanemarljiv, saj pri pogoju $\omega \to 0$, velja $j\omega RC \to 0$. S tem se prenosna funkcija poenostavi v naslednjo obliko.

$$H(\omega)|_{\omega \ll \omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{1+\cancel{j\omega RC}} \approx 1 \tag{24.7}$$

V nasprotnem primeru, ko so frekvence visoke, je prvi člen imenovalca zanemarljiv, iz česar sledi naslednja poenostavitev.

$$H(\omega)|_{\omega \gg \omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{\cancel{1}+j\omega RC} \approx \frac{1}{j\omega RC} = \left(\frac{1}{RC}\right)\cdot\left(\frac{1}{j\omega}\right) \tag{24.8}$$

Konstanta ω_m, ki se pojavlja v nakazanih pogojih $\omega \ll \omega_\mathrm{m}$ in $\omega \gg \omega_\mathrm{m}$, se imenuje (krožna) mejna frekvenca RC člena in razmejuje njegovo področje nizkih in visokih frekvenc. Optimalno mejo med obema področjema določimo pri frekvenci, kjer sta oba člena imenovalca enaka po absolutni vrednosti: $|1| = \left|j\omega_\mathrm{m}RC\right|$. Pri tem upoštevamo, da množenje z imaginarno enoto j ne spremeni absolutne vrednosti kompleksnega števila, zato velja $\left|j\omega_\mathrm{m}RC\right| = |\omega_\mathrm{m}RC| = \omega_\mathrm{m}RC$.

$$|1| = \left|j\omega_\mathrm{m}RC\right| \quad \Rightarrow \quad \omega_\mathrm{m} = \frac{1}{RC}, \; f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi \cdot RC} \tag{24.9}$$

Primer 1. RC člen je zgrajen iz upora 1 kΩ in kondenzatorja 1 μF. Njegova krožna mejna frekvenca je $\omega_\mathrm{m} = 1/(10^3\ \Omega \cdot 10^{-6}\ \mathrm{F}) = 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$. Pripadajoča (fizikalna) mejna frekvenca je $f_\mathrm{m} = \omega_\mathrm{m}/2\pi \approx 160$ Hz. □

Ko je (krožna) frekvenca vzbujanja nižja od ω_m, je člen 1 v imenovalcu prenosne funkcije vplivnejši od člena $j\omega RC$. Pri višjih frekvencah vzbujanja od ω_m pa je člen $j\omega RC$ vplivnejši od konstante 1. Ko je frekvenca vzbujanja *mnogo* nižja ali *mnogo* višja od ω_m, postane ustrezen člen zanemarljiv. V bližini ω_m se čuti vpliv obeh členov, zato se dejanske karakteristike RC člena opazno razlikujejo od aproksimacij po enačbah 24.7 in 24.8. Da lahko elektronik realistično oceni obnašanje vezja v področju okoli mejne frekvence, potrebuje nekaj prakse.

Z uporabo mejne frekvence lahko enačbe 24.2, 24.5 in 24.6 zapišemo v konceptualno globlji obliki z enačbami od 24.10 do 24.12. Konkretne vrednosti R in C vplivajo na vrednost mejne frekvence ω_m, ne spreminjajo pa oblike karakteristike.

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right)} \tag{24.10}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right)^2}} \tag{24.11}$$

$$\Phi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right) \tag{24.12}$$

Mejna frekvenca ω_m popolnoma določa izpeljane frekvenčne karakteristike RC člena. Za določitev prenosne funkcije RC člena ter njegovega amplitudnega in faznega odziva ni potrebno poznavanje posameznih vrednosti R in C. (Še vedno pa jih je koristno poznati, saj ti vrednosti določata ostale lastnosti RC člena, kot sta Theveninova in vhodna impedanca).

Odziv RC člena ne določa sama frekvenca vzbujanja, ampak razmerje med vzbujalno in mejno frekvenco. Parameter ω nastopa v enačbah od 24.10 do 24.12 izključno v razmerju $\frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}}$.

24.3 Interpretacija izvedenih aproksimacij

Pri nizkih frekvencah ($\omega \ll \omega_\mathrm{m}$) signal prehaja skozi *RC* člen nespremenjen (enačba 24.7). Izhodni signal je po amplitudi in fazi enak vhodnemu signalu (levi srednji graf slike 23.2 na strani 129 in zgornji levi graf slike 23.3 na strani 130).

Visokofrekvenčno področje izkazuje bistveno pestrejše karakteristike, ki povzročajo mnogo parazitnih lastnosti vezij z operacijskimi ojačevalniki (in tranzistorskih vezij). Dejansko je dogajanje v tem področju motiv, da *RC* člene vpeljujemo v razpravo in njegove lastnosti podrobno opisujemo.

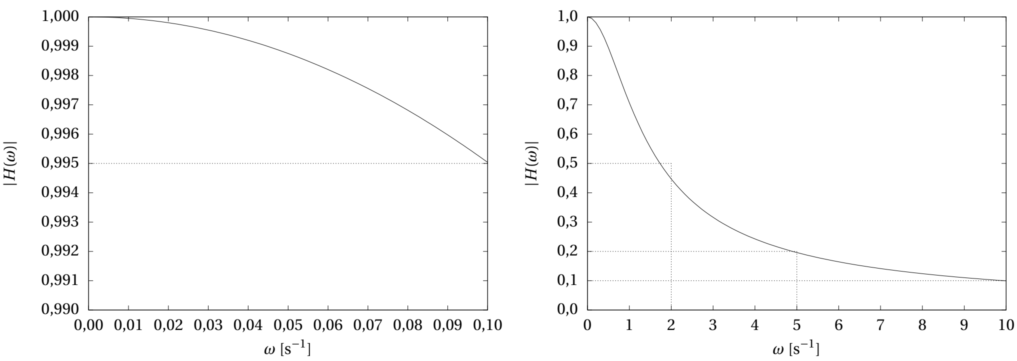
Zadnja oblika enačbe 24.8 razkriva pomembno dejstvo. *RC* člen v visokofrekvenčnem področju izvaja funkcijo analognega integriranja. Operator $\frac{1}{j\omega}$ uteleša prenosno funkcijo idealnega integratorja (podsekcija 22.3.2 na strani 121), medtem ko konstanta $\frac{1}{RC} = \omega_\mathrm{m}$ odziv zgolj skalira, njegove oblike pa ne spremeni. V tem frekvenčnem področju dobimo na izhodu *RC* člena skaliran integral vhodne napetosti. (Podrobno diskusijo tega dejstva podaja kasnejša sekcija 31.5 na strani 196.) Lastnosti, ki jih navajamo v nadaljevanju tega poglavja, sledijo zgolj iz funkcije integriranja in dejstva, da se to področje pri *RC* členu prične šele (znatno) nad frekvenco ω_m.

Ko velja $\omega \gg \omega_\mathrm{m}$, *RC* člen vhodni signal duši, saj je amplituda na izhodu mnogo manjša od vhodne amplitude. Amplituda odziva se zmanjša tolikokrat glede na amplitudo vzbujanja, kolikokrat je ω višja od ω_m. To vidimo z naslednjo preureditvijo enačbe 24.11.

$$|H(\omega)|_{\omega \gg \omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{\sqrt{\cancel{1} + \left(\frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right)^2}} \approx \frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega} \tag{24.13}$$

> **Primer 2.** Mejna frekvenca *RC* člena je 100 Hz. Pri vzbujanju s sinusom amplitude 1 V in frekvence 1 kHz ocenimo, da je amplituda odziva 0,1 V, ker je frekvenca 1 kHz desetkrat višja od mejne frekvence (spodnji desni graf slike 23.2).
>
> Pri isti amplitudi vzbujanja in frekvenci 200 Hz ocenimo amplitudo odziva na 0,5 V (spodnji levi graf slike 23.2). V tem primeru je ocena nenatančna, saj je frekvenca 200 Hz samo dvakrat višja od mejne frekvence *RC* člena, zato se pri njej še vedno opazno čuti vpliv zanemarjenega člena. □

Aproksimacijo ilustrirajmo s sliko 24.2, kjer je prikazan dejanski (in ne aproksimirani) potek amplitudnega odziva *RC* člena s krožno mejno frekvenco 1 s^{-1}, ki je izračunan z enačbo 24.11. Levi graf prikazuje dogajanje pri frekvencah, ki so dosti nižje od mejne frekvence, medtem ko je na desnem grafu podan potek v širšem območju okoli mejne frekvence.



Slika 24.2. Amplitudni odziv *RC* člena s krožno mejno frekvenco 1 s^{-1} v dveh frekvenčnih območjih: do $0,1$ s^{-1} (levo) in do 10 s^{-1} (desno).

Z levega grafa se vidi, da je amplitudni odziv pri nizkih frekvencah praktično enak 1. Pri desetini mejne frekvence vrednost amplitudnega odziva odstopa od vrednosti 1 za 5 ‰.

Z višanjem frekvence signala preko mejne frekvence *RC* člena amplitudni odziv asimptotično upada proti 0 (kar na grafu ni razvidno zaradi premajhnega prikazanega frekvenčnega področja).

Primer 3. Na desnem grafu slike 24.2 vidimo, da pri desetkratni mejni frekvenci amplitudni odziv pade na približno vrednost 1/10. Pri petkratni mejni frekvenci ima amplitudni odziv vrednost 1/5. Oboje se ujema z enačbo 24.13. □

Primer 4. Pri dvakratni mejni frekvenci ima amplitudni odziv približno vrednost 1/2, vendar se z desnega grafa slike 24.2 nazorno vidi odstopanje dejanske vrednosti od aproksimirane vrednosti 1/2, ker vzbujalna frekvenca ne preseže mejne frekvence dovolj izrazito. □

V bližini mejne frekvence nobenega od členov imenovalca prenosne funkcije 24.2 oziroma 24.10 ne moremo zanemariti in z opisano aproksimacijo naredimo relativno veliko napako. Največje odstopanje dejanske vrednosti od aproksimirane je ravno pri mejni frekvenci, kjer sta oba člena po absolutni vrednosti enaka. V tem primeru frekvenčni odziv podaja enačba 24.14.

$$H(\omega)|_{\omega=\omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{1+j\left(\frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right)} = \frac{1}{1+j\left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega_\mathrm{m}}\right)} = \frac{1}{1+j} \quad \Rightarrow \quad |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 \qquad (24.14)$$

Pri mejni frekvenci amplituda izhodnega signala pade na $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 70$ % vhodne amplitude (srednji desni graf slike 23.2). To je karakteristična vrednost v teoriji vezij, regulacij in filtrov. Aproksimacija po enačbi 24.13 napove enako veliki amplitudi odziva in vzbujanja, kar je 30 % odstopanje od dejanske vrednosti.

Mejna frekvenca je teoretična meja med nizkofrekvenčno in visokofrekvenčno *asimptoto* frekvenčnega odziva. Mejna frekvenca *ni* najvišja frekvenca, do katere lahko smatramo, da *RC* člen vhodni signal neovirano prepušča.

Primer 5. Če amplituda koristnega signala pri prehodu skozi *RC* člen ne sme odstopati za več kot 5 ‰, lahko smatramo neovirano prepuščanje signala samo v frekvenčnem območju do $\frac{\omega_\mathrm{m}}{10}$ (levi graf na sliki 24.2). □

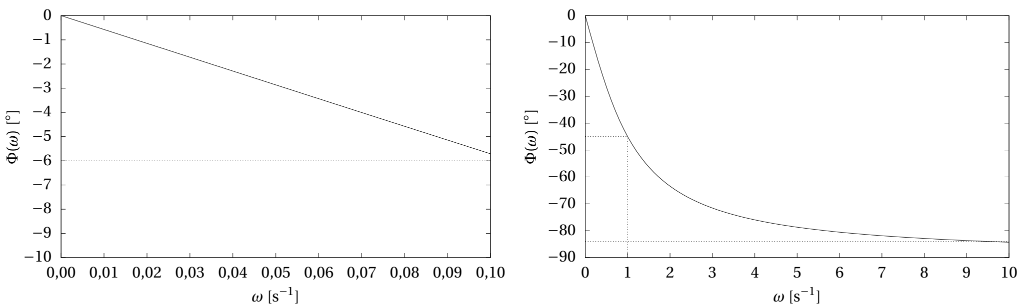
Prav tako ne moremo smatrati, da od mejne frekvence naprej *RC* člen signal učinkovito duši, saj je z desnega grafa na sliki 24.2 razvidno, da amplitudni odziv relativno počasi upada proti nič.

Primer 6. Pri frekvenci $10 \cdot \omega_\mathrm{m}$ je amplituda izhodnega signala zmanjšana na desetino vhodne amplitude. Če ta signal predstavlja motnjo, je nakazano filtriranje relativno neučinkovito (dober filter nekoristni signal zmanjša več tisočkrat ali celo več milijonkrat). □

24.4 Aproksimacija faznega odziva

Oglejmo si še aproksimacijo faznega odziva. Dejstva, ki jih podajamo v nadaljevanju, in utemeljitve aproksimacij so mnogo nazorneje razvidne iz Bodejevega diagrama *RC* člena, ki ga vpelje poglavje 25. Posledično sedaj diskusijo zgolj pričenjamo in jo kasneje dokončamo.

Slika 24.3 podaja fazni odziv *RC* člena z mejno frekvenco $\omega_\mathrm{m} = 1\ \mathrm{s}^{-1}$, ki je izračunan z enačbo 24.12. Levi graf prikazuje potek pri frekvencah, ki so dosti nižje od mejne frekvence, medtem ko je na desnem grafu podan potek v širšem območju okoli mejne frekvence.



Slika 24.3. Fazni odziv *RC* člena s krožno mejno frekvenco $1\ \mathrm{s}^{-1}$ v dveh frekvenčnih območjih: do $0{,}1\ \mathrm{s}^{-1}$ (levo) in do $10\ \mathrm{s}^{-1}$ (desno).

Pri izrazito nižjih frekvencah od mejne frekvence je fazni odziv majhen. Ko je $\omega < \frac{\omega_\mathrm{m}}{10}$, fazni odziv še ne doseže $-6°$ (levi graf slike 24.3 in primerjava z zgornjim desnim grafom slike 23.3). To v približku zanemarimo in smatramo, da je fazni zamik enak $0°$. Enačba 24.12 se tako poenostavi v naslednjo obliko.

$$\Phi(\omega)\big|_{\omega < \frac{\omega_\mathrm{m}}{10}} \approx 0° \tag{24.15}$$

Pri visokih frekvencah, ko je $\omega > 10\omega_\mathrm{m}$, se z desnega grafa slike 24.3 vidi, da je fazni zamik že $-84° = (-90+6)°$ ali več, kar poenostavimo v $-90°$ (desni graf druge vrste na sliki 23.3).

$$\Phi(\omega)\big|_{\omega > 10\omega_\mathrm{m}} \approx -90° \tag{24.16}$$

V vmesnem frekvenčnem področju aproksimirani fazni zamik monotono upada od $0°$ do $-90°$.

✎ Pri nizkih frekvencah je izhodni signal praktično v fazi z vhodnim signalom. Pri visokih frekvencah izhodni signal za vhodnim signalom zaostaja za četrtino periode (okvirno za −90°). Slednja lastnost je v skladu s karakteristiko integratorja (podsekcija 22.3.2 na strani 121).

✎ Za razliko od amplitudnega odziva, kjer do $\frac{\omega_\mathrm{m}}{10}$ ni opaziti znatnega odstopanja aproksimiranih vrednosti od dejanskih, se pri tej frekvenci že pojavi opazen fazni zamik za −6° (natančneje za −5,7°). Zaradi tega pri opazovanju karakteristik z osciloskopom pri večanju frekvence vzbujanja najprej opazimo zamik med izhodnim in vhodnim signalom, šele nato se pojavi vidno slabljenje izhodnega signala.

✎ Prav tako aproksimacija amplitudnega odziva po enačbi 24.13 pri frekvenci $10\omega_\mathrm{m}$ daje zelo natančne rezultate. Pri podani aproksimaciji faznega odziva pa pri frekvenci $10\omega_\mathrm{m}$ naredimo dokaj veliko napako za +6° (natančneje za +5,7°), ker smatramo, da je fazni zamik že enak −90°, v resnici pa komaj doseže vrednost −84°.

✎ Pri mejni frekvenci je fazni zamik točno −45°, saj sta realni in imaginarni del imenovalca prenosne funkcije enako velika (enačba 24.14 in levi graf druge vrste na sliki 23.3). To je karakteristična vrednost, ki jo lahko izkoristimo za precizijsko merjenje frekvenčne meje *RC* člena. Pravilno izvedena merilna metoda, ki vzorči signal v mnogih točkah znotraj ene periode, lahko določi fazni zamik z veliko točnostjo kljub znatni prisotnosti šuma.

☾ Pri mejni frekvenci sta impedanci kondenzatorja in upora, ki sestavljata *RC* člen, po absolutni vrednosti enaki, kar razkriva naslednja enačba.

$$|Z_\mathrm{C}| = \left|\frac{1}{j\omega_\mathrm{m}C}\right| = \frac{1}{\omega_\mathrm{m}} \cdot \frac{1}{C} = \frac{RC}{1} \cdot \frac{1}{C} = R = |Z_\mathrm{R}| \tag{24.17}$$

24.5 Povzetek

Uvod in sekcija 24.1

- RC člen v frekvenčnem prostoru obravnavamo kot napetostni delilnik.
- Za razliko od uporovnega delilnika se sinusnemu signalu pri prehodu skozi RC člen spreminja amplituda in faza. Sprememba obeh veličin je frekvenčno odvisna.

Sekcija 24.2

- Prenosna funkcija ter pripadajoči amplitudni in fazni odziv nam omogočata natančen izračun vpliva RC člena na sinusno vzbujanje.
- Namesto natančnega izračuna se mnogokrat zatečemo k aproksimacijam karakteristik. To počnemo tako zaradi hitrega ocenjevanja vplivov, kot tudi za pridobivanje konceptualno globljega pogleda na lastnosti RC člena.
- Izvedene aproksimacije temeljijo na prisotnosti dveh členov (v imenovalcu prenosne funkcije). Eden od členov je zanemarljiv pri visokih frekvencah, drugi pa pri nizkih frekvencah.
- Pri mejni frekvenci, ki optimalno razmeji obe frekvenčni področji, je vpliv obeh členov enako velik.
- Mejna frekvenca popolnoma določa prenosno funkcijo ter amplitudni in fazni odziv RC člena.
- Odziv RC člena je odvisen samo od razmerja med vzbujalno in mejno frekvenco.

Sekcija 24.3

- Pri nizkih frekvencah prehaja vzbujanje skozi RC člen nespremenjeno.
- Pri visokih frekvencah RC člen izvaja operacijo analognega integriranja.
- Pri visokih frekvencah se amplituda odziva RC člena zmanjša glede na amplitudo vzbujanja tolikokrat, kolikorkrat frekvenca vzbujanja preseže frekvenčno mejo.
- Pri mejni frekvenci je amplituda odziva okvirno 70 % amplitude vzbujanja.
- RC člen duši visokofrekvenčne signale, vendar je njegovo dušenje relativno neučinkovito.

Sekcija 24.4

- Pri nizkih frekvencah je fazni zamik majhen, zato je izhodni signal praktično v fazi z vhodnim signalom.
- Fazni zamik je po absolutni vrednosti manjši od $|-6°|$ do desetine mejne frekvence.
- Pri visokih frekvencah se fazni zamik približuje vrednosti $-90°$.
- Pri desetkratni mejni frekvenci se fazni zamik razlikuje za manj kot $6°$ od njegove končne vrednosti $-90°$.
- Pri mejni frekvenci je fazni zamik točno $-45°$.
- Pri mejni frekvenci sta impedanci upora in kondenzatorja enaki po absolutni vrednosti.

25 BODEJEV DIAGRAM

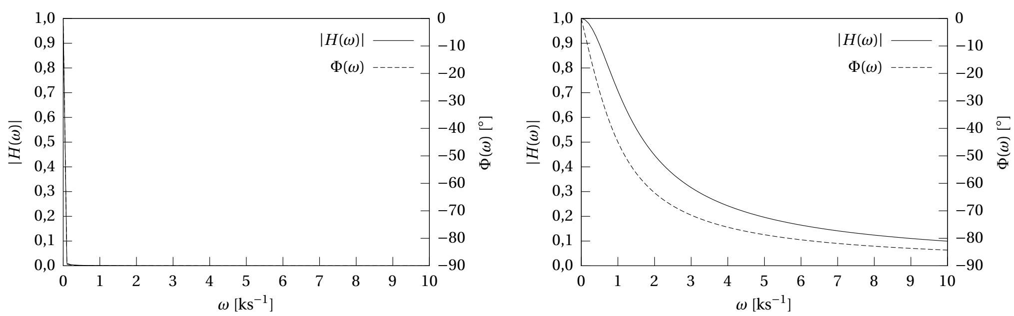
Predznanja vsebujeta VIS poglavji 24 in 21.

Bodejev diagram, ki ga vpeljemo v tem poglavju, nam omogoča nazoren prikaz frekvenčnih karakteristik linearnih vezij. Z njim izvajamo analizo frekvenčne odvisnosti vezij ter načrtovanje frekvenčnih kompenzacij za doseganje optimalnih frekvenčnih karakteristik naprav.

25.1 Logaritemska frekvenčna skala

Pri grafih na slikah 24.2 (stran 139) in 24.3 (stran 140) se frekvenca nanaša na abscisno os v linearnem merilu. Tak prikaz naredi graf nepregleden in skoraj neuporaben, zato se ga poslužujemo zelo redko.

Trditev ilustrirajmo s prikazom frekvenčne odvisnosti dveh RC členov, od katerih ima prvi krožno mejno frekvenco 1 s^{-1} in drugi 1 ks^{-1}. Če frekvenco in amplitudni odziv nanašamo v linearnem merilu, dobimo grafa, ki ju prikazuje naslednja slika. Prikazano frekvenčno območje je v obeh primerih enako.



Slika 25.1. Frekvenčna karakteristika dveh RC členov v linearnem merilu: levo $\omega_\mathrm{m} = 1$ s^{-1} in desno $\omega_\mathrm{m} = 1$ ks^{-1}.

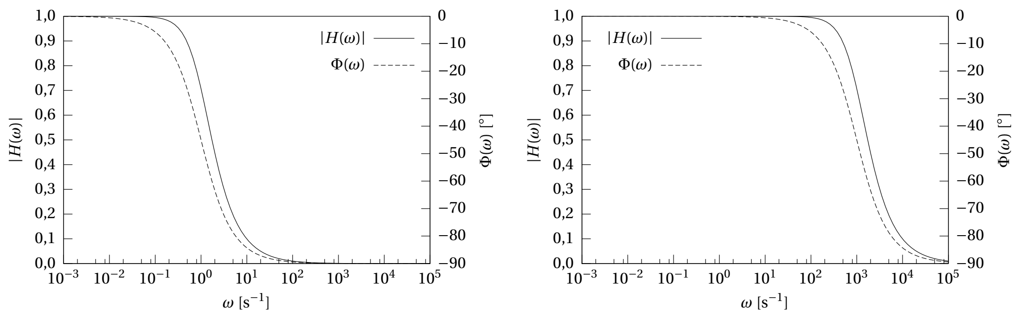
Na desnem grafu sta funkcijski odvisnosti vsaj za silo razvidni, medtem ko je levi graf neuporaben. Zaradi tisočkrat nižje frekvenčne meje prvega RC člena je zanimivi del karakteristik potlačen na samem začetku grafa, zato je praktično nemogoče narediti kakršenkoli odčitek dejanskih vrednosti.

Problem bi lahko rešili s prikazom drugega frekvenčnega območja, na primer od 0 s^{-1} do 10 s^{-1}, vendar taka rešitev ni splošno uporabna. Pri analizi vezij, povratnih zvez, filtrov in ojačevalnikov naletimo na sisteme z večjim številom mejnih frekvenc, ki so razporejene široko po frekvenčnem področju. V splošnem ni mogoče izbrati linearne frekvenčne skale tako, da bi bilo dogajanje v okolici vseh mejnih frekvenc dobro razvidno.

Rešitev nam ponuja nanašanje frekvence v logaritemskem merilu. Uveljavil se je logaritem z osnovo 10, kjer vsako dekado frekvenc predstavlja dolžina ene enote na abscisni osi. Dekada pomeni frekvenčno območje od poljubne frekvence x do frekvence $10x$.

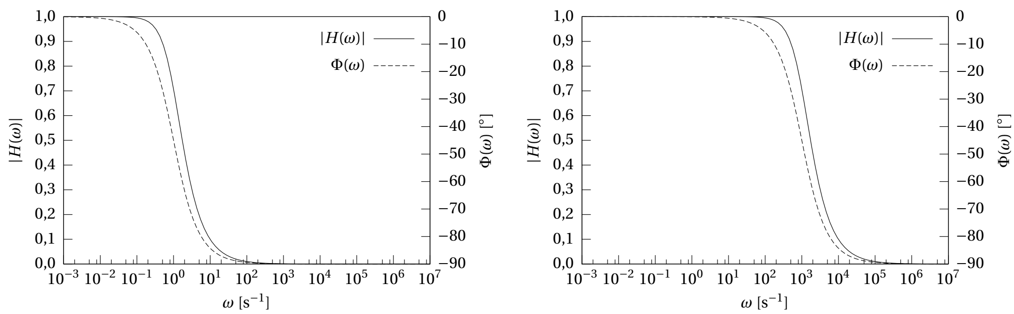
Graf narišemo tako, da si v poljubni točki na abscisni osi izberemo vrednost frekvence, ki jo le–ta predstavlja, recimo 1 Hz (1 s^{-1} v primeru krožne frekvence). Eno enoto v desno se nahaja frekvenca 10 Hz. Naslednja enota v desno predstavlja frekvenco 100 Hz, nato 1 kHz in tako naprej. Levo od izbrane izhodiščne frekvence se nahajajo frekvence 0,1 Hz, 0,01 Hz, 0,001 Hz in podobno naprej. Frekvenca 0 Hz se nahaja v točki $-\infty$.

Slika 25.2 prikazuje isti karakteristiki kot slika 25.1, le da je tokrat frekvenca nanešena na abscisno os v logaritemskem merilu. Levi graf je povsem enak desnemu grafu, le da je premaknjen za tri enote v levo. To je posledica razmerja frekvenčnih mej 10^0:10^3 kar povzroči premik grafa za tri dekade. Karakteristiki obeh *RC* členov sta razvidni, kljub temu da grafa prikazujeta isto frekvenčno območje. Sama oblika krivulje se z mejno frekvenco ne spreminja, kar sporočajo tudi enačbe od 24.10 do 24.12 (stran 137).



Slika 25.2. Karakteristika *RC* členov v logaritemski frekvenčni skali.

Slika 25.3 prikazuje isti odvisnosti kot slika 25.2, le da je tokrat zgornja meja frekvenčnega območja stokrat višja. Kljub izrazito večjemu frekvenčnemu območju to zahteva razširitev grafa le za dve dolžini izbrane enote, s katerima pokrijemo dodani dekadi. Pri uporabi linearne skale bi morali narisati skoraj stokrat daljši graf, da bi prvotno območje lahko prikazali z enako natančnostjo. Prednost logaritemske frekvenčne skale je sedaj očitna.



Slika 25.3. Povišanje zgornje meje frekvenčnega območja za faktor sto.

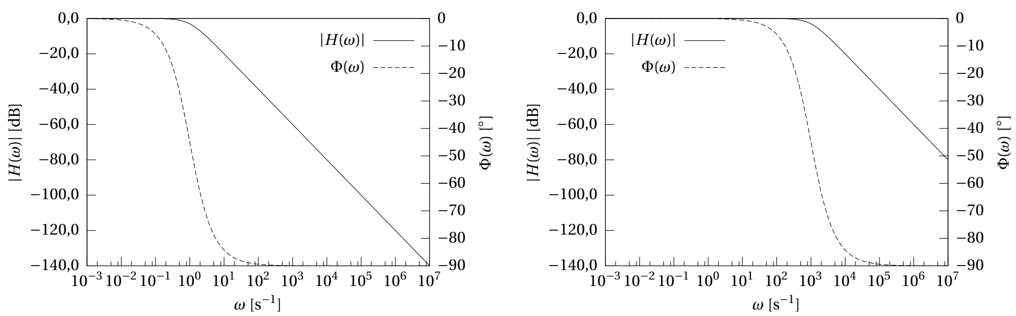
25.2 Amplitudni odziv v decibelih

Grafa na sliki 25.3 še nista zadovoljiva, saj ne vidimo, kolikšen je amplitudni odziv v območju, kjer je vrednost le–tega zelo majhna. Na primer, pri frekvenci 10^6 s^{-1} lahko vrednosti zgolj ugibamo. Poznavanje natančne vrednosti amplitudnega odziva tudi v območju tako majhnih vrednosti je vitalnega pomena v mnogih primerih, kot so načrtovanje filtrov, analiza presluhov na kanalih ter analiza motenj in ostalih parazitnih pojavov.

Rešitev nam zopet ponuja uporaba logaritemskega merila. Razširilo se je prikazovanje vrednosti amplitudnega odziva v decibelih (poglavje 21), ki se intenzivno naslanjajo na logaritemsko funkcijo. Kombinacijo grafov amplitudnega odziva v decibelih in faznega odziva v linearni skali v odvisnosti od frekvence v logaritemskem merilu imenujemo Bodejev diagram. Pogosto smo ohlapni in tako poimenujemo samo graf amplitudnega odziva, ker lahko izkušen elektronik iz amplitudnega odziva dokaj natančno določi fazni odziv, tudi če dejanskega grafa slednjega nima na razpolago.

25.3 Bodejev diagram *RC* člena

Slika 25.4 prikazuje Bodejeva diagrama, ki nadomeščata grafa na sliki 25.3. Tokrat amplitudni odziv ni nikjer potlačen proti abscisni osi. Vrednost ojačenja lahko dokaj natančno odčitamo pri katerikoli prikazani frekvenci.



Slika 25.4. Bodejev diagram RC členov: $\omega_\mathrm{m} = 1$ s^{-1} (levo) in $\omega_\mathrm{m} = 1$ ks^{-1} (desno).

> **Primer 1.** Z levega grafa na sliki 25.3 ne moremo izvesti zadovoljivega odčitka amplitudnega odziva pri frekvenci 10^6 s^{-1}. Z levega grafa slike 25.4 pa je dokaj natančno razvidno, da je pri tej frekvenci amplitudni odziv enak -120 dB, čemur ustreza slabljenje $1/10^6$. Na desnem grafu je pri isti frekvenci ta parameter enak -60 dB oziroma $1/10^3$. □

Pri odčitavanju faznega odziva nimamo težav niti pri uporabi slike 25.3, saj se vrednost le–tega ne razteza preko ogromnega dinamičnega ranga, ki je značilen za amplitudni odziv. Iz vseh dosedanjih grafov je vidno, da se fazni odziv pri visokih frekvencah približuje vrednosti $-90°$, kar je njegova dejanska vrednost.

Amplitudni odziv v linearnem merilu povzroča težave pri odčitavanju z grafov, ko se njegove vrednosti približujejo ničli. Pomena vrednosti $1/10^6$ in $1/10^3$ se radikalno razlikujeta (enkrat je signal slabljen milijonkrat, drugič samo tisočkrat). Pri faznem odzivu tega problema ni, ker razlika faznih odzivov $-89,95°$ in $-90,00°$ ponavadi ni omembe vredna. Ravno tako ločevanje med faznim zamikom $0,01°$ in $0,03°$ ni usodno, saj sta pri obeh vrednostih izhodni in vhodni signal praktično v fazi.

25.4 Povzetek

Sekcija 25.1

- Pri prikazovanju frekvenčnih odvisnosti vezij frekvenco največkrat nanašamo na abscisno os v logaritemskem merilu.
- Linearna frekvenčna skala v splošnem ne omogoča nazornega (ali sploh uporabnega) prikaza želenih karakteristik ob prisotnosti večih mejnih frekvenc.
- Frekvenčna dekada je območje frekvenc med poljubno začetno frekvenco in njeno desetkratno vrednostjo.
- Pri logaritemski frekvenčni skali je vsaki frekvenčni dekadi prirejena ena enota abscisne osi.
- Frekvenca 0 Hz se na grafu nahaja v točki $-\infty$.

Sekciji 25.2 in 25.3

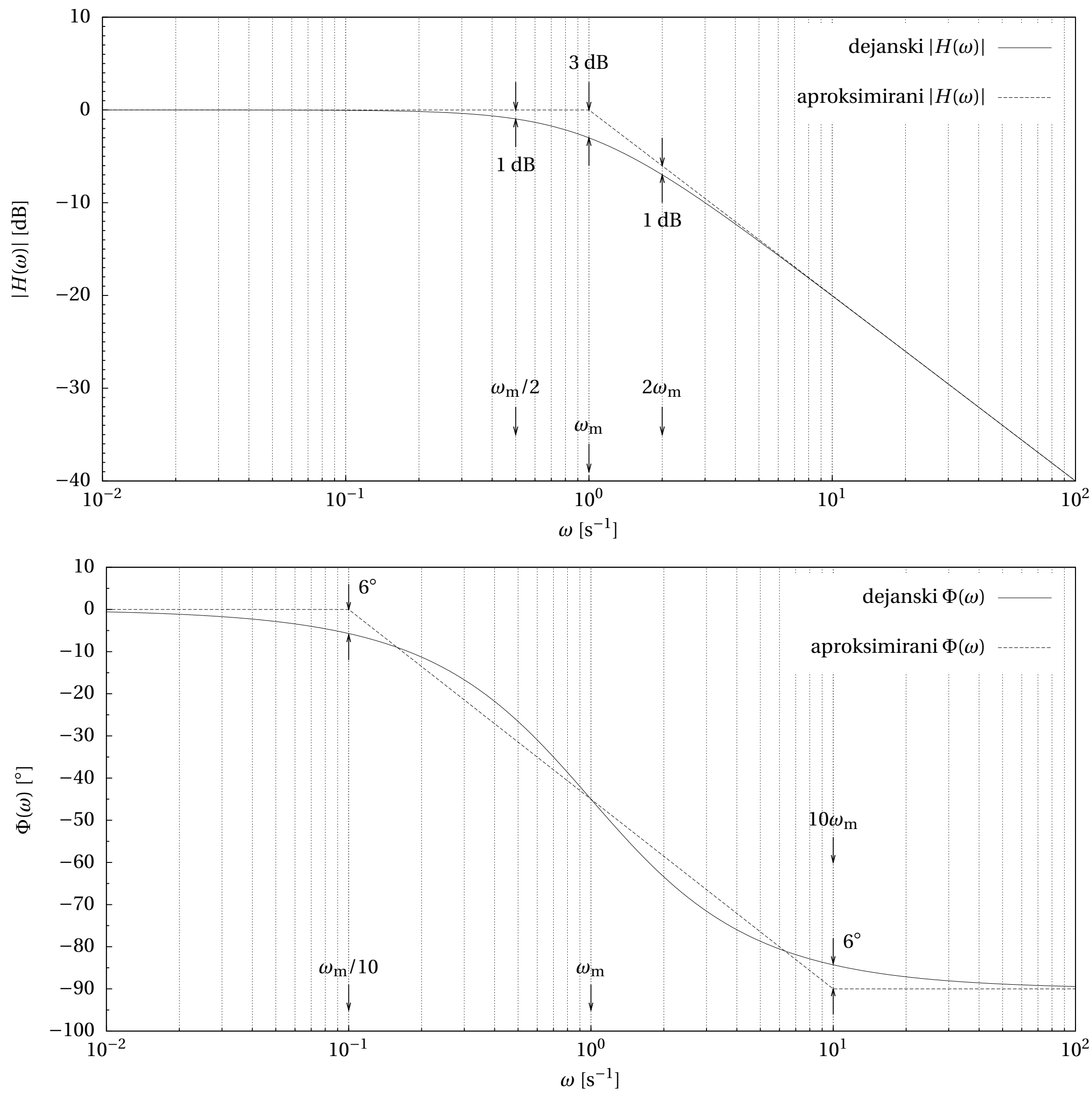
- Pri prikazovanju frekvenčnih odvisnosti vezij amplitudni odziv nanašamo na ordinatno os v decibelih.
- Pristop naredi graf pregleden kljub velikemu dinamičnemu rangu amplitudnega odziva.
- Z uporabo decibelov lahko z grafa odčitavamo tudi zelo majhne vrednosti amplitudnega odziva, ki so v linearni skali nerazločljive od vrednosti nič.
- Opisani prikaz amplitudnega odziva skupaj s faznim odzivom v linearni skali imenujemo Bodejev diagram.
- Bodejev diagram ohlapno imenujemo tudi graf amplitudnega odziva brez pripadajočega grafa faznega odziva.

26 *RC* ČLEN (DRUGIČ)

Predznanja vsebujejo VIS poglavja 24, 25 in 21.

Bodejev diagram omogoča nazoren prikaz karakteristik *RC* člena, ki jih podaja poglavje 24 (stran 135). Z Bodejevim diagramov postane mnogo bolj razviden tudi smisel predhodno izvedenih aproksimacij.

Slika 26.1 (zgoraj) natančneje prikazuje amplitudni odziv *RC* člena z mejno frekvenco 1 s^{-1}. Dejanski potek je polno izvlečen, medtem ko je aproksimacija karakteristike (sekcija 24.2 na strani 136) prikazana črtkano. V področju nizkih in visokih frekvenc sta dejanski in aproksimirani odziv praktično izenačena, znatno pa se razlikujeta v okolici mejne frekvence. Razlog je v tem, da aproksimacija temelji na zanemaritvi enega od členov imenovalca prenosne funkcije, pri čemer v bližini mejne frekvence noben izmed njiju ni zanemarljiv.



Slika 26.1. Podrobnejši Bodejev diagram *RC* člena s krožno mejno frekvenco 1 s^{-1}: amplitudni odziv (zgoraj) in fazni odziv (spodaj).

Pri $\omega \ll \omega_\mathrm{m}$ je aproksimirani odziv enak 0 dB = 1 in se lepo pokriva z dejanskim odzivom. Pri $\frac{\omega_\mathrm{m}}{2}$ je odstopanje med aproksimiranim in dejanskim odzivom že 1 dB ≈ 12 %. Pri mejni frekvenci aproksimacija odstopa za 3 dB ≈ 30 %, kar je maksimalno odstopanje nasploh. Od tu naprej se dejanski in aproksimirani potek zopet približujeta in se pri frekvenci $2\omega_\mathrm{m}$ približata na 1 dB. Ko velja $\omega \gg \omega_\mathrm{m}$, sta oba poteka praktično enaka in upadata z naklonom −20 dB/dek.

Naklona +20 dB/dek in −20 dB/dek sta karakteristični vrednosti, ki ju pogosto srečujemo pri preučevanju frekvenčnih odvisnosti vezij. Podatek +20 dB/dek pomeni, da vsako povišanje frekvence za faktor deset (območje ene dekade) poveča ojačenje ali zmanjša slabljenje signala za +20 dB = 10. Ojačenje torej s frekvenco linearno narašča. Naklon −20 dB/dek pomeni zmanjšanje ojačenja ali povečanje slabljenja linearno s frekvenco.

Pri *RC* členu se nad mejno frekvenco izhodna amplituda zmanjša za faktor k, če se vzbujalna frekvenca poveča za faktor k (enačba 24.13 na strani 138). Amplitudni odziv torej s frekvenco linearno upada, kar je ekvivalentno naklonu −20 dB/dek.

Isti naklon lahko izrazimo tudi kot −6 dB/okt. Oktava je frekvenčno območje med poljubno frekvenco x in njeno dvakratno vrednostjo. Podatek +6 dB/okt pomeni, da povečanje frekvence za faktor dva (območje ene oktave), poveča ojačenje signala za faktor +6 dB = 2. Podatek −6 dB/okt pomeni, da povečanje frekvence za faktor dva, zmanjša ojačenje za faktor −6 dB = $\frac{1}{2}$. Podatka −20 dB/dek in −6 dB/okt pomenita popolnoma isti naklon, oziroma upadanje odziva linearno s frekvenco.

Kvadratno naraščanje ojačenja (ali upadanje slabljenja) s frekvenco podajata karakteristična naklona +40 dB/dek in +12 dB/okt, medtem ko kubično naraščanje izražata naklona +60 dB/dek in +18 dB/okt. Potenca naraščanja s frekvenco je enaka $\frac{x}{20}$, če naklon izrazimo z x dB/dek, ali $\frac{y}{6}$, če naklon izrazimo z y dB/okt. Upadanje ojačenja oziroma večanje slabljenja izražajo ustrezne negativne vrednosti.

26.1 Fazni odziv

Fazni odziv obravnavanega *RC* člena je prikazan na sliki 26.1 (spodaj). Zopet se v področju nizkih in visokih frekvenc dejanski in aproksimirani odziv praktično prekrivata. Pri frekvencah $\frac{\omega_\mathrm{m}}{10}$ in $10\omega_\mathrm{m}$ imamo največje odstopanje aproksimacije za 6° (prvič navzgor, drugič navzdol). Pri mejni frekvenci sta oba odziva natančno −45°.

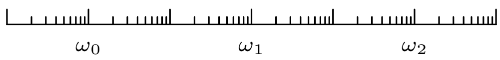
Pri aproksimaciji faze moramo biti previdnejši, saj se dejanski potek počasneje približa aproksimiranemu poteku kot pri amplitudnem odzivu. Grafa dejanskega in aproksimiranega amplitudnega odziva se v področjih pod desetino mejne frekvence in nad njeno desetkratno vrednostjo skoraj ne razlikujeta. Pri faznem zamiku pa zaznamo razlike med obema grafoma še pri petdesetini mejne frekvence in pri njeni petdesetkratni vrednosti.

26.2 Geometrična sredina pri logaritemskem merilu

Geometrična sredina števil a in b se izračuna kot $\sqrt{a \cdot b}$. Ta vrednost igra pomembno vlogo pri študiju Bodejevih diagramov ter analizi in sintezi frekvenčnih odzivov vezij. Vloga geometrične sredine pri logaritemskem merilu je ekvivalentna aritmetični sredini $\frac{a+b}{2}$ pri običajnem linearnem merilu.

Slika 26.2 prikazuje logaritemsko frekvenčno skalo s tremi označenimi frekvencami, ki se nahajajo na poljubnih mestih, pri čemer je dolžina na grafu med ω_0 in ω_1 enaka dolžini med ω_1 in ω_2.

Slika 26.2. Ekvidistančne frekvence na abscisni osi v logaritemskem merilu.



Ker je položaj točk na abscisni osi logaritemsko odvisen od pripadajoče frekvence, zanje velja naslednja zveza.

$$\log(\omega_1) - \log(\omega_0) = \log(\omega_2) - \log(\omega_1) \quad \Rightarrow \quad \log\left(\frac{\omega_1}{\omega_0}\right) = \log\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \tag{26.1}$$

Desno enačbo antilogaritmiramo in preuredimo, kar nam da naslednji rezultat.

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad \Rightarrow \quad \omega_1^2 = \omega_0 \cdot \omega_2 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0 \cdot \omega_2} \tag{26.2}$$

Geometrična sredina pri grafu v logaritemski skali ima enako vlogo kot aritmetična sredina pri grafu v linearni skali. Ko imamo pri linearni skali tri ekvidistančne točke, je srednja točka enaka aritmetični sredini ostalih dveh točk. Pri logaritemski skali to velja za geometrično sredino.

Vrnimo se k amplitudnemu odzivu na zgornjem grafu slike 26.1. V okolici mejne frekvence je odstopanje aproksimacije od dejanskega poteka največje. Polovična in dvojna mejna frekvenca sta meji področja, v katerem moramo biti na odstopanje še posebej pozorni. Pri tem je frekvenca ω_m ravno enaka geometrični sredini nakazanih mej.

$$\sqrt{\frac{\omega_\mathrm{m}}{2} \cdot 2\omega_\mathrm{m}} = \sqrt{\omega_\mathrm{m}^2} = \omega_\mathrm{m}$$

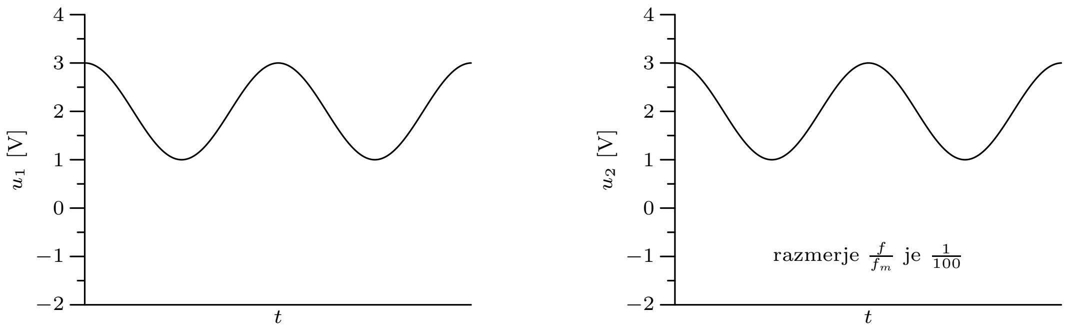
Podobno situacijo imamo pri faznem odzivu na spodnjem grafu slike 26.1. Najzanimivejši del karakteristike se nahaja med desetino (lahko tudi petdesetino) mejne frekvence in njeno desetkratno (ali petdesetkratno) vrednostjo. Zopet velja, da je mejna frekvenca geometrična sredina obravnavanih mej.

$$\sqrt{\frac{\omega_\mathrm{m}}{10} \cdot 10\omega_\mathrm{m}} = \sqrt{\omega_\mathrm{m}^2} = \omega_\mathrm{m} \qquad \text{ali} \qquad \sqrt{\frac{\omega_\mathrm{m}}{50} \cdot 50\omega_\mathrm{m}} = \sqrt{\omega_\mathrm{m}^2} = \omega_\mathrm{m}$$

26.3 Časovni odziv *RC* člena na sinusno vzbujanje

Da pomen karakteristik na sliki 26.1 podrobno spoznamo, si oglejmo povezavo grafov s časovnim odzivom *RC* člena.

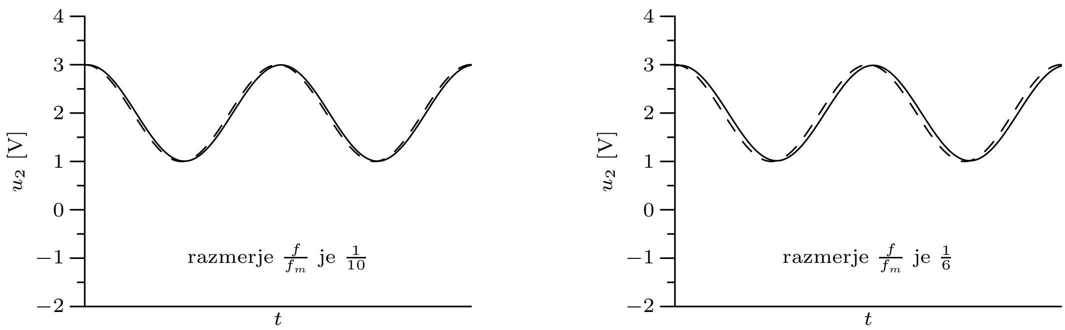
RC člen ima mejno frekvenco f_m. Vzbujamo ga s sinusnim signalom frekvence f na sliki 26.3 (levo). Na grafu ni podano merilo abscisne osi, ker bomo frekvenco spreminjali, medtem ko bosta amplituda in faza signala vedno enaki.



Slika 26.3. Sinusni signal na vhodu *RC* člena (levo) in odziv pri nizkih frekvencah (desno).

Pri stokrat nižji frekvenci signala od mejne frekvence *RC* člena ($f \ll f_\mathrm{m}$) dobimo glede na enačbo 24.7 (stran 136) na izhodu praktično nespremenjen signal, ki ga podaja desna stran slike 26.3. Dogajanje je skladno z Bodejevim diagramom na sliki 26.1, kjer sta pri nakazani frekvenci amplitudni in fazni odziv praktično enaka 0 dB = 1 in 0°.

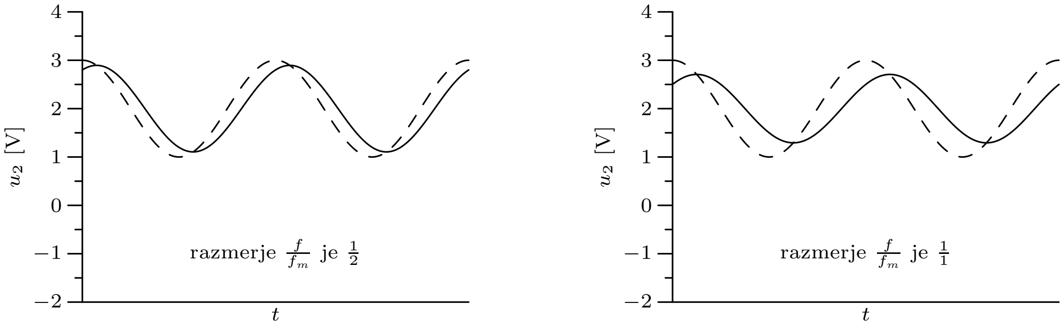
Z višanjem frekvence signala se veča vpliv zanemarjenega člena v imenovalcu prenosne funkcije 24.7, zato se prične izhodni signal razlikovati od vhodnega. Pri desetini mejne frekvence (slika 26.4, levo) se pojavi fazni zamik −6°, ki povzroči malenkostno zaostajanje izhodnega signala za vhodnim. Izhodna amplituda se še ne razlikuje znatno od vhodne amplitude. Oboje je v skladu z Bodejevim diagramom pri tej frekvenci.



Slika 26.4. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom desetkrat (levo) in šestkrat (desno) nižje frekvence od njegove mejne frekvence.

Pri šestini mejne frekvence (slika 26.4, desno) postaja zaostanek izrazitejši, pri čemer s skrbno preučitvijo grafa opazimo tudi malenkostno zmanjšanje izhodne amplitude. Oba pojava postajata čedalje izrazitejša z nadaljnjim višanjem frekvence, saj ima kondenzator vedno manj časa za polnjenje in praznjenje glede na tokovno omejitev, ki jo določa upor.

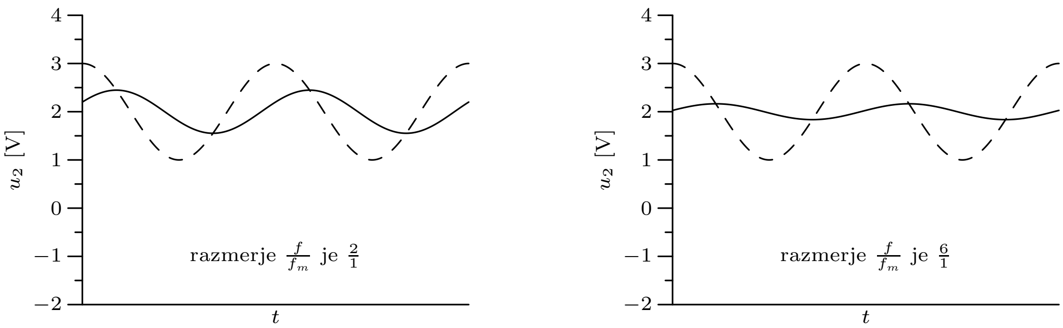
Pri polovici mejne frekvence (slika 26.5, levo) se amplituda izhodnega signala zmanjša za 1 dB oziroma za 12 %. Glede na Bodejev diagram je pri tej frekvenci fazni zamik −30°.



Slika 26.5. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom dvakrat nižje (levo) in enake (desno) frekvence od njegove mejne frekvence.

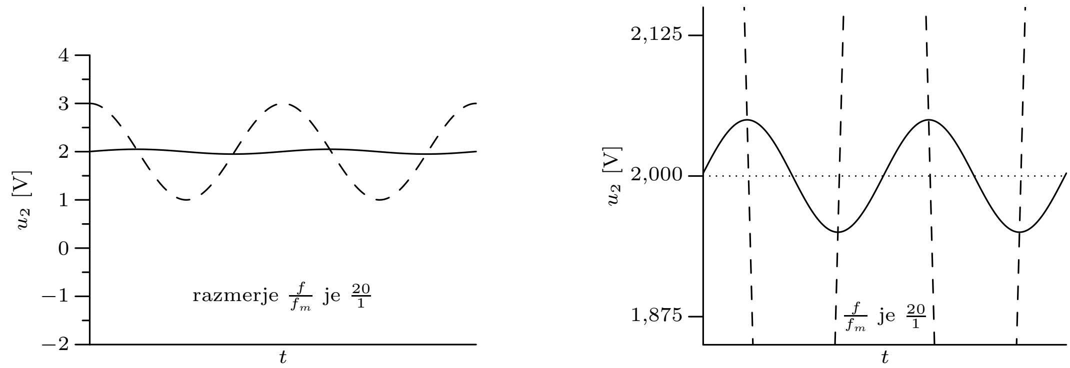
Desna stran slike prikazuje dogajanje pri mejni frekvenci, ki je karakteristična frekvenca *RC* člena. Glede na enačbo 24.12 (stran 137) in Bodejev diagram nastane pri tej frekvenci fazni zamik −45°, izhodna amplituda pa se glede na vhodno zmanjša za 3 dB oziroma za 30 %.

Ko višamo frekvenco vzbujanja nad mejno frekvenco, postaja izhodni signal vedno bolj dušen, fazni zamik pa se približuje −90°. Na sliki 26.6 vidimo dogajanje pri dvakratni in šestkratni mejni frekvenci. Opazimo, da se z mejno frekvenco dušenje signala le počasi veča, saj *RC* člen ni učinkovito frekvenčno sito, ker amplitudni odziv s frekvenco zgolj linearno upada.



Slika 26.6. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom dvakrat (levo) in šestkrat (desno) višje frekvence od njegove mejne frekvence.

Pri dvajsetkratni mejni frekvenci (slika 26.7, levo) je signal izrazito dušen. Glede na enačbo 24.13 (stran 138) je izhodna amplituda dvajsetkrat manjša od vhodne amplitude. Fazni zamik je skoraj −90°, kar lažje opazujemo na desni strani slike s povečanim potekom izhodnega signala.



Slika 26.7. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom dvajsetkrat višje frekvence od njegove mejne frekvence; prikaz na desni strani je povečan.

26.4 Izločanje motenj

Slike od 26.3 do 26.7 ne prikazujejo čistega sinusnega vzbujanja ampak vsoto sinusa in konstante 2 V, zaradi česar signal ni simetričen glede na vrednost 0 V. Prikazano vzbujanje opisuje enačba $x(t) = 1\,\mathrm{V} \cdot \cos(\omega t) + 2\,\mathrm{V}$.

Ker je *RC* člen linearno vezje, lahko odziv na vsoto vzbujanj izračunamo s superpozicijo. Konstanto 2 V lahko v tem kontekstu smatramo za sinusno funkcijo frekvence 0 Hz, zaradi česar pri njej brezpogojno velja $f \ll f_\mathrm{m}$.

Enosmerna komponenta signala brezpogojno prehaja skozi *RC* člen nespremenjena. Sinusna komponenta signala pa se z večanjem frekvence čedalje bolj duši.

Primer nakazuje nadvse koristno uporabo *RC* členov pri filtriranju motenj. Zamislimo si realistično situacijo, kjer je napetost 2 V (predhodno ojačena) senzorjeva napetost, ki nam jo AD pretvornik spremeni v rezultat meritve. Sinusni signal, ki je prištet k napetosti 2 V, je motnja, ki nam kvari meritev.

Po prehodu opisanega signala preko *RC* člena ustrezne frekvenčne meje se motnja opazno zmanjša, medtem ko je koristni signal 2 V nespremenjen. Razmerje signal/šum na izhodu *RC* člena se s tem bistveno izboljša (slika 26.7 proti ostalim slikam od 26.3 do 26.6).

Analogne filtre pogosto uporabljamo za manjšanje vplivov motenj in šumov, kar nam pri ustreznem načrtovanju vezja opazno izboljša kakovost procesiranja analognega signala.

26.5 Povzetek

Uvod

- Pri nizkih in visokih frekvencah sta dejanski in aproksimirani amplitudni odziv *RC* člena praktično enaka, v okolici mejne frekvence pa se znatno razlikujeta.
- Največja napaka aproksimacije amplitudnega odziva, ki znaša 30 %, nastopi ravno pri mejni frekvenci. Pri polovični in dvojni mejni frekvenci je napaka aproksimacije 12 %.
- Pri visokih frekvencah amplitudni odziv s frekvenco linearno upada, kar se ekvivalentno izrazi kot upadanje −20 dB/dek ali −6 dB/okt.
- Nakloni +20 dB/dek, +40 dB/dek in +60 dB/dek pomenijo linearno, kvadratno in kubično naraščanje ojačenja (ali upadanje slabljenja) s frekvenco. Iste naklone ekvivalentno izrazimo s +6 dB/okt, +12 dB/okt in +18 dB/okt.
- Nakloni −20 dB/dek, −40 dB/dek in −60 dB/dek pomenijo linearno, kvadratno in kubično upadanje ojačenja (ali naraščanje slabljenja) s frekvenco. Iste naklone ekvivalentno izrazimo z −6 dB/okt, −12 dB/okt in −18 dB/okt.
- Potenca naraščanja amplitudnega odziva s frekvenco je enaka $\frac{x}{20}$, če naklon izrazimo z x dB/dek, ali $\frac{y}{6}$, če naklon izrazimo z y dB/okt. Za upadanje amplitudnega odziva veljajo ustrezne negativne vrednosti.

Sekcija 26.1

- Pri nizkih in visokih frekvencah sta dejanski in aproksimirani fazni odziv *RC* člena praktično enaka, v okolici mejne frekvence pa se znatno razlikujeta.
- Aproksimacija faznega odziva znatno odstopa od dejanskih vrednosti še pri petdesetini in petdesetkratni vrednosti mejne frekvence.
- Največje odstopanje |6°| nastopi pri desetini in desetkratni vrednosti mejne frekvence. Pri mejni frekvenci sta dejanski in aproksimirani odziv točno −45°.

Sekcija 26.2

- Geometrična sredina pri grafu v logaritemski skali ima enako vlogo kot aritmetična sredina pri grafu v linearni skali.

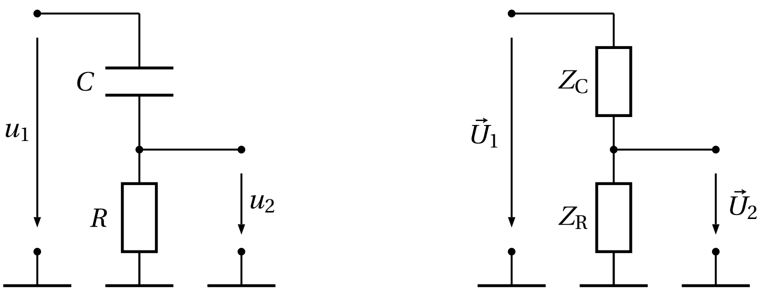
Sekcija 26.4

- Enosmerna komponenta prehaja neovirano skozi *RC* člen.
- Hitre spremembe se ob prehodu delno zadušijo.
- Če enosmerna komponenta predstavlja koristni signal (senzorjevo ali referenčno napetost), spremembe vhodne napetosti pa šum in motnje, lahko z *RC* členom izboljšamo razmerje signal/šum.

27 *CR* ČLEN

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 22 do 26 in 3.

Tudi *CR* člen na sliki 27.1 (levo) obravnavamo v frekvenčnem prostoru kot napetostni delilnik na desni strani iste slike.



Slika 27.1. *CR* člen (levo) in njegov impedančni model (desno).

Kompleksno amplitudo odziva $\vec{U}_2$ pri kompleksni amplitudi vzbujanja $\vec{U}_1$ izpelje naslednja enačba.

$$\vec{U}_2 = \frac{Z_\mathrm{R}}{Z_\mathrm{R}+Z_\mathrm{C}}\cdot\vec{U}_1 \quad = \quad \frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}\cdot\vec{U}_1 \quad = \quad \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}}\cdot\vec{U}_1$$

Iz dobljenega rezultata sledi prenosna funkcija *CR* člena, ki jo zapišimo na naslednje tri načine

$$\boxed{H(\omega) = \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}} = \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC} = (RC)\cdot(j\omega)\cdot\frac{1}{1+j\omega RC}} \tag{27.1}$$

Iz prve oblike zapisa je razvidno, da se prenosna funkcija *CR* člena razlikuje od prenosne funkcije *RC* člena 24.2 (stran 135) v tem, da je pri enačbi 27.1 drugi člen imenovalca $\frac{1}{j\omega RC}$ enak obratni vrednosti ustreznega člena v enačbi 24.2 ($j\omega RC$). Zaradi tega je pri visokih frekvencah ta člen v enačbi 27.1 zanemarljiv, pri nizkih frekvencah pa prevladuje. Iz zadnje oblike zapisa vidimo, da je odziv *CR* člena enak odvodu odziva *RC* člena, pomnoženem s konstanto *RC*.

27.1 Karakteristike *CR* člena

Imenovalec prenosne funkcije *CR* člena vsebuje dva člena, od katerih je en konstanten, drugi pa frekvenčno odvisen. Zaradi tega lahko tudi tokrat po vzoru diskusije *RC* člena ločimo nizkofrekvenčno in visokofrekvenčno področje ter izvedemo ustrezne aproksimacije. Mejno frekvenco med obema področjema ponovno določimo v točki, kjer sta absolutni vrednosti obeh členov enaki. Postopek prikazuje naslednja enačba, ki je analogna enačbi 24.9 (stran 137).

$$|1| = \left|\frac{1}{j\omega_\mathrm{m}RC}\right| \quad\Rightarrow\quad \omega_\mathrm{m} = \frac{1}{RC},\ f_m = \frac{1}{2\pi\cdot RC} \tag{27.2}$$

Mejna frekvenca je enaka kot pri *RC* členu. To ni presenetljivo, če upoštevamo, da sta *RC* in *CR* člen isti vezji z drugima izhodnima sponkama (enkrat na kondenzatorju, drugič na uporu). Če pri *RC* členu nastopi meja med dvema frekvenčnima področjema pri določeni frekvenci, mora posledično ista frekvenčna meja veljati tudi za *CR* člen.

Iz enačb 27.1 in 27.2 sledijo naslednji izrazi za prenosno funkcijo ter amplitudni in fazni odziv *CR* člena, ki ustrezajo pripadajočim izrazom od 24.10 do 24.12 (stran 137) za *RC* člen.

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{j}\left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega}\right)} \tag{27.3}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega}\right)^2}} \tag{27.4}$$

$$\Phi(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega}\right) \tag{27.5}$$

Slika 27.2 prikazuje Bodejev diagram *CR* člena z mejno frekvenco 1 s^{-1}. Amplitudni odziv *CR* člena, ki ga prikazuje zgornji del slike, je geometrijsko simetričen glede na mejno frekvenco z amplitudnim odzivom *RC* člena. Pri *CR* členu je amplitudni odziv majhen pri nizkih frekvencah in asimptotično upada proti 0, ko se približujemo frekvenci 0 s^{-1}.

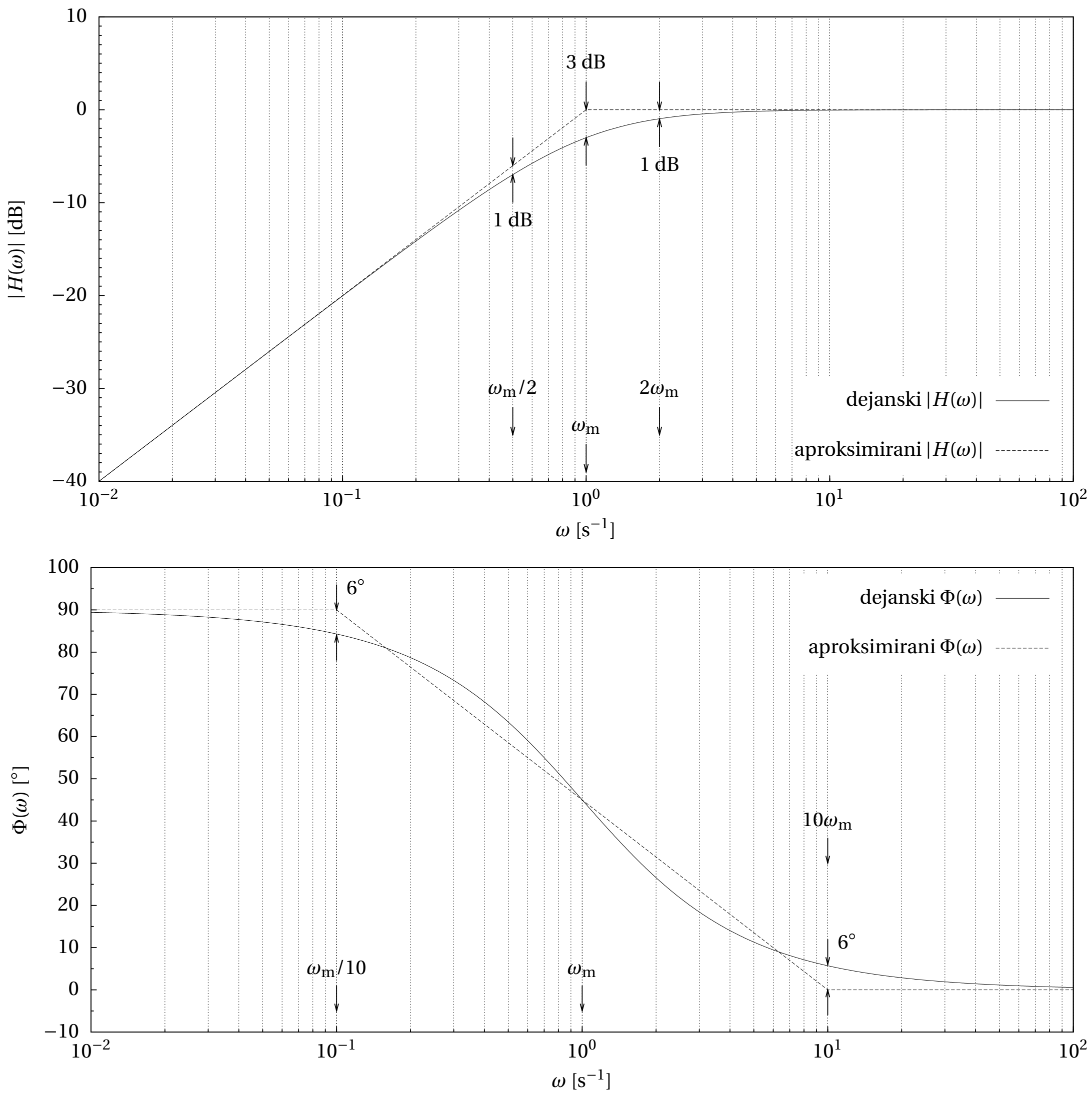
Od frekvence 0 s^{-1} do mejne frekvence ω_m amplitudni odziv narašča +20 dB/dek. Pri tem je izhodna amplituda tolikokrat manjša od vhodne amplitude, kolikorkrat je frekvenca signala nižja od mejne frekvence *CR* člena.

$$|H(\omega)|_{\omega\ll\omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{\sqrt{\cancel{1} + \left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega}\right)^2}} \approx \frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}} \tag{27.6}$$

V tem področju je frekvenčni odziv podan z naslednjo enačbo, iz katere se vidi, da je fazni odziv enak +90° (desni graf v tretji vrsti slike 23.3 na strani 130).

$$H(\omega)|_{\omega\ll\omega_\mathrm{m}} \approx \frac{1}{\cancel{1} + \frac{1}{j}\left(\frac{\omega_\mathrm{m}}{\omega}\right)} = j\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right) = j\omega RC = (RC)\cdot(j\omega) \tag{27.7}$$

Iz zadnje oblike zapisa je razvidno, da *CR* člen v njegovem nizkofrekvenčnem področju izvaja funkcijo analognega odvajanja. Operator $j\omega$ je prenosna funkcija idealnega diferenciatorja (podsekcija 22.3.1 na strani 120), medtem ko konstanta $RC = \frac{1}{\omega_\mathrm{m}}$ odziv zgolj skalira, njegove oblike pa ne spremeni. Posledično v tem frekvenčnem področju dobimo na izhodu *CR* člena skalirani odvod vhodne napetosti. (Podrobno diskusijo te lastnosti podaja sekcija 32.2 na strani 205.)



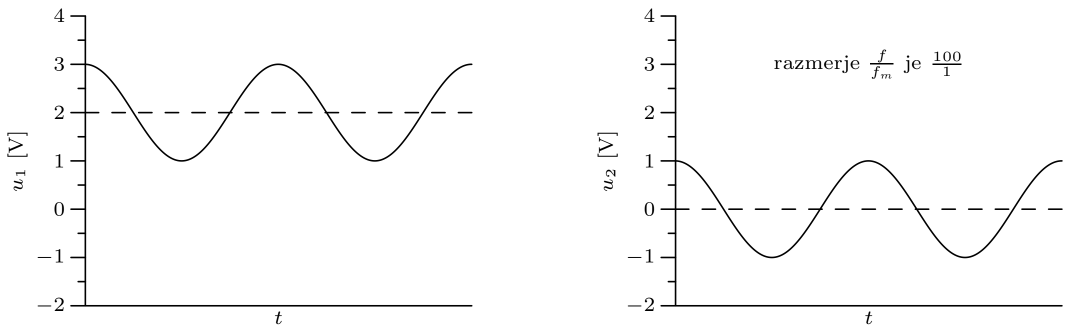
Slika 27.2. Bodejev diagram *CR* člena s krožno mejno frekvenco 1 s^{-1}: amplitudni odziv (zgoraj) in fazni odziv (spodaj).

Ko so frekvence bistveno višje od ω_m, je amplitudni odziv enak 1 in fazni odziv 0°. To pomeni, da signal neovirano prehaja preko *CR* člena. Z aproksimacijo zopet naredimo napako 3 dB pri mejni frekvenci in 1 dB pri dvojni in polovični frekvenci od mejne frekvence.

Fazni odziv je pri nizkih frekvencah približno +90° in z višanjem frekvence monotono upada proti 0°. Pri desetini mejne frekvence je fazni zamik enak $+(90-6)°$, kar z aproksimacijo zaokrožimo na +90°. Pri mejni frekvenci je vrednost dejanskega in aproksimiranega faznega odziva natančno +45° (levi graf v tretji vrsti slike 23.3 na strani 130), medtem ko je pri desetkratni mejni frekvenci vrednost le–tega še +6°, kar zaokrožimo na 0°.

27.2 Časovni odziv *CR* člena na sinusno vzbujanje

Tudi pri *CR* členu grafično ilustrirajmo pomen podanega Bodejevega diagrama. Ponovno spreminjajmo frekvenco vhodnega signala na sliki 27.3 (levo) in z njim vzbujajmo *CR* člen. Tokrat začnimo pri visokih frekvencah, ko velja $f \gg f_\mathrm{m}$ (desna stran slike).

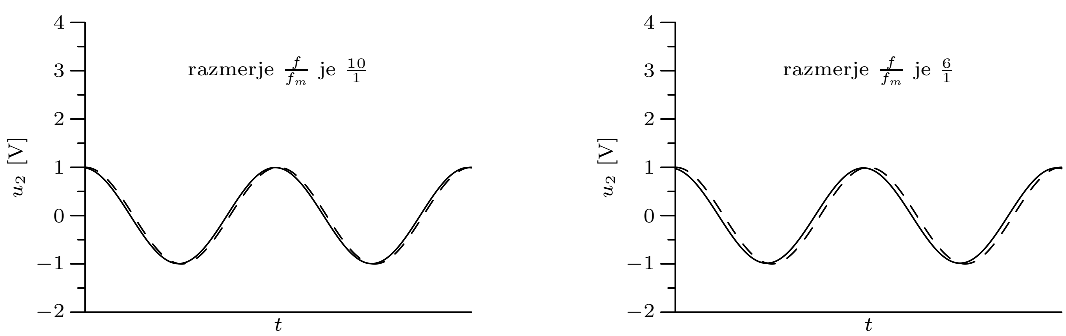


Slika 27.3. Sinusni signal na vhodu *CR* člena (levo) in odziv pri visokih frekvencah (desno).

Opazimo, da je izhodni signal enak vhodnemu signalu, le da nima enosmerne komponente 2 V. V osciloskopih to izkoriščamo pri opazovanju signalov v AC režimu, kjer signal prehaja skozi *CR* člen mejne frekvence med 1 Hz in 5 Hz. Enosmerna komponenta signala se pri tem popolnoma zaduši, medtem ko je visokofrekvenčni del signala praktično nespremenjen.

CR člen prepušča signale visokih frekvenc, nizke frekvence pa duši. Pogosto ga uporabljamo za izločanje enosmerne komponente (frekvenca 0 Hz) iz signala. To lastnost izkorišča mnogo naprav od akustičnih ojačevalnikov do vezij telekomunikacijske elektronike.

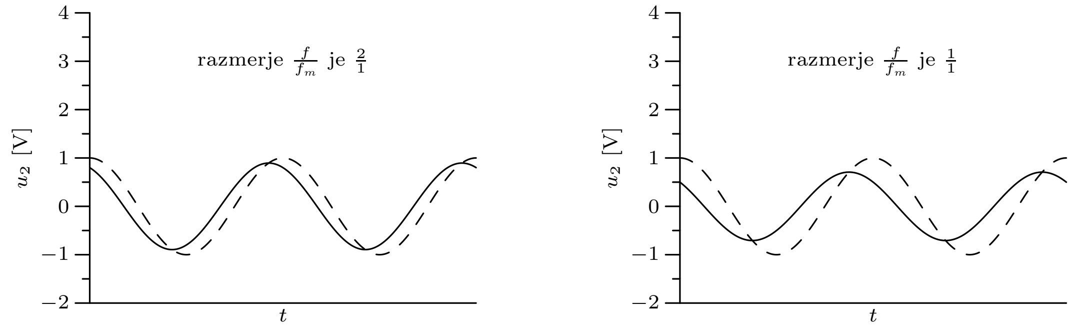
Pri desetkratni mejni frekvenci (slika 27.4, levo) se izhodna amplituda ne razlikuje znatno od vhodne amplitude, pojavi pa se fazni zamik +6°, ki povzroči, da izhodni signal nekoliko prehiteva vhodnega. Opozarjamo, da se signal premakne v drugo smer glede na *RC* člen, saj je predznak faznega zamika drugačen.



Slika 27.4. Odziv *CR* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom desetkrat (levo) in šestkrat (desno) višje frekvence od njegove mejne frekvence.

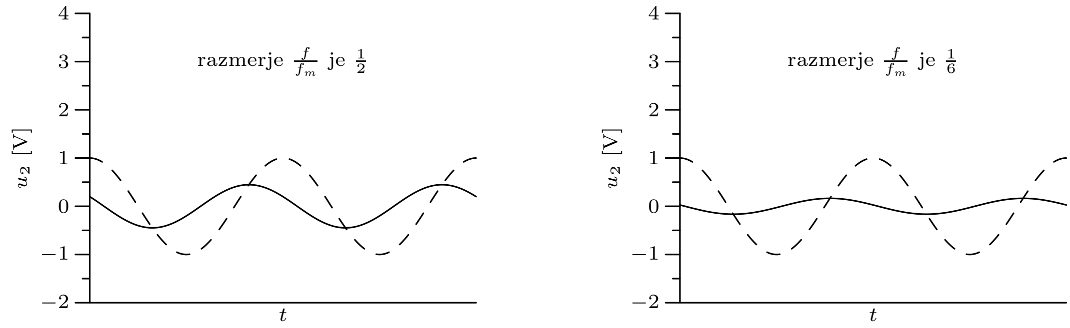
Pri šestkratni mejni frekvenci (slika 27.4, desno) postaja prehitevanje izrazito, prav tako je možno opaziti zmanjšanje izhodne amplitude. Z nadaljnjim nižanjem frekvence postajata oba pojava čedalje izrazitejša.

Pri dvakratni mejni frekvenci (slika 27.5, levo) se amplituda izhodnega signala zmanjša za 1 dB oziroma za 12 %, fazni zamik pa je +30°. Pri mejni frekvenci (desna slika) imamo fazni zamik +45° in zmanjšanje izhodne amplitude za 3 dB oziroma za 30 %.



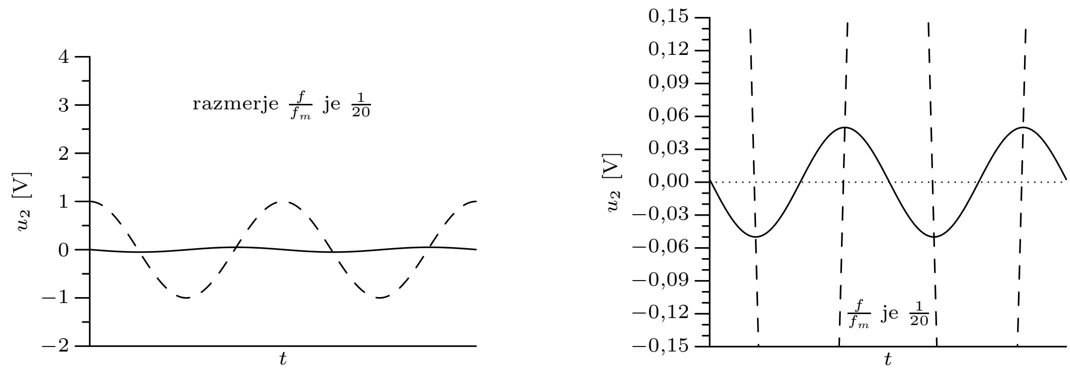
Slika 27.5. Odziv *CR* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom dvakrat višje (levo) in enake (desno) frekvence glede na njegovo mejno frekvenco.

Z nadaljnjim nižanjem frekvence pod mejno frekvenco se dušenje izhodnega signala povečuje, medtem ko se fazni zamik približuje +90°. Na sliki 27.6 je prikazano stanje pri polovici in šestini mejne frekvence.



Slika 27.6. Odziv *CR* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom dvakrat (levo) in šestkrat (desno) nižje frekvence od njegove mejne frekvence.

Pri dvajsetini mejne frekvence (slika 27.7, levo) je izhodni signal okvirno dvajsetkrat manjši od vhodnega (enačba 27.7). Desna slika potrjuje, da je fazni zamik že skoraj +90°.



Slika 27.7. Odziv *CR* člena pri vzbujanju s sinusnim signalom dvajsetkrat nižje frekvence od njegove mejne frekvence; prikaz na desni strani je povečan.

Pri *RC* členu je fazni zamik negativen, zato izhodni signal zaostaja za vhodnim signalom. Pri *CR* členu je fazni zamik pozitiven, zato izhodni signal prehiteva vhodnega.

27.3 Povzetek

- *CR* člen v frekvenčnem prostoru obravnavamo kot napetostni delilnik.
- Enako kot *RC* člen ima tudi *CR* člen dve frekvenčni področji, ki ju razmejuje mejna frekvenca, ki je enaka mejni frekvenci ustreznega *RC* člena.
- Pri nizkih in visokih frekvencah sta dejanski in aproksimirani odziv *CR* člena praktično enaka, v okolici mejne frekvence pa se znatno razlikujeta.
- Visokofrekvenčni signali prehajajo skozi *CR* člen nespremenjeni.
- Nad nizkofrekvenčnimi signali *CR* člen izvaja analogno odvajanje.
- Pri nizkih frekvencah se amplituda odziva *CR* člena glede na amplitudo vzbujanja zmanjša tolikokrat, kolikorkrat je frekvenca vzbujanja manjša od frekvenčne meje.
- Ekvivalentni opis predhodne lastnosti je, da pri nizkih frekvencah amplitudni odziv s frekvenco linearno narašča, kar se izrazi tudi kot naraščanje $+20\ ^{\mathrm{dB}}/_{\mathrm{dek}}$ ali $+6\ ^{\mathrm{dB}}/_{\mathrm{okt}}$.
- *CR* člen duši nizkofrekvenčne signale. Pogosto ga uporabljamo za izločanje enosmerne komponente iz signala (AC režim opazovanja signalov z osciloskopom).
- Pri visokih frekvencah je fazni odziv *CR* člena približno $0°$, pri nizkih frekvencah pa je približno $+90°$.
- Aproksimacija faznega odziva znatno odstopa od dejanskih vrednosti še pri petdesetini in petdesetkratni vrednosti mejne frekvence.
- Največje odstopanje $|6°|$ nastopi pri desetini in desetkratni vrednosti mejne frekvence. Pri mejni frekvenci sta dejanski in aproksimirani odziv točno $+45°$.
- Pri *RC* členu je fazni zamik negativen, zato izhodni signal zaostaja za vhodnim. Pri *CR* členu je fazni zamik pozitiven, zato izhodni signal prehiteva vhodnega.

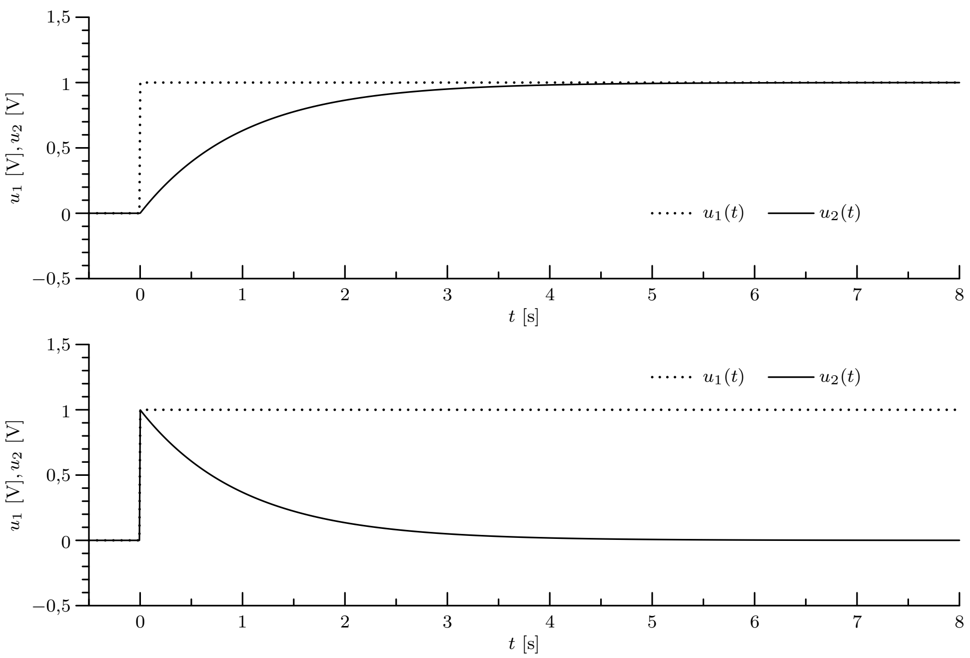
28 Vzročna posledičnost ☾

Poglavje se naslanja na pojma fazno prehitevanje in zaostajanje ter na njuni navezavi na karakteristike RC in CR členov.

V predhodnih poglavjih večkrat omenjamo, da izhodni signal prehiteva vhodnega (na primer pri odvajanju ali *CR* členu). Ta trditev in izrazoslovje sta med elektroniki splošno uveljavljena, vendar sta zavajajoča. Kdor pomena trditve ne pozna, lahko napačno sklepa, da posledica (odziv vezja) prehiteva vzrok (vzbujanje). To je čisti fizikalni nesmisel, saj vezje ne more vnaprej predvideti, kakšno bo vzbujanje v bodočnosti.

28.1 Prehodni pojav in ustaljeno stanje

Amplitudni in fazni odziv neposredno opisujeta le ustaljeno stanje odziva in ne zajemata prehodnega pojava ob začetku vzbujanja[1]. To ilustrira slika 28.1 z odzivoma *RC* in *CR* členov na enotino stopnico, pri čemer sta kondenzatorja pred nastopom stopnice izpraznjena.



Slika 28.1. Odziv *RC* (zgoraj) in *CR* (spodaj) člena na enotino stopnico.

Za izračun odziva v *ustaljenem* stanju obravnavamo napetostno stopnico kot vzbujanje s frekvenco 0 Hz. Predhodno smo ugotovili, da *RC* člen signale nizkih frekvenc prepušča neovirano (enačba 24.7, Bodejev diagram na sliki 26.1 in slika 26.3, desno), zato pričakujemo, da je tudi na sliki 28.1 (zgoraj) izhodna napetost enaka vhodni.

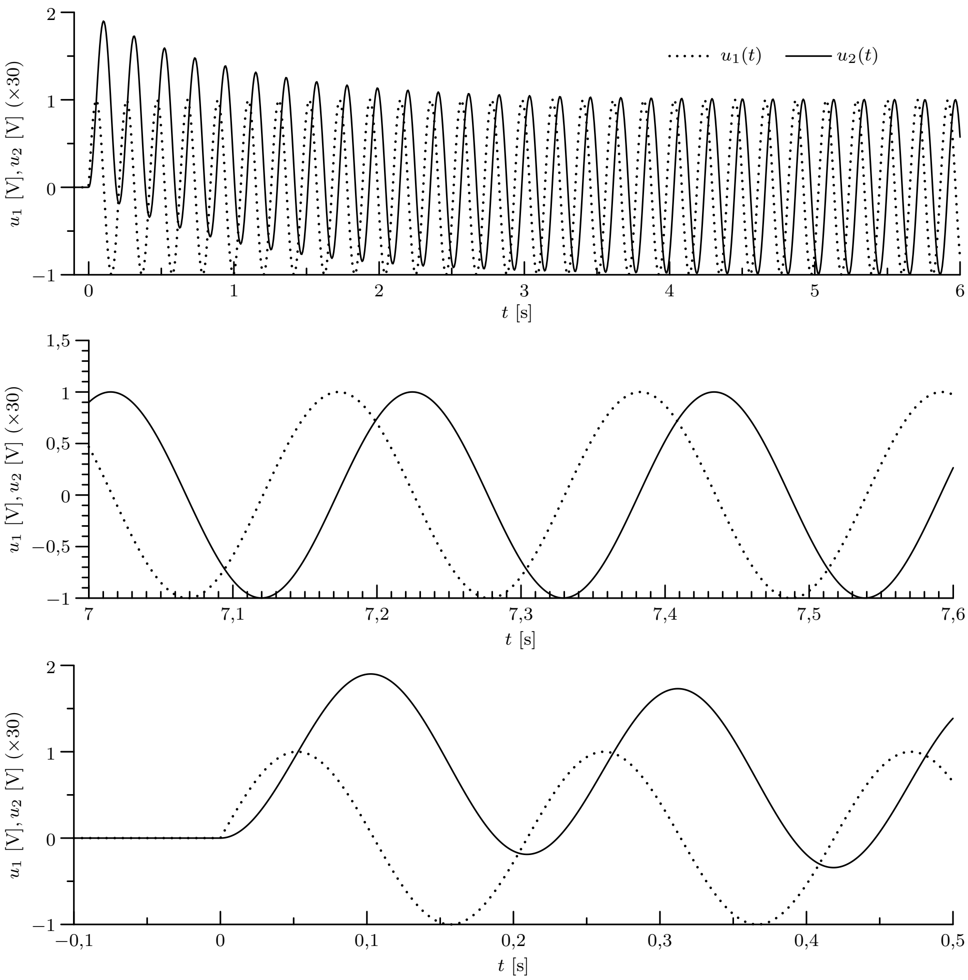
[1] Teorija linearnih sistemov razkriva tesno povezavo med frekvenčnim (amplitudnim in faznim) odzivom ter prehodnim pojavom, saj je slednjega možno enoumno izpeljati iz prvega.

Predvideno ustaljeno stanje se vzpostavi, vendar ne takoj ob nastopu stopnice, ampak šele po prehodnem pojavu eksponentnega časovnega poteka. Teoretično je odziv enak vzbujanju šele, ko od nastopa stopnice preteče neskončno časa. V praksi smatramo, da prehodni pojav izzveni po krajšem ali daljšem času, odvisno od zahtevane natančnosti približka.

> **Primer 1.** Glede na ločljivost prikaza in zmožnost človeškega očesa z zgornjega grafa slike 28.1 po času 7 s ne moremo več zaznati odstopanja izhodne napetosti od vhodne. □

Za *CR* člen je značilno, da frekvenco 0 Hz popolnoma zaduši (enačba 27.6, Bodejev diagram na sliki 27.2 in slika 27.3, desno). Spodnji graf slike 28.1 potrjuje pričakovano ustaljeno stanje, saj izhodna napetost po nastopu stopnice eksponentno upada proti vrednosti nič.

Slika 28.2 prikazuje odziv *RC* člena na sinusno vzbujanje tridesetkrat višje frekvence od *RC* mejne frekvence, pri čemer se vzbujanje prične ob času 0 s. Za nazornejši prikaz je izhodni signal povečan tridesetkrat in tolikokrat je tudi slabljen pri prehodu skozi člen (enačba 24.13). Posledično sta na sliki oba signala enako velika.



Slika 28.2. Prehodni pojav pri vzbujanju *RC* člena s sinusnim signalom (tri časovne skale).

Zgornji graf razkriva prehodni pojav ob nastopu vzbujanja, kjer se temenske vrednosti izhodnega signala eksponentno približujejo vrednostim v ustaljenem stanju. Slednje je nazorneje prikazano na srednjem grafu, kjer vidimo značilen fazni premik za $-90°$ in pričakovano zmanjšanje izhodne amplitude za faktor trideset.

Spodnji graf razkriva, da je ob samem nastopu vzbujanja izhodni sinusni signal dvignjen za vrednost lastne amplitude. To se zgodi, ker kondenzator ob začetku vzbujanja ni nabit na enako napetost, kot jo ima v ustaljenem stanju v isti točki periode vhodnega signala. S srednjega grafa vidimo, da je v trenutkih nastopa ničle vhodnega signala (v kateri vrednost napetosti narašča) napetost na izhodu in s tem tudi na kondenzatorju enaka $-1/30$ V, medtem ko je ob nastopu prve periode vzbujanja le–ta enaka 0 V. Ker je napetost na kondenzatorju višja od njene ustaljene vrednosti v naslednjih periodah, je tudi izhodni signal ustrezno dvignjen (superpozicija).

Kondenzator je element z lastnostjo pomnjenja, saj se napetost na njem ne more hipno spremeniti, ker (makroskopsko gledano) prav ta napetost skladišči energijo ($W = C \cdot u^2/2$). Lastnost pomnjenja digitalnih pomnilnikov, kot so dinamični pomnilnik (DRAM), statični pomnilnik (SRAM) in flip–flop, izvira ravno iz lastnosti pomnjenja napetosti v (parazitnih) kapacitivnostih, ki jih ta vezja vsebujejo. Še bolj očitno kondenzatorji opravljajo funkcijo analognega pomnilnika v vzorčno–zadrževalnih vezjih, ki jih zasledimo pred vhodom signala v AD pretvornik.

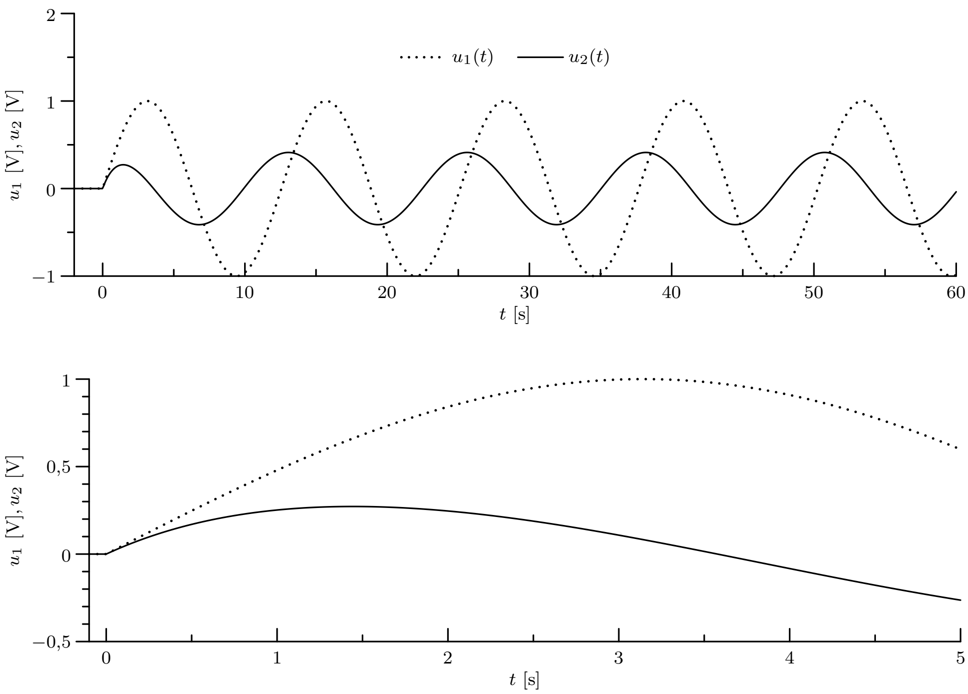
Trenutna napetost kondenzatorja odraža pomnjenje dogajanja v preteklosti, saj je odvisna od zgodovine toka na njem.

28.2 Vzročno–posledična odvisnost

Predhodna ugotovitev je ključna za razumevanje pravega pomena pozitivnega faznega odziva, ki ga označujemo kot prehitevanje izhodnega signala glede na vhodni signal. V resnici je prehitevanje izhoda samo *žargonski* opis dogajanja, ki nima nobene zveze s fizikalnim premikom vzbujanja v preteklost.

Oglejmo si sliko 28.3, ki prikazuje odziv *CR* člena na sinusno vzbujanje polovične frekvence od njegove mejne frekvence. Na podlagi karakteristik *CR* člena pričakujemo zmanjšanje izhodne amplitude na okvirno polovico vhodne amplitude ter prehitevanje izhodnega signala za nekaj manj od četrtine periode. Oboje je nazorno vidno na desni strani zgornjega grafa.

Na skrajni levi strani zgornjega grafa opazimo, da začetni del izhodnega signala po obliki precej odstopa od sinusne funkcije, ki se izoblikuje šele po prehodnem pojavu. Ta del je povečano prikazan na spodnjem grafu iste slike.



Slika 28.3. Prehodni pojav pri vzbujanju CR člena s sinusnim signalom (dve časovni skali).

Za razlago dogajanja si prikličimo v spomin vezje CR člena na levi strani slike 27.1 (stran 154). Tok preko upora R in kondenzatorja C je enak $\frac{u_2}{R}$, torej je tok sorazmeren izhodni napetosti.

Pred začetkom vzbujanja je kondenzator prazen in tudi tok preko obeh elementov ne teče, saj ni izhodne napetosti (ki je enaka padcu napetosti na uporu). Ko prične vhodna napetost naraščati, ji izhodna napetost nekaj časa sledi, saj je izhodna napetost majhna, zato preko upora ne teče zadosten tok, ki bi opazno praznil kondenzator. Napetost na kondenzatorju tako ostaja približno nič, zato sta vhodna in izhodna napetost enaki.

Ko izhodna napetost narašča, teče preko upora vedno večji tok, ki čedalje hitreje prazni kondenzator. Kljub temu izhodna napetost še nekaj časa narašča, saj je praznjenje kondenzatorja preko upora v tem časovnem intervalu počasnejše od naraščanja vhodne napetosti.

Ko se približujemo času 1 s je izhodna napetost čedalje večja, s čimer je čedalje hitrejše tudi praznjenje kondenzatorja. Hkrati vhodna napetost narašča čedalje počasneje, saj ima vhodni sinusni signal največji odvod ob času 0 s, nato pa le–ta postopno upada. Ker izhodni signal čedalje počasneje narašča, tudi čedalje manj kompenzira vse hitrejše praznjenje kondenzatorja preko upora. Prej ali pozneje (okvirno pri 1,5 s) postane praznjenje intenzivnejše od naraščanja vhodne napetosti, zato izhodna napetost ne more več naraščati, ampak doseže vrh, nato pa pričně upadati.

Opisano dogajanje podaja pravi fizikalni razlog za nastanek temena izhodnega signala pri okvirno 1,5 s, ki je izključno posledica vzbujanja v preteklosti in pomnilniške lastnosti kondenzatorja. Pri tem nikakor ne gre za premik vhodnega temena ob 3,14 s v preteklost. Izhodno teme ob 1,5 s bi bilo popolnoma enako, tudi če bi od tu naprej *CR* člen vzbujali s pravokotnimi pulzi, trikotnim signalom ali kakršnokoli drugo obliko vzbujanja. Torej bi bil ta potek enak, tudi če vhodni signal sploh ne bi imel temena ob času 3,14 s.

V nadaljnjih periodah je dogajanje popolnoma enako, le da je ob pričetku periode kondenzator nabit na drugačno vrednost napetosti. Podrobnejša analiza in matematične izpeljave pokažejo, da je v ustaljenem stanju izhodiščna napetost na kondenzatorju ob pričetku periode ravno tolikšna, da ima odziv pri zgoraj opisanem dogajanju sinusno obliko. Vsakokratni vrh (ali dno ali katerakoli druga točka) izhodnega signala nastane zgolj zaradi dogajanja v preteklosti, nikakor pa se kasnejši vrh (ali katerakoli druga točka) vzbujanja ne premakne v preteklost.

Primerjava grafov vzbujanja in odziva nam daje lažni vtis, da se teme vzbujalnega signala premika v preteklost. Navidezni premik je zgolj posledica periodičnega poteka signalov.

28.3 Povzetek

- Izraz, da izhodni signal prehiteva vhodnega, je žargonski opis odziva *CR* člena, ne pomeni pa, da posledica (odziv) prehiteva vzrok (vzbujanje).
- Dogajanje na izhodu kateregakoli vezja je zgolj posledica preteklega poteka vzbujanja in trenutnega stanja vezja, ki je zopet rezultat dogajanja v preteklosti.

29 FOURIEROVA VRSTA (PRVIČ)

Predznanja vsebujejo VIS poglavja 21, 23 in 25.

Predhodno smo opazovali odziv *RC* in *CR* člena na sinusni signal. Poleg sinusnega vzbujanja srečujemo tudi druge oblike signalov, kot so pravokotni pulzi pri digitalnih vezjih, trikotni signal pri analognem integriranju, žagasti signal pri vzorčno–zadrževalnih vezjih in mnogo drugih oblik. Problem nesinusnih oblik signalov je, da pri njih ne moremo uporabiti kompleksnega računa, s katerim nazorno in kompaktno opišemo lastnosti *RC* in *CR* členov.

Razlog je v tem, da odvod in integral nesinusnih funkcij ne ohranita izhodiščnega funkcijskega poteka[1]. To onemogoča opis rezultatov odvajanja in integriranja s prvotno funkcijo, ki ji zgolj spremenimo parametre, kot to storimo pri sinusni funkciji (enačba 22.5 na strani 120). Posledično ne moremo vpeljati operatorjev, ki utelešajo učinke odvajanja in integriranja s preprostejšimi funkcijami od samega odvoda in integrala.

S Fourierovo vrsto lahko vsak fizikalno smiseln periodični signal poljubne oblike razvijemo v neskončno vrsto sinusnih funkcij, ki jim pravimo harmonske komponente signala. Poleg njih pri razvoju potrebujemo še konstanto, ki uteleša enosmerno komponento signala s frekvenco 0 Hz. Ohranitev uporabnosti kompleksnega računa pri poljubnih časovnih potekih signala še zdaleč ni edini razlog uporabe Fourierove vrste. Z njo pridobimo tudi nadvse pomemben vpogled v frekvenčno vsebino signalov, kar igra ključno vlogo pri mnogih inženirskih razmišljanjih in odločitvah.

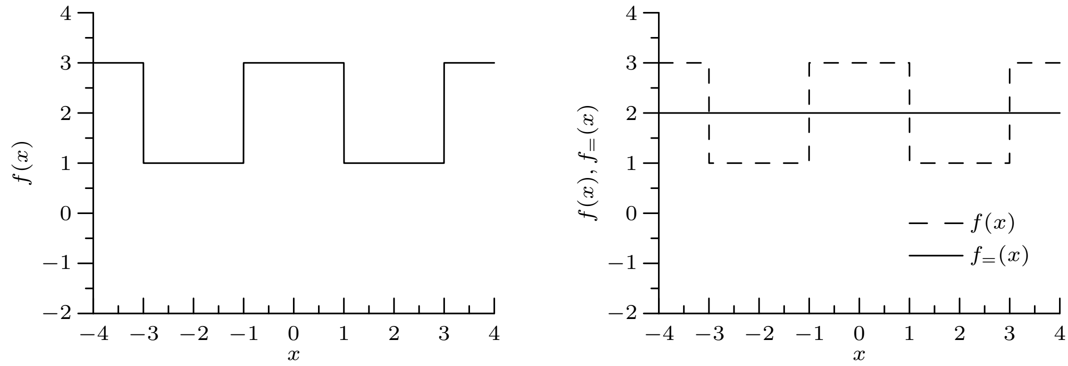
29.1 Razvoj pravokotnega signala v Fourierovo vrsto

Razvoj v Fourierovo vrsto prikažimo na pravokotnih pulzih $f(x)$ na sliki 29.1 (levo). Temu signalu želimo poiskati najboljšo aproksimacijo ob predpostavki, da imamo za njegov opis na razpolago samo enosmerno komponento oziroma konstantno funkcijo $f_{=}(x) = k$. Vprašanje je, kakšno vrednost konstante izbrati, da se le–ta čimbolj prilega izhodiščni funkciji $f(x)$.

S pogledom na sliko 29.1 (desno) se ni težko prepričati, da je optimalna vrednost konstante enaka povprečni vrednosti signala. V tem primeru so odstopanja funkcije $f_{=}(x)$ od funkcije $f(x)$ uravnotežena v negativno in pozitivno smer[2].

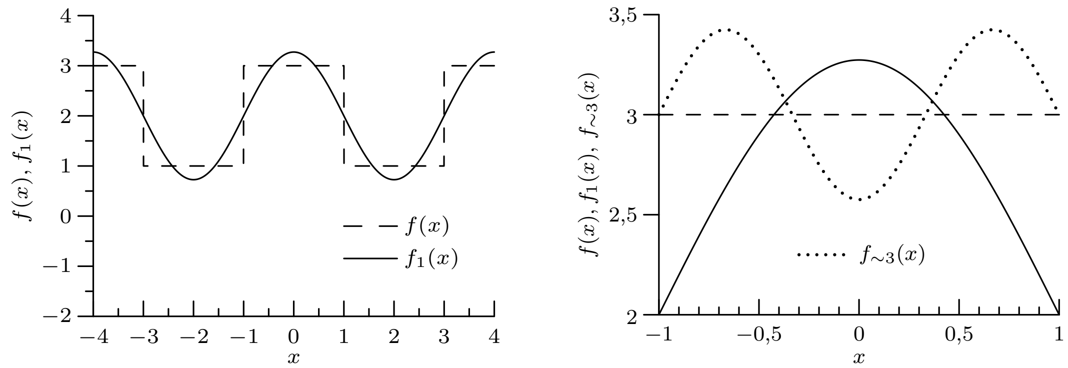
[1] Izjema je eksponentna funkcija $y = a^x$, katere odvod in integral je ponovno eksponentna funkcija. Vendar pri njej interval vrednosti ni omejen, ampak se razteza v neskončnost. Posledično eksponentne funkcije ne moremo fizično generirati z električnim vezjem.

[2] Podrobna matematična analiza Fourierove vrste razkrije, da gre pri njej za optimizacijo (minimizacijo) odstopanja aproksimacije od originala v smislu najmanjših kvadratov.



Slika 29.1. Pravokotni signal (levo) in njegova povprečna vrednost (desno).

Zgolj uporaba konstante nam ne da zadovoljive aproksimacije izhodiščne funkcije, zato rezultat izboljšajmo z dodajanjem novih komponent signala. Slika 29.2 (levo) prikazuje aproksimacijo, kjer enosmerni komponenti signala dodamo sinusno funkcijo, s čimer dobimo funkcijo $f_1(x)$.

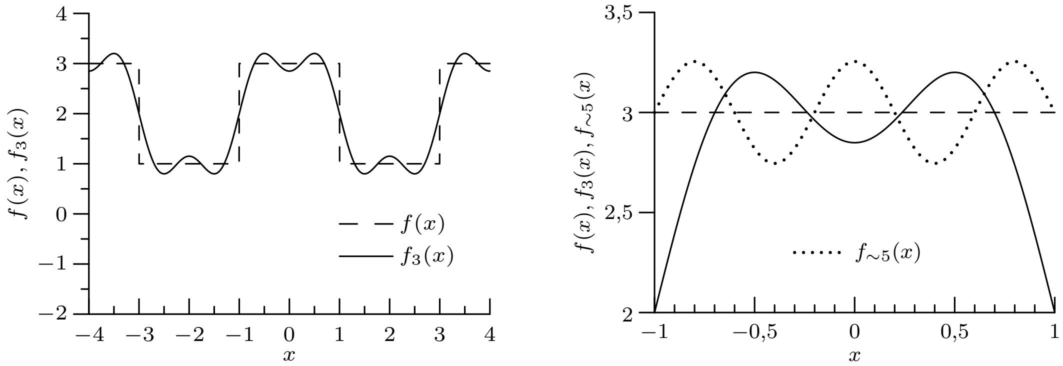


Slika 29.2. Dodajanje prve harmonske komponente pravokotnega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana tretja harmonska komponenta (desno).

Dodana sinusna funkcija se imenuje prva oziroma osnovna harmonska komponenta signala. Ta funkcija ima enako frekvenco kot izhodiščni signal, saj bi se v nasprotnem primeru potek aproksimacije razlikoval med posameznimi periodami izhodiščnega signala, kar bi bilo nesmiselno. Amplituda osnovne harmonske komponente je zopet izbrana tako, da so odstopanja $f_1(x)$ od funkcije $f(x)$ uravnotežena v pozitivno in negativno smer.

Dodatek funkcije $f_1(x)$ že na pogled močno izboljša prvotno aproksimacijo $f_{=}(x)$. Kljub temu imata funkciji $f_1(x)$ in $f(x)$ izrazito drugačen potek, saj sinusni signal radikalno odstopa od pravokotnega. Slika 29.2 (desno) prikazuje povečan izsek poteka obeh funkcij, iz katerega je razvidno njuno odstopanje. V intervalu spremenljivke x od -1 do okvirno $-0{,}4$ so vrednosti funkcije $f_1(x)$ manjše od pripadajočih vrednosti funkcije $f(x)$, nato postanejo vrednosti $f_1(x)$ večje od vrednosti $f(x)$, v območju vrednosti x od $+0{,}4$ do $+1$ pa je funkcija $f_1(x)$ zopet manjša od funkcije $f(x)$.

Rezultirajoče odstopanje funkcij zmanjšamo tako, da funkciji $f_1(x)$ prištejemo funkcijo $f_{\sim 3}(x)$, ki je prikazana pikčasto na sliki 29.2 (desno)[3]. Ta funkcija ima pozitivno vrednost v skoraj istih območjih, kjer je funkcija $f_1(x)$ manjša od funkcije $f(x)$. Ravno tako ima funkcija $f_{\sim 3}(x)$ negativno vrednost v skoraj istih intervalih, kjer je funkcija $f_1(x)$ večja od funkcije $f(x)$. Opažanje nakazuje, da se vsota funkcij $f_1(x)$ in $f_{\sim 3}(x)$ bolje prilega izhodiščni funkciji $f(x)$. To vsoto, ki jo označimo s $f_3(x)$, prikazuje slika 29.3 (levo).



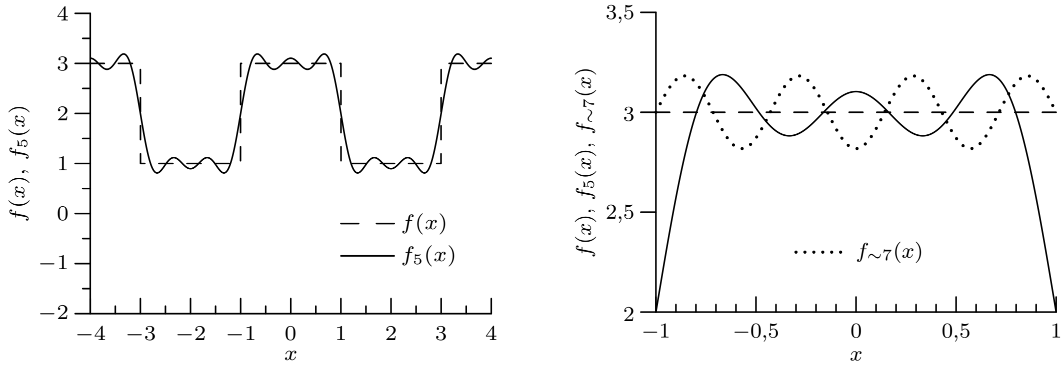
Slika 29.3. Dodajanje tretje harmonske komponente pravokotnega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana peta harmonska komponenta (desno).

Frekvenca funkcije $f_{\sim 3}(x)$ je natanko trikrat višja od frekvence osnovne harmonske komponente signala, zato tej sinusni komponenti pravimo tretja harmonska komponenta signala. V splošnem za izvedbo razvoja signala v Fourierovo vrsto potrebujemo tudi drugo harmonsko komponento oziroma sinusno funkcijo natanko dvakrat višje frekvence od prve harmonske komponente signala. Vendar je v našem primeru izhodiščna funkcija $f(x)$ izbrana tako, da aproksimacija ne vsebuje sodih harmonskih komponent.

Slika 29.3 (desno) prikazuje povečan izsek potekov izvedene aproksimacije. Tokrat imamo tri intervale spremenljivke x, kjer so vrednosti funkcije $f_3(x)$ manjše od pripadajočih vrednosti funkcije $f(x)$, ter dva intervala, kjer je funkcija $f_3(x)$ po vrednosti večja od funkcije $f(x)$. Skupaj imamo pet intervalov neujemanja, za razliko od treh na sliki 29.2 (desno).

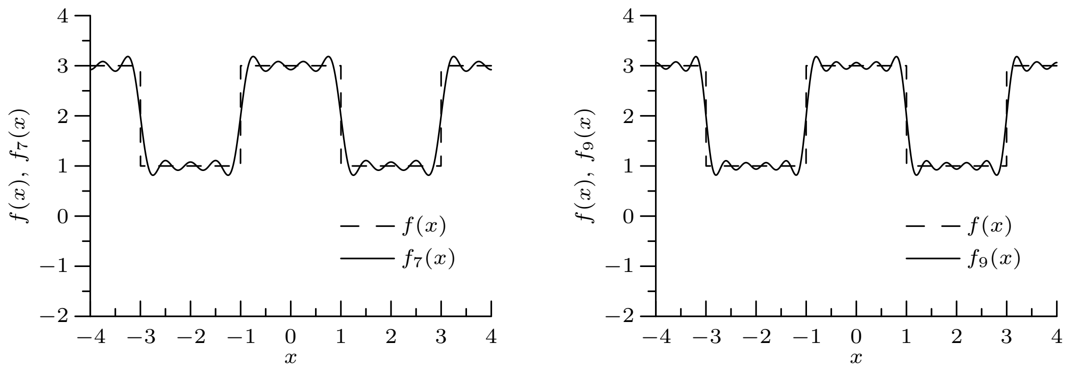
Ugotovitev nakazuje, da lahko odstopanje med aproksimirano in izhodiščno funkcijo zmanjšamo z dodatkom pete harmonske komponente $f_{\sim 5}(x)$, ki ima petkrat višjo frekvenco od frekvence izhodiščne funkcije. Ta komponenta je prikazana pikčasto na sliki 29.3 (desno). Funkcija $f_{\sim 5}(x)$ je pozitivna v skoraj istih območjih, kot je funkcija $f_3(x)$ manjša od funkcije $f(x)$, v ostalih območjih pa je negativna. Sledi, da vsota funkcij $f_5(x) = f_3(x) + f_{\sim 5}(x)$ bolje aproksimira izhodiščno funkcijo $f(x)$ od funkcije $f_3(x)$. Ugotovitev potrjuje slika 29.4 (levo).

[3]Funkcija $f_{\sim 3}(x)$ je čista sinusna funkcija brez enosmerne komponente. Zaradi nazornejše predstave je ta funkcija na sliki 29.2 (desno) prikazana skupaj z enosmerno komponento 3 (vertikalni premik za tri enote), ki v resnici ne obstaja.



Slika 29.4. Dodajanje pete harmonske komponente pravokotnega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana sedma harmonska komponenta (desno).

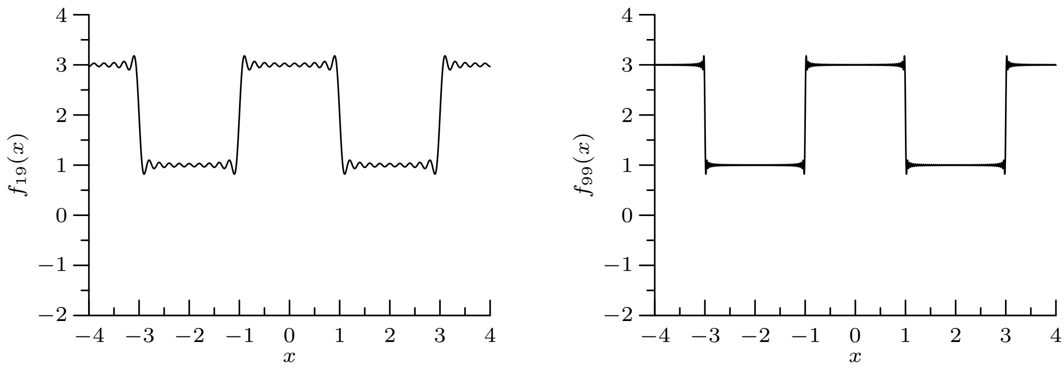
S sliko 29.4 (desno) preučimo neujemanje med funkcijama $f(x)$ in $f_5(x)$. Tokrat imamo sedem intervalov spremenljivke x, v katerih se predznak neujemanja spremeni. Od tega je v štirih intervalih funkcija $f_5(x)$ manjša od funkcije $f(x)$, v treh pa je večja. Ugotovitev nakazuje, da lahko razliko med funkcijama $f(x)$ in $f_5(x)$ zmanjšamo z dodatkom sedme harmonske komponente signala $f_{\sim 7}(x)$, ki je pikčasto nakazana na sliki 29.4 (desno). Rezultirajočo funkcijo $f_7(x)$ prikazuje slika 29.5 (levo).



Slika 29.5. Dodajanje sedme (levo) in nato še devete (desno) harmonske komponente pravokotnega signala.

Sedaj postaja vzorec dogajanja očiten. Z dodatkom nove harmonske komponente postane aproksimacija boljša, hkrati pa se poveča število izmenjujočih se intervalov spremenljivke x, kjer je aproksimirana funkcija večja ali manjša od izhodiščne funkcije. Razliko med funkcijama lahko vsakič zmanjšamo z dodatkom naslednje harmonske komponente, katere frekvenca je še večji mnogokratnik frekvence izhodiščne funkcije od trenutno največje vsebovane harmonske komponente.

Na sliki 29.5 (desno) je prikazan dodatek devete harmonske komponente. Dodatek vseh harmonskih komponent do devetnajste prikazuje slika 29.6 (levo), medtem ko je na desni strani iste slike prikazan rezultat dodatka vseh harmonskih komponent do devetindevetdesete.



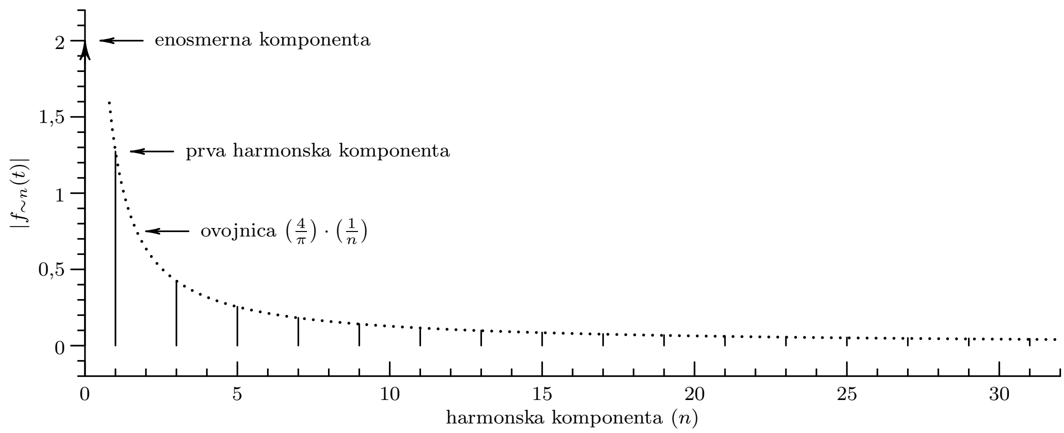
Slika 29.6. Upoštevanje do devetnajste (levo) in devetindevetdesete (desno) harmonske komponente pravokotnega signala.

Upoštevanje zadostnega števila harmonskih komponent naredi aproksimirano funkcijo praktično enako izhodiščni funkciji. Edino odstopanje, ki ga na sliki 29.6 (desno) opazimo, je majhen prevzpon Fourierove vrste v točkah nezveznosti izhodiščne funkcije. Napaka se imenuje *Gibbsov pojav* in je posledica modeliranja nezveznega signala z vsoto zveznih funkcij. Tega ne odpravi niti nadaljnje dodajanje harmonskih komponent, čeprav večje število le–teh napako omeji na vedno manjši interval spremenljivke x, s čimer odstopanje aproksimacije od originala čedalje manj vpliva na analizo dogajanja v vezju.

S Fourierovo vrsto lahko vsak fizikalno smiseln signal obravnavamo kot vsoto sinusnih funkcij in enosmerne komponente.

29.2 Amplitudni spekter pravokotnega signala

Če amplitude harmonskih komponent signala prikažemo grafično v odvisnosti od indeksa harmonske komponente (pogosto tudi v odvisnosti od njihove frekvence), dobimo amplitudni spekter signala. Predhodno obravnavanim pravokotnim pulzom pripada amplitudni spekter na sliki 29.7.



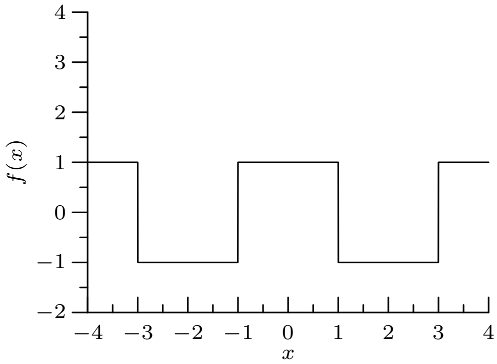
Slika 29.7. Amplitudni spekter pravokotnega signala.

Amplituda prve harmonske komponente je približno 1,3, kar se ujema s prikazom na sliki 29.2 (levo). Tretja harmonska komponenta ima amplitudo okvirno 0,4, kar je v skladu s prikazom na sliki 29.2 (desno). Nadalje imata peta in sedma harmonska komponenta amplitudi 0,25 in 0,18; pripadajoči sliki sta 29.3 (desno) in 29.4 (desno). Analitična formula ovojnice amplitud harmonikov je $\left(\frac{4}{\pi}\right) \cdot \left(\frac{1}{n}\right)$, kjer je n indeks harmonika.

S slike 29.7 vidimo, da amplitude harmonskih komponent z indeksom oziroma s frekvenco upadajo, kar velja za vse fizikalno smiselne signale. Pri nezveznih signalih amplitude harmonskih komponent upadajo z obliko ovojnice $\propto \frac{1}{n}$. To je relativno počasno upadanje, saj nezvezne signale težko aproksimiramo z zveznimi sinusnimi funkcijami, zato pri njih potrebujemo mnogo harmonskih komponent za zadovoljiv približek (primerjava levega in desnega grafa slike 29.6).

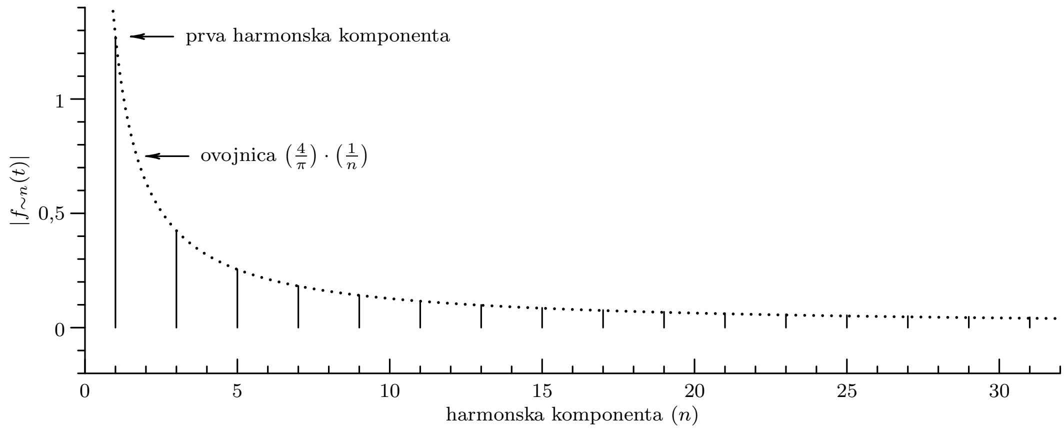
Enosmerna komponenta (ničta harmonska komponenta) je na grafu 29.7 označena s puščico, da je ne zakrije ordinatna os. Njena vrednost je 2, kolikor znaša povprečna vrednost signala (slika 29.1, desno). Slika 29.8 prikazuje isto obliko signala brez enosmerne komponente.

Slika 29.8. Pravokotni signal brez enosmerne komponente.



Prištevanje konstante signal le vertikalno premakne, njegova oblika pa se s tem ne spremeni. Posledično dodajanje konstante ali sprememba njene vrednosti ne vpliva na harmonske komponente. Amplitudni spekter, ki pripada sliki 29.8, prikazuje slika 29.9. Edina razlika glede na sliko 29.7 je odsotnost enosmerne komponente.

Ko na signalnem generatorju nastavljamo vertikalni premik (ang.: offset) signala, spreminjamo samo enosmerno komponento signala, na vsebovanost ostalih harmonikov pa ne vplivamo. Enosmerna komponenta je posebna in jo obravnavamo ločeno od harmonskih komponent. Ker jo določa povprečna vrednost signala in ne njegova oblika, zanjo ne velja predhodno podana ovojnica. Tudi formula za izračun enosmerne komponente pri analitičnem razvoju signala v Fourierovo vrsto je ločena od formule za izračun harmonskih komponent.



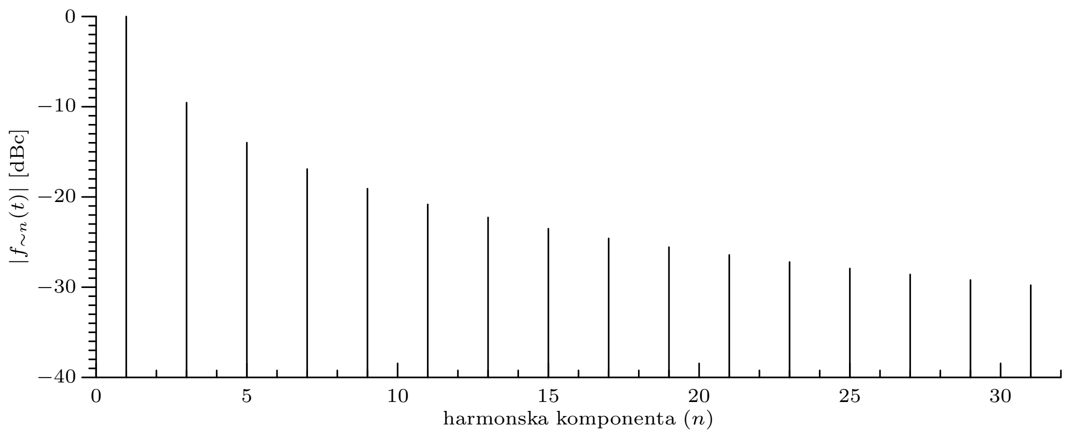
Slika 29.9. Amplitudni spekter pravokotnega signala brez enosmerne komponente.

29.3 Prikaz amplitud harmonikov v decibelih

Grafa na sliki 29.7 in 29.9 imata isto pomanjkljivost kot prikazovanje amplitudnega odziva *RC* člena v linearnem merilu (slika 25.3 na strani 144). Mnogo harmonskih komponent ima majhno amplitudo, zato njihovih vrednosti ne moremo natančno odčitati z grafa.

> **Primer 1.** S slike 29.9 ne moremo natančno določiti vrednosti enaindvajsete harmonske komponente. Vidimo le, da je njena vrednost približno 0,1. Prav tako lahko le ugibamo, kolikšno je razmerje amplitud enaintridesete in devetindvajsete harmonske komponente. □

Preglednost podanega spektra izboljšamo s prikazom amplitud v decibelih, kot je to storjeno na sliki 29.10.



Slika 29.10. Amplitudni spekter pravokotnega signala v dBc.

Amplituda največjega harmonika se namerno določi kot vrednost 0 dB. S tem dobi največji harmonik vlogo normiranja amplitud. To sledi iz naslednje zveze.

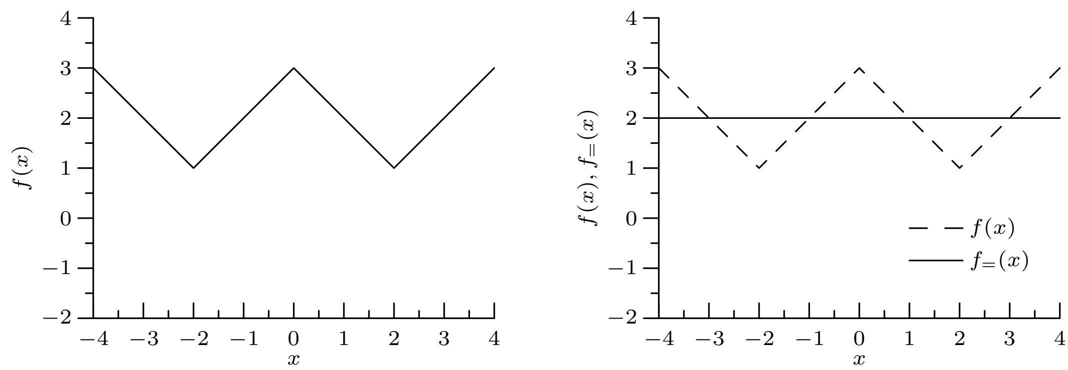
$$u_1 = u_2 \qquad \Rightarrow \qquad 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{u_1}{u_2}\right) = 20 \cdot \log_{10}(1) = 0 \text{ dB}.$$

Amplitude ostalih harmonikov so izražene relativno glede na velikost največje amplitude. Prednost takega prikaza je, da graf postane neodvisen od ojačenja, saj na vsebino spektra vpliva samo oblika signala. Pri tem pristopu amplitude podajamo v enoti dBc (ang.: decibels below carrier). V praksi se ta enota nedosledno označuje kar z dB, zato moramo njen pravi pomen razbrati iz konteksta (kar je v skladu s smislom za humor elektronikov).

S slike 29.10 torej ne moremo odčitati absolutnih vrednosti amplitud, ampak samo njihova razmerja. Tretji harmonik je malo manj kot za 10 dB manjši od prvega harmonika, kar je okvirno razmerje amplitud 1:3 v linearni skali[4] (zaradi ovojnice $\frac{1}{n}$ je razmerje natančno 1/3). Enaindvajseti harmonik je za 26 dB oziroma dvajsetkrat[5] manjši od osnovnega harmonika (natančno enaindvajsetkrat). Podobno je enaintrideseti harmonik za okvirno 30 dB oziroma dvaintridesetkrat[6] (natančno enaintridesetkrat) manjši od osnovnega harmonika. Razmerje amplitud enaindvajsetega in enaintridesetega harmonika je 4 dB, kar je okvirno 1,6[7]. Razmerje med amplitudama devetindvajsetega in enaintridesetega harmonika lahko vsaj ocenimo na okvirno 1 dB (teoretično nekaj manj od 0,6 dB), kar pomeni, da je prvi za 12 % (teoretično nekaj manj od 7 %) večji od slednjega.

29.4 Razvoj trikotnega signala v Fourierovo vrsto

Sedaj v Fourierovo vrsto razvijmo trikotni signal $f(x)$ na sliki 29.11 (levo), ki ravno tako spada med temeljne signale v elektroniki. Postopek razvoja je enak kot pri pravokotnih pulzih. Najprej določimo enosmerno komponento oziroma povprečno vrednost signala $f_=(x)$, kar prikazuje desna stran slike.



Slika 29.11. Trikotni signal (levo) in njegova povprečna vrednost (desno).

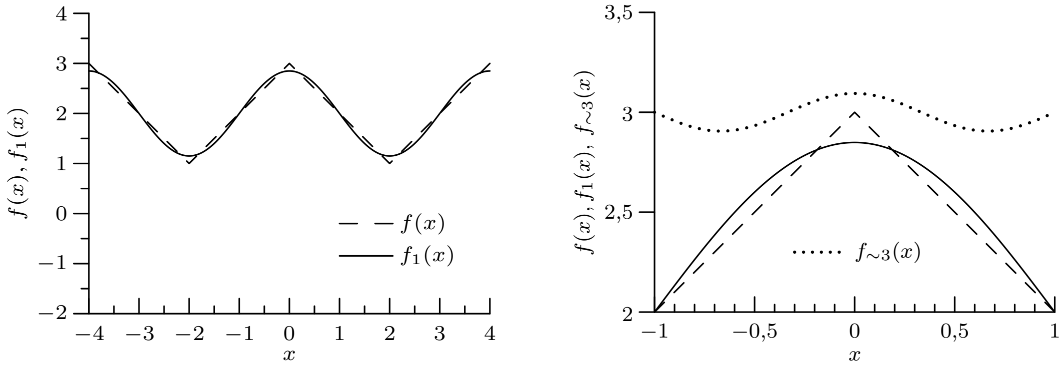
Prva harmonska komponenta, ki je prišteta predhodni enosmerni komponenti, je prikazana na sliki 29.12 (levo), s čimer dobimo funkcijo $f_1(x)$.

[4] $10\text{ dB} = (6+3+1)\text{ dB}$, $6\text{ dB} = 2$, $3\text{ dB} \approx 1{,}42$, $1\text{ dB} \approx 1{,}12 \Rightarrow 10\text{ dB} = 2\cdot 1{,}42\cdot 1{,}12 \approx 3{,}2$.

[5] $26\text{ dB} = (20+6)\text{ dB}$, $20\text{ dB} = 10$, $6\text{ dB} = 2 \Rightarrow 26\text{ dB} = 10\cdot 2 = 20$.

[6] $30\text{ dB} = (10+10+10)\text{ dB}, 10\text{ dB} \approx 3{,}2 \Rightarrow 30\text{ dB} \approx 3{,}2\cdot 3{,}2\cdot 3{,}2 \approx 32$.

[7] $4\text{ dB} = (3+1)\text{ dB}$, $3\text{ dB} \approx 1{,}42$, $1\text{ dB} \approx 1{,}12 \Rightarrow 4\text{ dB} = 1{,}42\cdot 1{,}12 \approx 1{,}6$.



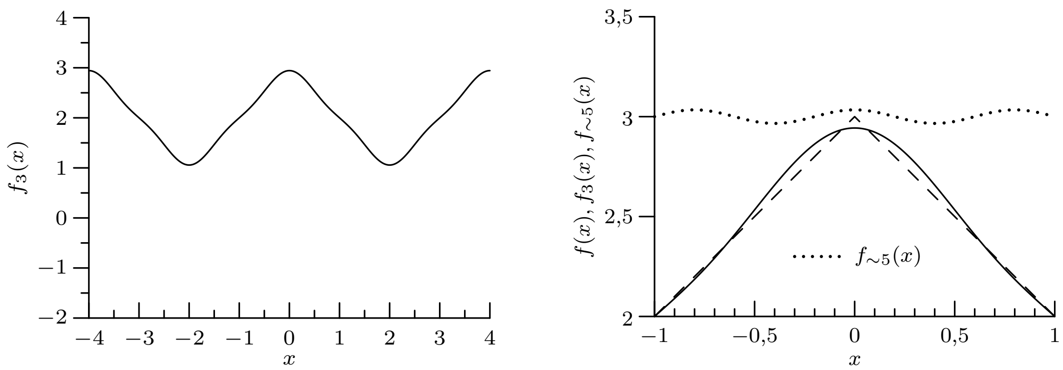
Slika 29.12. Dodajanje prve harmonske komponente trikotnega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana tretja harmonska komponenta (desno).

Pri trikotnem signalu je prileganje funkcije $f_1(x)$ k funkciji $f(x)$ že na pogled mnogo boljše kot pri pravokotnih pulzih (slika 29.2, levo). Slednji imajo nezvezni časovni potek, zato se močno razlikujejo od poteka sinusne funkcije. Trikotni signal je zvezen, zato ga je dosti lažje aproksimirati s sinusnimi funkcijami. Posledično amplitude višjih harmonikov trikotnega signala s frekvenco upadajo mnogo hitreje od ustreznih amplitud harmonikov pravokotnih pulzov.

Za trikotni signal so značilni ostri robovi oziroma točke, kjer funkcija ni zvezno odvedljiva, kar prav tako ni značilno za sinusno funkcijo. Aproksimacija ostrih robov zahteva zadostno število višjih harmonskih komponent, vendar bistveno manj od aproksimacije funkcijskega poteka v točkah nezveznosti.

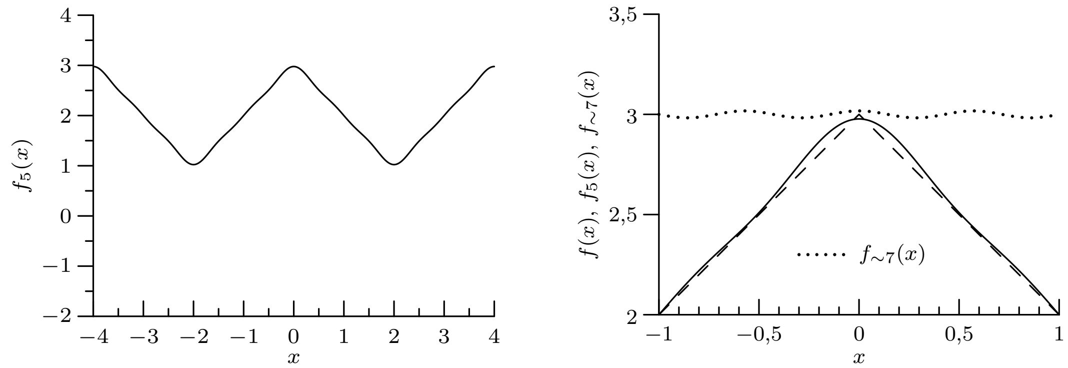
Povečan prikaz neujemanja funkcije $f_1(x)$ s funkcijo $f(x)$ na sliki 29.12 (desno) razkrije, da imamo zopet tri ločene intervale spremenljivke x. V srednjem intervalu od okvirno −0,2 do +0,2 je funkcija $f_1(x)$ manjša od funkcije $f(x)$, zunaj tega intervala pa je večja. Napako aproksimacije zmanjšamo z dodatkom tretje harmonske komponente, ki je na sliki prikazana pikčasto.

Rezultat podaja slika 29.13 (levo). Aproksimacija je že z dvema harmonikoma dovolj dobra, da zaslutimo trikotni signal v ozadju, motijo pa neostri robovi.



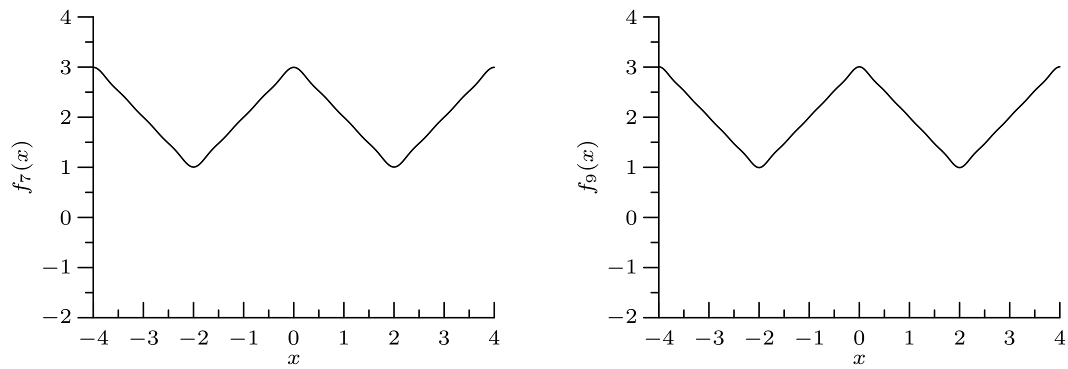
Slika 29.13. Dodajanje tretje harmonske komponente trikotnega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana peta harmonska komponenta (desno).

Pričakujemo, da bo dodajanje novih harmonikov robove izostrilo. Desna stran slike 29.13 nakazuje peto harmonsko komponento, ki zopet zmanjša razliko med funkcijama $f_3(x)$ in $f(x)$. Skupni rezultat prikazuje slika 29.14 (levo).



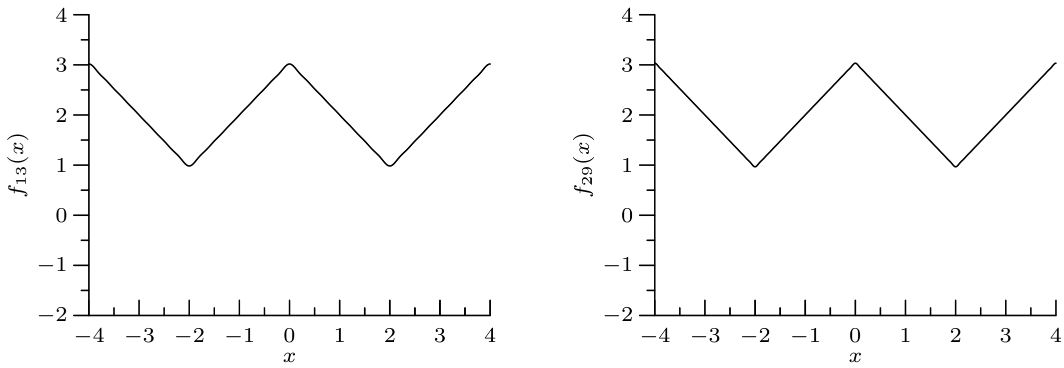
Slika 29.14. Dodajanje pete harmonske komponente trikotnega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana sedma harmonska komponenta (desno).

Rezultirajoča funkcija se še bolj približa izhodiščni funkciji, robovi pa postajajo čedalje bolj ostri in izraziti. Pikčasto nakazana sedma harmonska komponenta na desni strani iste slike ponovno zmanjša razliko med originalno in aproksimirano funkcijo (slika 29.15, levo).



Slika 29.15. Dodajanje sedme (levo) in nato še devete (desno) harmonske komponente trikotnega signala.

Na desni strani slike 29.15 je dodana še deveta harmonska komponenta. Vsaka nova komponenta izboljša aproksimacijo in izostri robove. To poudari slika 29.16, kjer levi graf prikazuje vsoto vseh komponent do trinajste, desni graf pa do devetindvajsete. Zadostno število harmonskih komponent naredi aproksimirano funkcijo praktično enako izhodiščni funkciji. Pri trikotnih signalih ni Gibbsovega pojava, ker originalna funkcija v nobeni točki ni pretrgana.

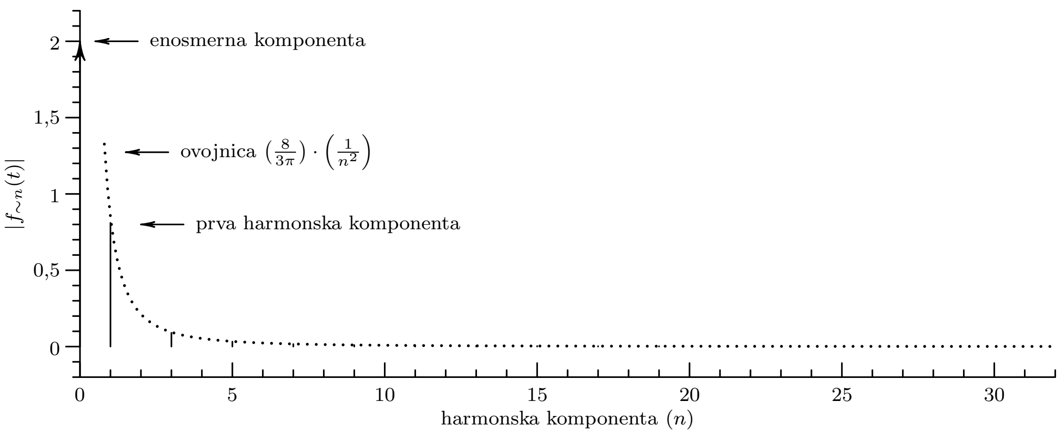


Slika 29.16. Upoštevanje do trinajste (levo) in devetindvajsete (desno) harmonske komponente trikotnega signala.

S primerjavo slik 29.16 in 29.6 ugotovimo, da potrebujemo za ustrezno natančnost aproksimacije trikotnega signala bistveno manj harmonskih komponent kot v primeru pravokotnih pulzov. Na sliki 29.6 (levo) vidimo, da je kljub upoštevanju vseh harmonskih komponent do devetnajste aproksimirani signal še močno oscilatoren, medtem ko pri trikotnem signalu že uporaba harmonskih komponent do le trinajste naredi aproksimirani signal na pogled praktično enak izhodiščnemu, le robovi so nekoliko neostri.

29.5 Amplitudni spekter trikotnega signala

Amplitudni spekter trikotnega signala podaja slika 29.17. Amplitude harmonskih komponent s frekvenco upadajo mnogo hitreje kot pri pravokotnih pulzih (primerjava s sliko 29.7). Ovojnica amplitud ima tokrat analitični izraz $(\frac{8}{3\pi})\cdot(\frac{1}{n^2})$, oziroma upadanje amplitud s funkcijsko odvisnostjo $\propto \frac{1}{n^2}$, namesto s potekom $\propto \frac{1}{n}$, ki je značilen za pravokotne pulze. Amplitude zveznih signalov tudi v splošnem s frekvenco kvadratno upadajo, ali celo hitreje, zato ti signali zasedajo bistveno manjše frekvenčno področje od nezveznih, kar je ključno spoznanje, ki diktira mnogo inženirskih odločitev.



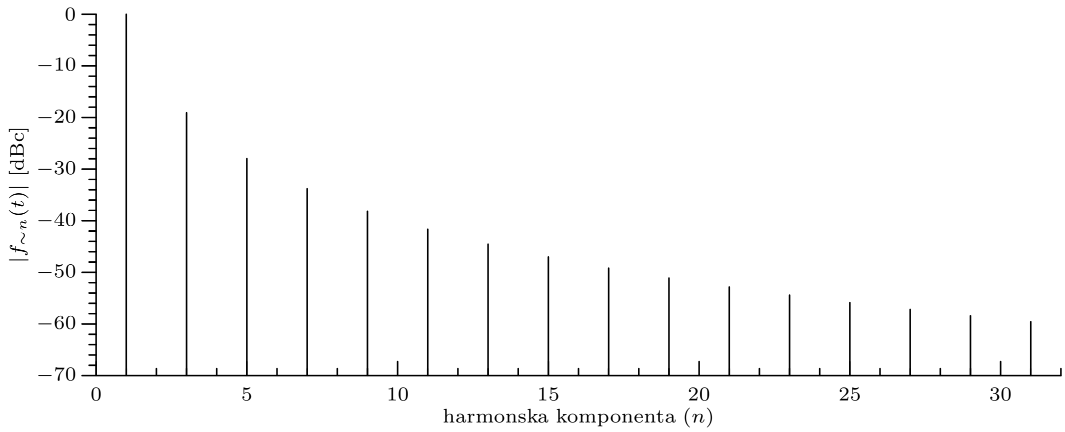
Slika 29.17. Amplitudni spekter trikotnega signala.

Primer 2. Omenimo analogni prenos (v zatonu) večjega števila telefonskih pogovorov ali televizijskih kanalov preko enega kabla. Vsakemu kanalu je dodeljen določen frekvenčni pas (na primer širine 10 MHz), pri čemer se posamezni originalni signal s postopkom modulacije premakne v njemu dodeljeni pas. Harmonske komponente signala se ne smejo raztezati izven frekvenčnega območja, ki je dodeljeno kanalu, saj bi to pokvarilo vsebino sosednjih kanalov. S preučevanjem Fourierovih spektrov telekomunikacijski inženirji razvijajo ustrezne oblike signalov, da dosežejo zahtevano omejevanje njihovega frekvenčnega spektra. Glede na dosedanje izsledke o Fourierovi vrsti je razvidno, da se v takih primerih teži k čimbolj zveznim signalom s čim manj ostrimi robovi. □

Primer 3. Podajmo še primer, ki ne bo nikoli v zatonu. Digitalna vezja neprestano generirajo pravokotne pulze. Posledično ustvarjajo bogat spekter harmonikov, ki se razteza do frekvenc, ki so bistveno višje of frekvenc samih preklopov digitalnih vezij. Ti harmoniki predstavljajo motnje tako za okoliške elektronske naprave, kot tudi za različne sklope iste naprave. Zlasti kritični so preklopi na dolgih linijah, ki učinkujejo kot antene, zato je pri njih motenje okolice z višjimi harmoniki še toliko bolj izrazito. Problem omilimo tako, da omejimo hitrost preklopov (ang.: slew rate) digitalnih izhodov. Tak prijem uporabljajo na primer integrirana vezja za generiranje USB signala, ki se običajno prenaša po relativno dolgem kablu. Načrtovalci USB vezij namerno poskrbijo, da prehod med logično ničlo in logično enico (med 0 V in 5 V) traja vsaj 4 ns (starejši standard USB 1.1), s čimer postane digitalni signal bolj zvezen in podoben trikotnemu signalu. □

Primer 4. Navedimo še inženiring v obratni smeri, kjer primarni cilj ni omejevanje višjefrekvenčne vsebine spektrov. Matične plošče računalnikov vsebujejo mikroprocesorska vodila, po katerih se pretakajo podatki med mikroprocesorjem in ostalimi napravami. Zlasti kritično je vodilo med mikroprocesorjem in pomnilnikom (RAM). Med komunikacijo digitalne komponente generirajo pravokotne pulze. Da se signali ustrezno ohranijo med prenosom od mikroprocesorja do pomnilnika (ali obratno), mora biti matična plošča zmožna prevajati *sinusne* signale zadosti visokih frekvenc. Pri 100 MHz pravokotnem pulzu potrebujemo pasovno zmogljivost linije bistveno večjo od 100 MHz, da se poleg osnovnega harmonika po njej lahko prenese zadostno število višjih harmonikov (recimo od 500 MHz v manj zahtevnih primerih do 2 GHz pri zahtevnejših situacijah). Če to ni izpolnjeno, do sprejemnika ne pripotuje pravokotni signal, ampak njegova močno popačena verzija, ki je lahko podobna trikotnemu signalu, ali pa izkazuje še hujše popačenje. Za uspešno načrtovanje matične plošče, ki si jo tipično predstavljamo kot gradnik *digitalnega* sistema, potrebujemo mnogo znanja *analogne* elektronike. K temu problemu se vrnemo v poglavju 30 (stran 183). □

Ker je pri trikotnem signalu razpon razmerij amplitud harmonskih komponent mnogo večji kot pri pravokotnem signalu, je uporabnost decibelov pri prikazu amplitudnega spektra toliko bolj očitna, saj s slike 29.17 skoraj ne moremo odčitati amplitude komponentam, ki imajo indeks večji od 5. Za natančnejšo preučitev spektra si pomagajmo s sliko 29.18, kjer so amplitude podane v enoti dBc relativno glede na velikost osnovne harmonske komponente.



Slika 29.18. Amplitudni spekter trikotnega signala (brez enosmerne komponente) v dBc.

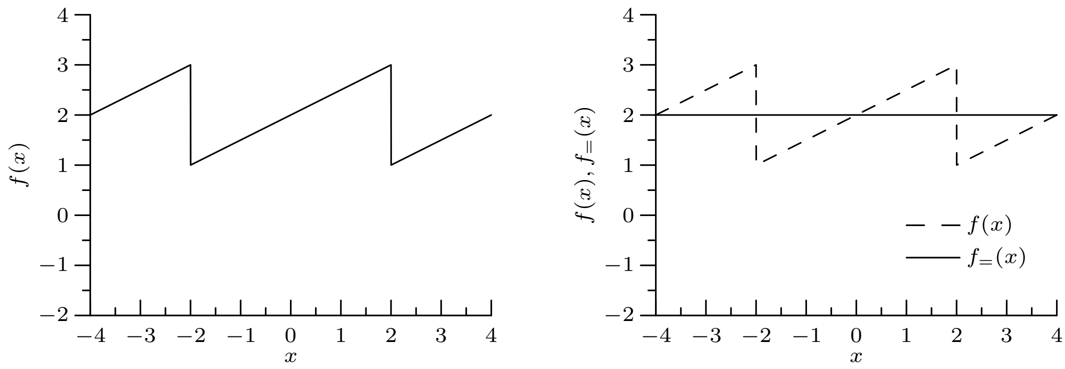
Za razliko od slike 29.7 se tu razpon merila ordinatne osi razteza do −70 dB, medtem ko je bila spodnja meja v prejšnjem primeru −40 dB. Razlika meril je posledica bistveno večjega dinamičnega ranga amplitud oziroma večjega razpona njihovih razmerij.

Z grafa 29.18 z lahkoto odčitamo, da je amplituda tretje harmonske komponente za slabih 20 dB manjša od amplitude osnovne harmonske komponente, kar pomeni razmerje 1:10 (v resnici 1:9). Razlika glede na pravokotne pulze je očitna, saj je tam tretja harmonska komponenta po amplitudi samo trikrat manjša od osnovne harmonske komponente.

Deveta harmonska komponenta trikotnega signala je skoraj za 40 dB oziroma stokrat manjša od osnovne harmonske komponente (v resnici je razmerje 1:81), kar je zopet bistvena razlika v primerjavi s pravokotnimi pulzi, kjer je bilo razmerje 1:9. Enaintrideseta harmonska komponenta je okvirno za 60 dB manjša od osnovne harmonske komponente, kar pomeni razmerje 1:1000 (1:961), medtem ko je bilo isto razmerje pri pravokotnih pulzih samo 1:31.

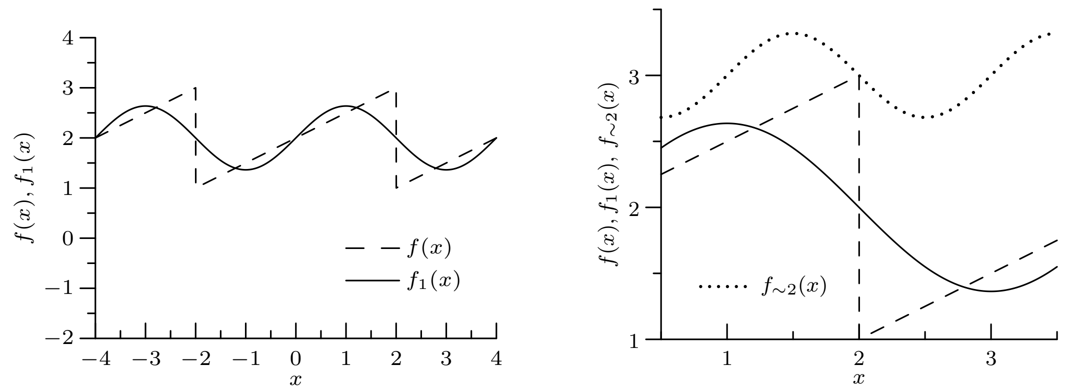
29.6 Razvoj žagastega signala v Fourierovo vrsto ⊕

Razvoj v Fourierovo vrsto prikažimo še na žagastem signalu (slika 29.19, levo), ki ga je od vseh treh opazovanih oblik najtežje aproksimirati s sinusnimi funkcijami. To je posledica dejstva, da ta signal nima lastnosti polvalne simetrije, za katero velja $f\left(x+\frac{T}{2}\right) = -f(x)$, kjer T označuje periodo signala. Prav zaradi te lastnosti, ki jo imata tako pravokotni kot trikotni signal (brez enosmerne komponente), pri njunem razvoju v Fourierovo vrsto nimamo sodih harmonskih komponent. Ker za žagasti signal ta lastnost ne velja, njegov spekter vsebuje tako sode kot lihe harmonske komponente, kar pomeni dvakrat več členov vrste pri isti pasovni širini signala.



Slika 29.19. Žagasti signal (levo) in njegova povprečna vrednost (desno).

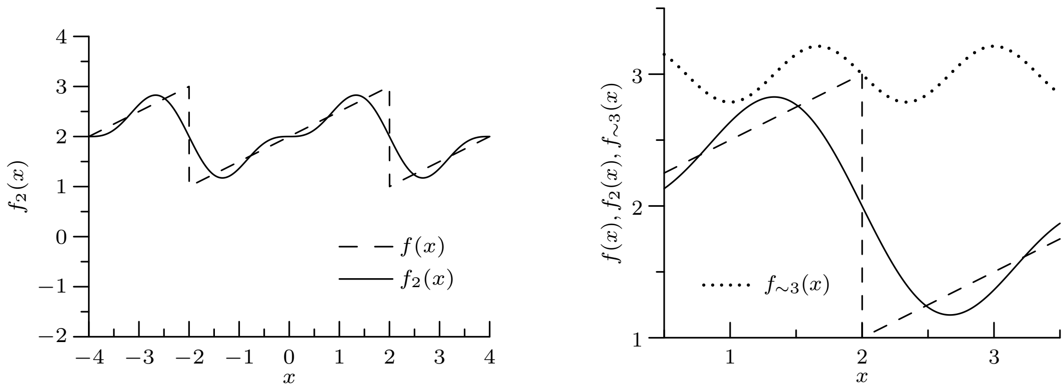
Kot običajno pričnemo aproksimacijo z določitvijo enosmerne komponente, ki je tudi tokrat enaka 2, kot prikazuje slika 29.19 (desno). Sledi dodajanje prve harmonske komponente, katere potek podaja slika 29.20 (levo).



Slika 29.20. Dodajanje prve harmonske komponente žagastega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana druga harmonska komponenta (desno).

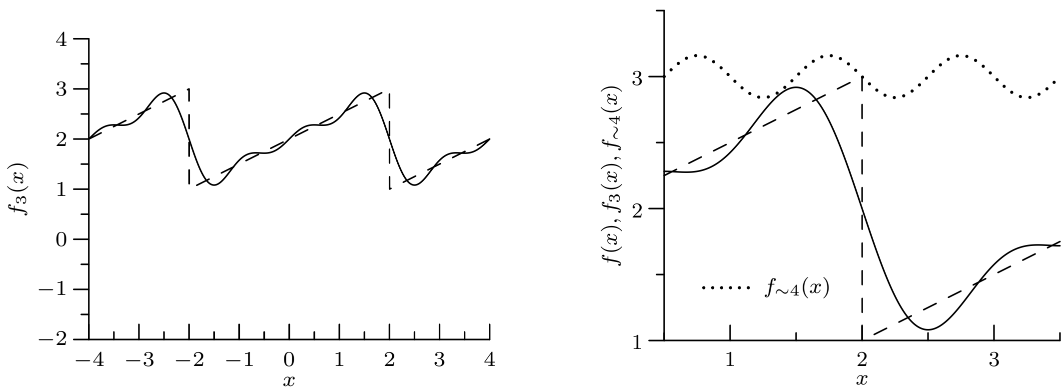
Povečan prikaz neujemanja na sliki 29.20 (desno) razkrije, da se znotraj polperiode prve harmonske komponente (od okvirno $x = 1$, kjer ima prva harmonska komponenta maksimum, do okvirno $x = 3$, kjer se nahaja minimum) razvrstita dva intervala, od katerih je v enem aproksimirana funkcija manjša od izhodiščne funkcije, v drugem pa je večja (meja je pri $x = 2$).

Ugotovitev nakazuje, da moramo za nadaljnje približevanje aproksimacije k izhodiščni funkciji dodati harmonsko komponento z dvakrat višjo frekvenco od osnovne harmonske komponente, torej drugo harmonsko komponento, ki je na sliki 29.20 (desno) nakazana pikčasto. Rezultirajoči potek aproksimacije prikazuje slika 29.21 (levo).



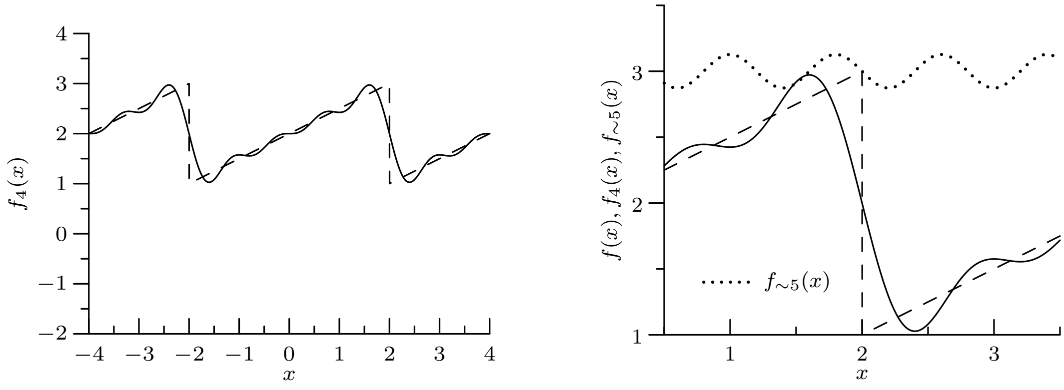
Slika 29.21. Dodajanje druge harmonske komponente žagastega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana tretja harmonska komponenta (desno).

Nadaljnji razvoj poteka po predhodno ustaljenih tirnicah. Slika 29.21 (desno) nakazuje tretjo harmonsko komponento, ki je v grobem zopet pozitivna, kjer je aproksimacija manjša od izhodiščne funkcije, in negativna v ostalih intervalih. Izboljšavo, ki jo prinese ta harmonska komponenta, podaja slika 29.22 (levo).

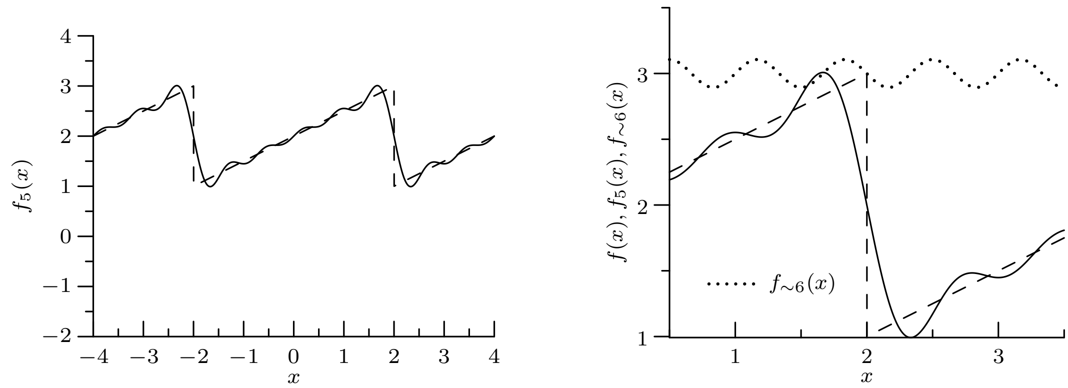


Slika 29.22. Dodajanje tretje harmonske komponente žagastega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana četrta harmonska komponenta (desno).

Nadalje lahko s slikama 29.23 in 29.24 študiramo prispevek četrtega in petega harmonika. Na desni strani slike 29.24 je nakazan šesti harmonik. Vsaka nova komponenta naredi aproksimirani signal bolj podoben izhodiščnemu signalu.



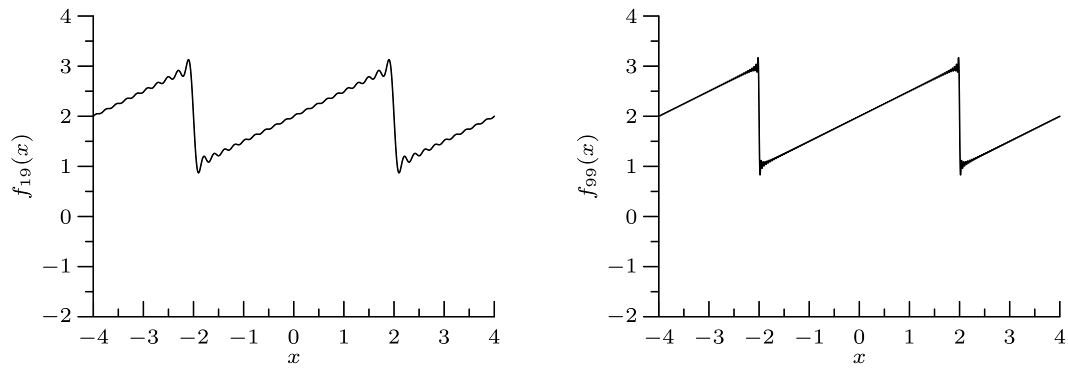
Slika 29.23. Dodajanje četrte harmonske komponente žagastega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana peta harmonska komponenta (desno).



Slika 29.24. Dodajanje pete harmonske komponente žagastega signala (levo) in povečan prikaz neujemanja ter nakazana šesta harmonska komponenta (desno).

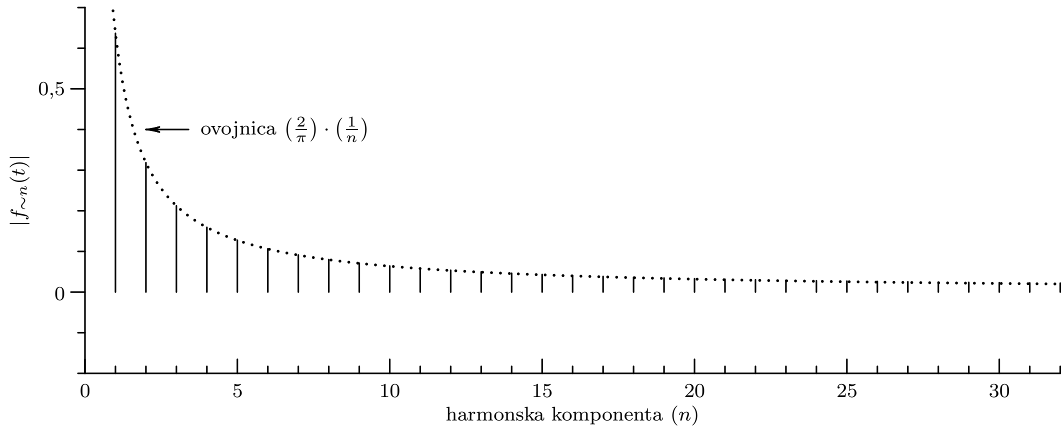
Pet oziroma šest harmonskih komponent še zdaleč ne približa aproksimiranega signala izhodiščni funkciji tako dobro kot pri trikotnem signalu, saj je žagasti signal nezvezen, zato dobra aproksimacija zahteva mnogo višjih harmonikov.

Slika 29.25 prikazuje potek signala pri upoštevanju vseh komponent do devetnajste (levo) oziroma do devetindevetdesete (desno). Rezultat je primerljiv z ustrezno sliko 29.6 pravokotnih pulzov. Na desni strani slike opazimo Gibbsov pojav, kateremu so podvrženi vsi nezvezni signali.

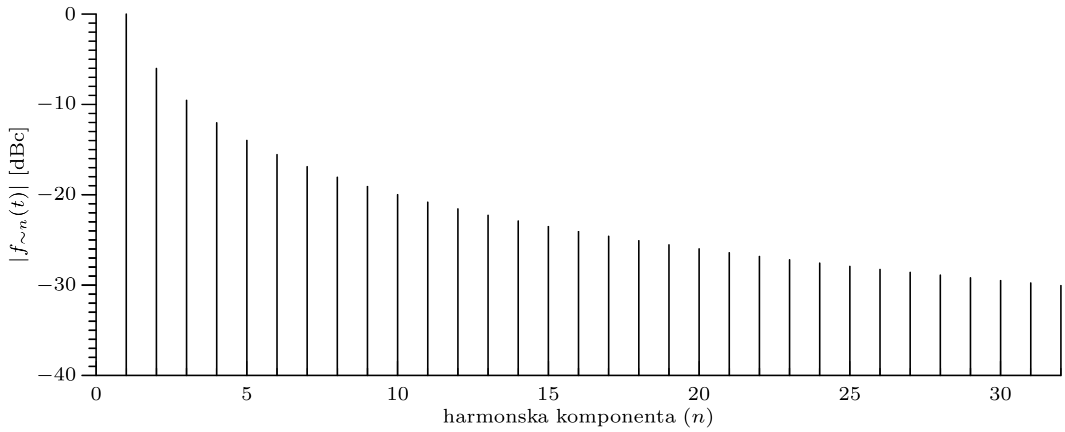


Slika 29.25. Upoštevanje do devetnajste (levo) in devetindevetdesete (desno) harmonske komponente žagastega signala.

Sliki 29.26 in 29.27 podajata amplitudni spekter žagastega signala v linearnem merilu in v enoti dBc. Ovojnica amplitud je $\left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \left(\frac{1}{n}\right)$, zato amplitude upadajo s potekom $\propto \frac{1}{n}$, ki je značilen za nezvezne signale. To se vidi tudi iz merila na sliki 29.27, ki je enak merilu na sliki 29.10. Zaradi prisotnosti sodih harmonskih komponent sta spektra na slikah 29.26 in 29.27 dvakrat gostejša od pripadajočih spektrov na slikah 29.9 in 29.10.



Slika 29.26. Amplitudni spekter žagastega signala brez enosmerne komponente.



Slika 29.27. Amplitudni spekter žagastega signala (brez enosmerne komponente) v dBc.

Manj kot je signal podoben sinusni funkciji, večjo vsebovanost harmonskih komponent izkazuje. Ena najbolj nesinusnih lastnosti je nezveznost poteka, ki vodi v upadanje amplitud harmonikov zgolj z ovojnico $\propto \frac{1}{n}$. Zvezni signali z ostrimi robovi v splošnem izkazujejo ovojnico $\propto \frac{1}{n^2}$. Pri zveznih in gladkih signalih je upadanje še hitrejše. Skrajni primer predstavlja čista sinusna funkcija, pri kateri že prva harmonska komponenta popolnoma opiše signal, zato je to edina harmonska komponenta, ki jo vsebuje pripadajoči Fourierov spekter.

29.7 Povzetek

Uvod

- Odvod in integral nesinusnega signala nimata istega funkcijskega poteka kot izhodiščni signal. Posledično za ti operaciji ne moremo vpeljati preprostih operatorjev, kot to storimo s kompleksnim računom pri sinusnih funkcijah.
- S Fourierovo vrsto razstavljamo signale na enosmerno komponento in sinusne funkcije. To nam omogoča uporabo kompleksnega računa pri nesinusnih oblikah signalov in vpogled v frekvenčno vsebino signalov.

Sekcija 29.1

- Enosmerna komponenta signala je enaka njegovi povprečni vrednosti.
- Prva ali osnovna harmonska komponenta je sinusna funkcija iste frekvence, kot jo ima izhodiščni signal.
- Frekvence višjih harmonikov so mnogokratniki frekvence prvega harmonika.
- Z dodajanjem harmonikov postaja razstavljeni signal čedalje bolj podoben izhodiščnemu.
- Pri nezveznih signalih se pri razstavljenem signalu pojavi prevzpon v točkah nezveznosti izhodiščnega signala (Gibbsov pojav).

Sekcija 29.2

- Amplitudni spekter je prikaz amplitud harmonikov v odvisnosti od njihovega indeksa ali frekvence.
- Amplitude harmonikov nezveznih signalov upadajo linearno s frekvenco.
- Enosmerna komponenta uteleša vertikalni premik signala, na njegovo obliko pa ne vpliva.

Sekcija 29.3

- Amplitudne spektre prikazujemo v decibelih, ker so razmerja amplitud harmonikov prevelika za njihov nazorni prikaz v linearnem merilu.
- Uveljavljen je prikaz z enotami dBc, kjer je najvišji harmonik normiran na velikost 0 dBc, pri ostalih harmonikih pa je podano razmerje njihovih amplitud do največje amplitude.
- Prikaz v enotah dBc onemogoča odčitavanja absolutnih vrednosti amplitud, ima pa izrazito prednost, da spekter ni odvisen od ojačenja, ampak samo od oblike signala.

Sekciji 29.4 in 29.5

- Ker je trikotni signal zvezen, ga je bistveno lažje ponazoriti s sinusnimi funkcijami kot pravokotni signal.
- Posledično amplitude harmonikov pri trikotnem signalu s frekvenco kvadratno upadajo.
- Trikotni signal se od sinusa najbolj loči po ostrih robovih, ki zahtevajo zadostno število višjih harmonikov za njihov ustrezen opis.
- Pri trikotnem signalu ni Gibbsovega pojava.

Sekcija 29.6 ⊕

- Žagasti signal je nezvezen, zato pri njem amplitude harmonikov s frekvenco linearno upadajo. Poleg tega je zanj značilen Gibbsov pojav.
- Ta signal nima lastnosti polvalne simetrije, zato njegov spekter vsebuje tudi sode harmonike.

30 Fourierova vrsta (drugič)

Predznanja vsebujejo VIS poglavja 29, 24 in 27.

Fourierova vrsta ni samo pomembno orodje pri računski analizi dogajanj v vezjih, ampak je tudi nepogrešljiv miselni pripomoček, ki nam olajša razumevanje obnašanja vezij na podlagi kvalitativnih ocen brez računanja zapletenih enačb. V tem poglavju podajamo nekaj napotkov za hitro oceno, kako se splošni signal preoblikuje na prenosni poti, ki je opisana z amplitudnim in faznim odzivom, kot sta primera na slikah 26.1 (stran 147) in 27.2 (stran 156).

30.1 Premajhna vsebovanost višjih harmonskih komponent

Primerjajmo funkcijske poteke na slikah 29.6 (stran 169), 29.16 (stran 175) in 29.25 (stran 180). Na vseh treh slikah desni grafi prikazujejo potek signala ob prisotnosti velikega števila harmonskih komponent, medtem ko je na levih grafih upoštevano bistveno manj le–teh. Za desne grafe je značilna dobro ohranjena oblika izhodiščnih signalov in potek njihovih robov, medtem ko so na levih grafih robovi zabrisani oziroma zglajeni. To je posledica premajhne vsebovanosti višjih harmonskih komponent v signalu. Neizrazitost robov je očitnejša na grafih s še manjšo vsebovanostjo harmonskih komponent (slike 29.5, 29.15 in 29.24).

Zabrisane robove lahko pričakujemo pri prehodu signala skozi RC člen z relativno nizko frekvenčno mejo. To vezje duši sinusne signale višjih frekvenc, ki zlasti prispevajo k obliki robov signala.

Nakazano dejstvo močno otežuje načrtovanje visokofrekvenčnih digitalnih vezij, saj digitalne logične celice, kot so vrata IN, ALI in NE, izkazujejo določeno Theveninovo notranjo upornost (na primer 40 Ω pri 5 V družini 74HCxx), ki skupaj s parazitnimi kapacitivnostmi prenosnih linij tvorijo parazitne RC člene. Pravokotni signali pri potovanju med celicami in integriranimi vezji izgubijo ostre robove, ali se celo preoblikujejo v trikotni signal, v skrajnem primeru pa kar v konstanto (povprečno vrednost generiranega digitalnega signala).

> **Primer 1.** Pri prenosu pravokotnih pulzov frekvence 10 MHz potrebujemo prenosno pot z okvirno petkrat do dvajsetkrat višjo zgornjo frekvenčno mejo (od 50 MHz do 200 MHz), da se oblika signala relativno dobro ohrani (slika 29.6, levo). □

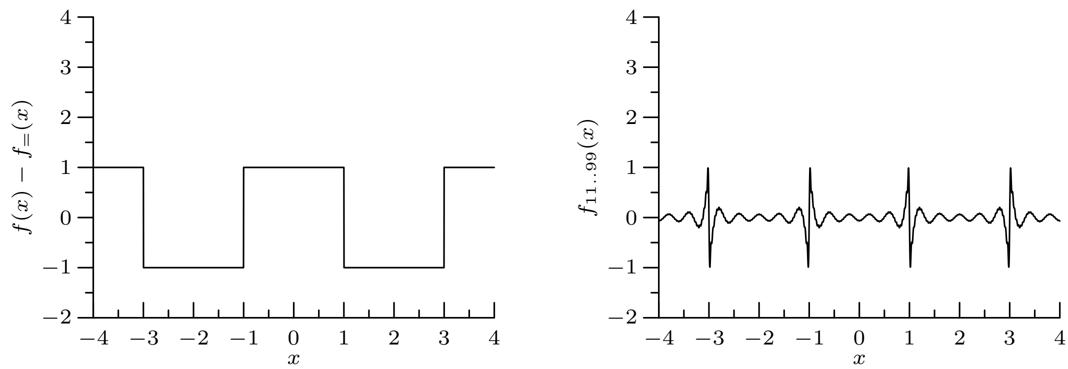
Pri prenosu sinusnih signalov tega problema ni, ker ti signali nimajo višjih harmonskih komponent. Se pa sinusnim signalom spreminjata amplituda in faza. To sicer ne vpliva na njihovo obliko, lahko pa vseeno pokvari delovanje vezja, saj ta parametra večkrat vsebujeta (kodirata) določene informacije.

Zahteva po velikih zgornjih frekvenčnih mejah prenosnih poti je razlog, da visokofrekvenčnih vezij ne moremo uspešno izdelovati in realistično preizkušati na preizkusnih ploščah (kar se sliši nadvse ironično ☺). Te plošče imajo prevelike površine kontaktov in s tem prevelike parazitne kapacitivnosti. Izrazit je tudi problem prevelikih induktivnosti zaradi zank, ki jih tvorijo prosto napeljani vodniki, kar je včasih še večji problem od parazitnih kapacitivnosti. Zaradi teh (in ostalih) razlogov so preizkusne plošče primerne zgolj za uporabo okvirno do frekvenc 100 kHz, z nekaj pazljivosti pri zasnovi vezja in skrbnosti pri napeljevanju povezav pa morda tudi do 10 MHz. Dejanska meja njihove uporabnosti je odvisna od situacije, ki diktira zahtevano stopnjo ohranitve signala.

Dušenje višjih harmonskih komponent je lahko tudi koristno. Včasih generiramo sinusni signal tako, da pravokotni signal, kot je takt mikrokrmilnika, spustimo skozi nizkoprepustno sito, ki odstrani višje harmonske komponente, s čimer dobimo v nekaterih primerih zadovoljivo čist sinusni signal. V ta namen *RC* člen ni dovolj dobro sito, saj upadanje amplitudnega odziva z −20 dB/dek (enačba 24.13 na strani 138) mnogo preslabo duši višje harmonske komponente, s čimer dobljeni sinusni signal ni dovolj čist. V nadaljevanju spoznamo, da z *RC* členom iz pravokotnega signala dobimo trikotni signal namesto sinusnega.

30.2 Premajhna vsebovanost nižjih harmonskih komponent

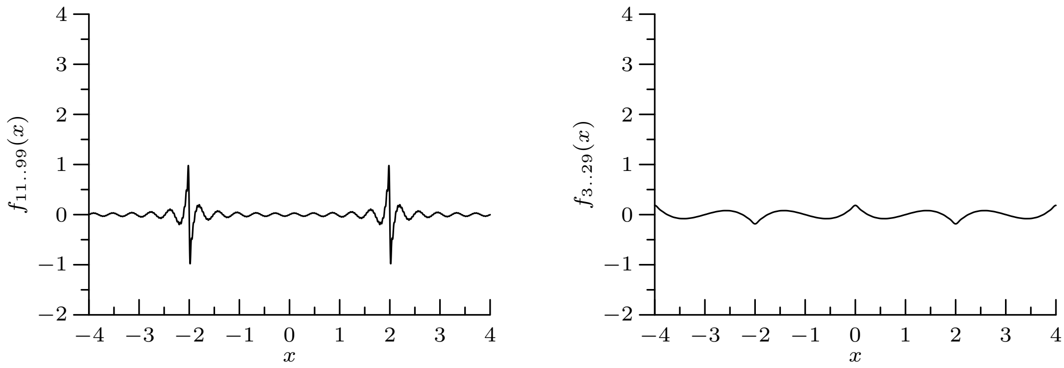
V določenih primerih prenosna pot duši nižje harmonske komponente signala, medtem ko njegove višje harmonske komponente prevaja neovirano. Tak primer je prehod signala skozi *CR* člen. Le–tega pogosto uporabimo za odstranitev enosmerne komponente signala, kar prikazuje slika 30.1 (levo). Signal je po obliki popolnoma enak prvotnemu signalu na levi strani slike 29.1 (stran 166), le da je njegova povprečna vrednost enaka 0. Tako je pri osciloskopih izveden zajem signalov v AC režimu.



Slika 30.1. Odstranitev enosmerne komponente (levo) in nato še prvih devet harmonskih komponent (desno) pravokotnih pulzov.

Na desni strani slike 30.1 ni odstranjena samo enosmerna komponenta pravokotnih pulzov, ampak tudi prvih devet harmonikov. Oblika signala se izgubi, poudarjeno pa je dogajanje v okolici robov. To se ujema s predhodnimi ugotovitvami, da višji harmoniki prispevajo zlasti k obliki in vsebovanosti robov.

Slika 30.2 (levo) prikazuje žagasti signal brez prvih desetih harmonskih komponent. Vidimo, da v poteku signala praktično ni razlike glede na pravokotni signal z istimi manjkajočimi komponentami. Desna stran iste slike prikazuje trikotni signal brez osnovne harmonske komponente. Zopet vidimo samo ostanek ostrih robov, osnovni potek signala pa je zabrisan.



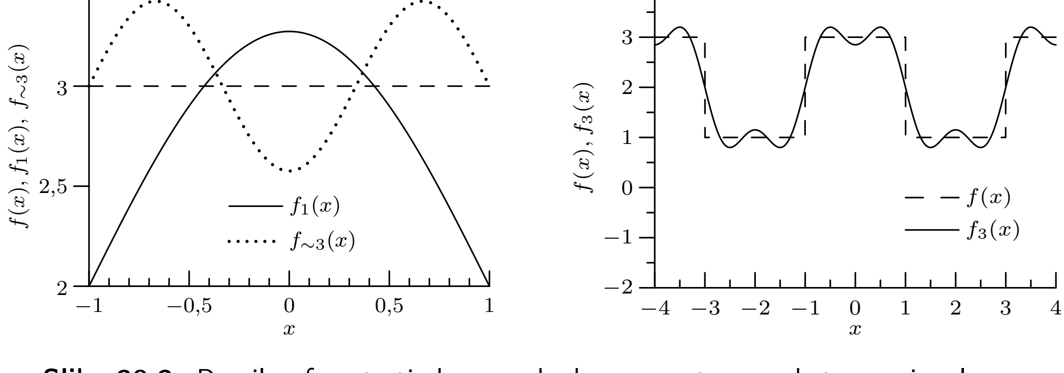
Slika 30.2. Odstranitev prvih devet harmonskih komponent žagastega signala (levo) in odstranitev osnovne harmonske komponente trikotnega signala (desno).

Ko prenosna pot duši nižje harmonske komponente signala, so robovi relativno izrazitejši, osnovni potek signala pa se izgublja.

30.3 Faze harmonskih komponent ⊕

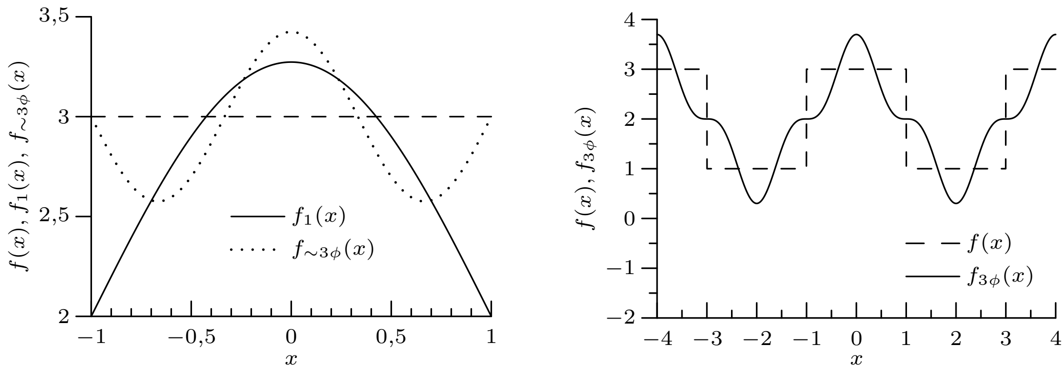
Pri dosedanji diskusiji nismo omenjali faz harmonskih komponent, čeprav so le–te v mnogih primerih ključnega pomena. Nepravilne oziroma spremenjene faze harmonskih komponent lahko močno spremenijo obliko signala.

Oglejmo si sliko 30.3 (levo), ki je ponovitev slike 29.2 (desno). Na sliki je pikčasto vrisana tretja harmonska komponenta pravokotnega signala $f_{\sim 3}(x)$, ki ima vlogo manjšanja razlike med izhodiščnim pravokotnim signalom $f(x)$ ter aproksimacijo $f_1(x)$, ki jo sestavljata enosmerna in prva harmonska komponenta. Zmanjšanje razlike dosežemo, ker so vrednosti funkcije $f_{\sim 3}(x)$ pozitivne na intervalih, kjer je funkcija $f_1(x)$ manjša od funkcije $f(x)$ in obratno. Rezultat prikazuje desna slika 30.3, ki je ponovitev slike 29.3 (levo).



Slika 30.3. Pravilna faza tretje harmonske komponente pravokotnega signala (levo) in skupni rezultat vseh treh komponent (desno).

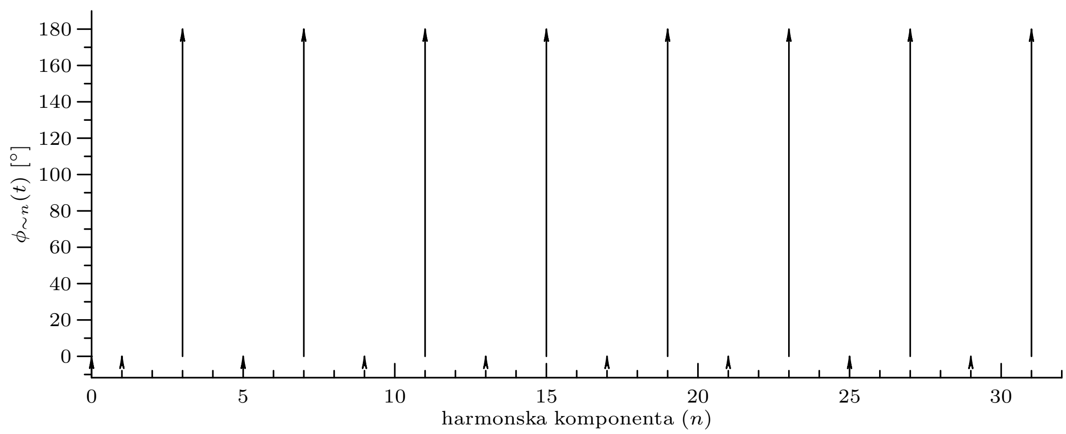
Če fazo tretjega harmonika spremenimo za 180°, kot prikazuje slika 30.4 (levo), ugotovitev ne drži več. Nova funkcija $f_{\sim 3\phi}(x)$ razlike med aproksimirano in izhodiščno funkcijo ne zmanjša, temveč poveča, saj je sedaj tretja harmonska komponenta pozitivna na intervalih, kjer je dosedanja aproksimacija že tako ali tako večja od izhodiščne funkcije in obratno. Rezultat vidimo na sliki 30.4 (desno). Ni si težko predstavljati, da s spreminjanjem faz različnih harmonskih komponent dobimo radikalno drugačne poteke signalov.



Slika 30.4. Sprememba faze tretje harmonske komponente (levo) in rezultat (desno).

RC in *CR* člen spreminjata tudi fazo signalu (enačbi 24.12 na strani 137 in 27.5 na strani 155 ter spodnja grafa na slikah 26.1 na strani 147 in 27.2 na strani 156), zato je nemogoče predvideti natančen potek izhodnega signala zgolj na podlagi poznavanja dušenja amplitud harmonskih komponent.

Tudi faze harmonikov prikazujemo grafično v odvisnosti od frekvence, s čimer dobimo fazni spekter signala. Enosmerna komponenta ima pri kateremkoli signalu fazo 0° ali 180°, odvisno od njenega predznaka. Fazni spekter pravokotnih pulzov na sliki 30.1 (levo) prikazuje slika 30.5.

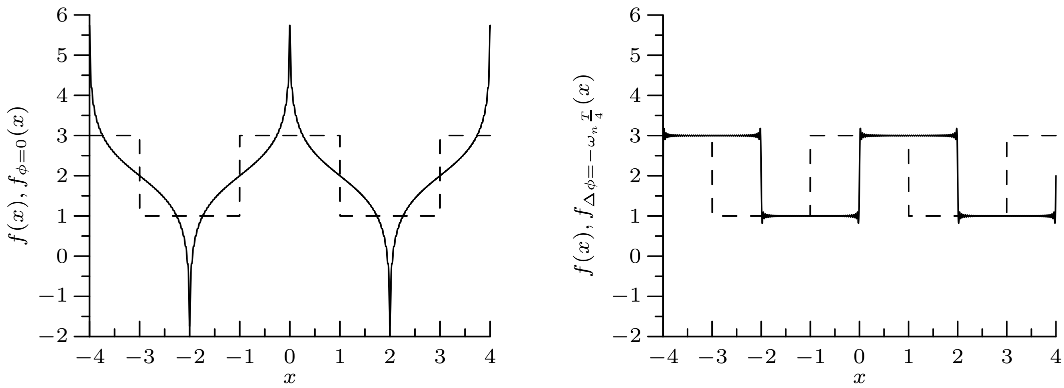


Slika 30.5. Fazni spekter pravokotnega signala.

Prva harmonska komponenta ima fazo 0°, kar se ujema s sliko 29.2 (stran 166), kjer ima ta harmonska komponenta maksimum pri $x = 0$, kot to velja za kosinusno funkcijo. Tretja harmonska komponenta ima fazo 180°, saj je z desnega grafa slike 29.2 razvidimo, da ima ta komponenta minimum pri $x = 0$, kar je ekvivalentno množenju kosinusne funkcije z -1 ali njenemu premiku za 180°.

Peta harmonska komponenta ima fazo 0°, kar se vidi z desne strani slike 29.3 (stran 167). Sedma harmonska komponenta ima fazo 180°, kar razberemo z desne strani slike 29.4 (stran 168). Slika 30.5 razkriva, da se nakazana menjava faze med vrednostima 0° in 180° nadaljuje v nedogled.

Slika 30.6 (levo) prikazuje rezultat nastavitve faz vsem harmonskim komponentam pravokotnega signala na 0°. Dobljeni signal ima popolnoma drugačno obliko od izhodiščnega, kar poudarja pomen faznega spektra. V tem primeru imajo vse harmonske komponente maksimum pri $x = 0$, zato se na tem mestu pojavi izrazita konica v časovnem poteku signalu.



Slika 30.6. Harmoniki pravokotnega signala brez faznih zamikov (levo) in sprememba vseh faznih zamikov sorazmerno s frekvenco (desno).

30.4 Časovna zakasnitev signala ⊕

Desna stran slike 30.6 prikazuje izhodiščni signal, zakasnjen za četrtino periode. Časovni premik signala dosežemo zgolj s preoblikovanjem njegovega faznega spektra, medtem ko amplitudni spekter ostane nespremenjen. To ilustrira naslednja enačba, kjer D označuje konstantno časovno zakasnitev (ang.: delay).

$$\cos(\omega_n(t-D)) = \cos(\omega_n t - \omega_n D) = \cos(\omega_n t + \varphi_D) \quad \Rightarrow \quad \varphi_D = -\omega_n D \qquad (30.1)$$

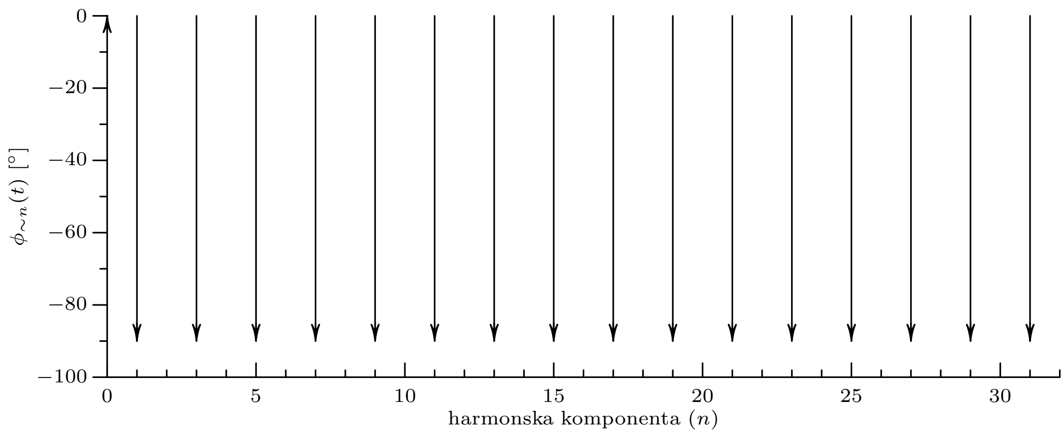
Časovni premik vseh harmonskih komponent je enak D, ko se njihove faze spremenijo sorazmerno s pripadajočimi frekvencami ω_n oziroma z indeksom harmonske komponente. Preučitev slike 23.3 (stran 130) potrdi, da obstaja povezava med faznim kotom in časovnim zamikom funkcije. Enačba 30.1 razkriva, da je ω (pri harmonikih ω_n) povezovalni faktor med veličinama.

Primer 2. Frekvenca kosinusa je 1 kHz, čemur ustreza perioda 1 ms. Ko signal zakasnimo za $D = 0{,}1$ ms, se mu spremeni fazni kot za $-360° \cdot \frac{0{,}1\ \text{ms}}{1\ \text{ms}} = -36°$. Ker je zakasnitev 0,1 ms enaka desetini periode, je fazni zamik enak desetini faznega zamika celotne periode. V enačbi za izračun kota časovno zakasnitev delimo (normiramo) s periodo signala, kar je isto, kot če ga množimo s frekvenco signala; $-360° \cdot 1\ \text{kHz} \cdot 0{,}1\ \text{ms} = -36°$ (princip v ozadju enačbe 30.1). □

Primer 3. Sedaj naj bo frekvenca kosinusa 2 kHz, s čimer je njegova perioda 0,5 ms. Signal ponovno zakasnimo za 0,1 ms, kar tokrat predstavlja petino periode. Fazni zamik je enak $-360° \cdot \frac{0{,}1\ \mathrm{ms}}{0{,}5\ \mathrm{ms}} = -72°$. Ekvivalentno izračunamo $-360° \cdot 2\ \mathrm{kHz} \cdot 0{,}1\ \mathrm{ms} = -72°$. □

Z višanjem frekvence signala se njegova perioda proporcionalno manjša, zato isti zamik v časovnem prostoru predstavlja ustrezno večji fazni kot.

Slika 30.7 prikazuje fazni spekter signala na sliki 30.6 (desno). Pripadajoči amplitudni spekter je enak tistemu na sliki 29.7 (stran 169). Pri tako zakasnjenem pravokotnem signalu so faze vseh harmonskih komponent enake $-90°$, kar se na prvi pogled ne sklada z enačbo 30.1.

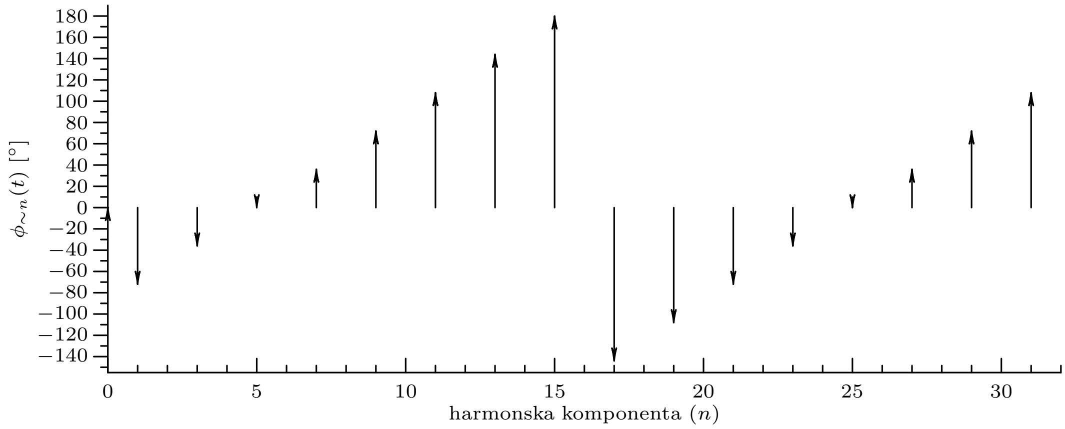


Slika 30.7. Fazni spekter za četrtino periode premaknjenega pravokotnega signala.

V resnici je neskladje samo navidezno. Pri nezakasnjenem signalu ima osnovni harmonik fazo 0°, ki pri zakasnjenem signalu postane enaka $-90°$ (sprememba za četrtino periode). Skladno z enačbo 30.1 se tretjemu harmoniku faza spremeni za trikrat toliko, kar znaša $-90° \cdot 3 = -270°$. Ker faza tretjega harmonika izhodiščnega signala znaša 180°, je pripadajoča faza premaknjenega signala $180° - 270° = -90°$. Prvotna faza petega harmonika 0° se spremeni za $-90° \cdot 5 = -450°$, kar je zaradi periodičnosti kosinusne funkcije ekvivalentno $-450° - 360° = -90°$. Vrednost $-90°$ se pojavi pri vseh rezultirajočih fazah.

V opisanem primeru so vse faze enake $-90°$, kar pa je zgolj slučaj. Če pravokotni signal zakasnimo za petino periode namesto za četrtino, postane fazni spekter bolj raznolik, kar prikazuje slika 30.8.

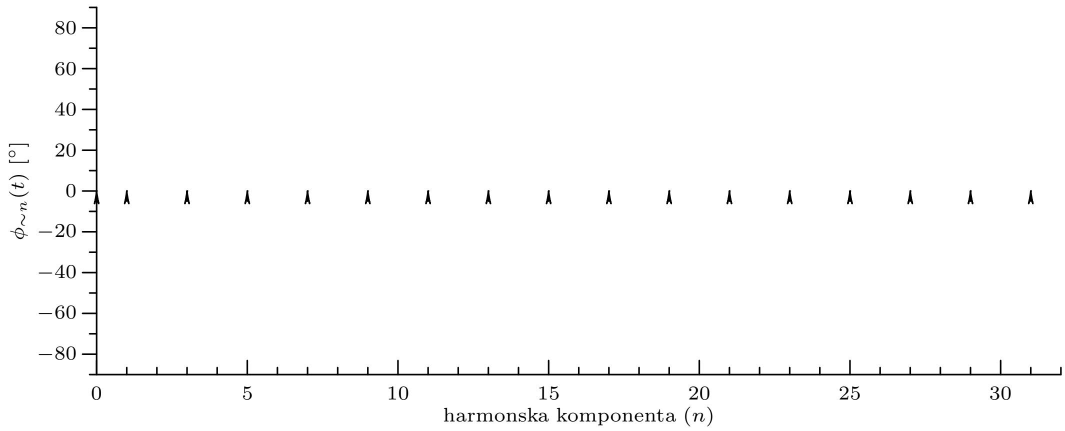
Tokrat je zamik osnovnega harmonika enak $-360°/5 = -72°$. Faza tretjega harmonika se spremeni za $-72° \cdot 3 = -216°$. Ker znaša pri nepremaknjenem signalu faza te komponente 180°, je nova faza enaka $180° - 216° = -36°$. Prvotna faza petega harmonika 0° se spremeni za $-72° \cdot 5 = -360° = 0°$. Faza sedmega harmonika se spremeni za $-72° \cdot 7 = -504° = -144°$. Prvotna faza je 180°, zato je nova faza 36°. Na podoben način se spremenijo tudi faze ostalih harmonikov.



Slika 30.8. Fazni spekter za petino periode premaknjenega pravokotnega signala.

Obstajajo sita, ki spreminjajo zgolj fazni odziv elektronskega sklopa, na amplitudni odziv pa ne vplivajo. Zaradi dogajanja na sliki 30.6 (desno) se tem sitom reče zakasnitvena sita (ang.: delay filters). V resnici ti sklopi ne izvajajo natančnega časovnega premika signala brez preoblikovanja, saj faznih sprememb, ki so popolnoma v skladu z enačbo 30.1, ni možno narediti s končnim številom uporov, kondenzatorjev in tuljav.

Oglejmo si še sliko 30.9, ki prikazuje fazni spekter trikotnega signala na levi strani slike 29.11 (stran 172). V tem primeru so faze vseh harmonikov enake 0°, v kar se prepričamo s preučitvijo slik, ki prikazujejo razvoj trikotnega signala v Fourierovo vrsto. Na levi strani slike 29.12 (stran 173) ima osnovni harmonik maksimum pri $x = 0$, kar ustreza nepremaknjenemu kosinusu. Na desni strani iste slike opazimo, da ima tudi tretji harmonik maksimum pri $x = 0$. Desni strani slik 29.13 (stran 173) in 29.14 (stran 174) razkrivata isto ugotovitev za peti in sedmi harmonik, kar se nadaljuje tudi naprej.



Slika 30.9. Fazni spekter trikotnega signala.

30.5 Povzetek

Sekcija 30.1

- Premajhna vsebovanost višjih harmonikov v signalu zgladi in zabriše robove.
- S tem signal izgublja najbolj nesinusne lastnosti.
- To se dogaja pri prehodu signala preko RC člena.
- Prevajanje pravokotnih pulzov določene frekvence je možno, če analogna prenosna pot lahko prevaja sinusne signale okvirno desetkrat višje frekvence. To otežuje načrtovanje visokofrekvenčnih digitalnih vezij.
- Preizkusne plošče vnašajo v vezje preveč parazitnih kapacitivnosti in induktivnosti (poleg ostalih težav), da bi na njih lahko realizirali visokofrekvenčna vezja.
- Dušenje višjih harmonikov lahko tudi koristno uporabimo za generiranje sinusnega signala iz pravokotnih pulzov.

Sekcija 30.2

- Pri premajhni vsebovanosti nižjih harmonikov v signalu se izgublja okvirna oblika signala, medtem ko so ostri robovi poudarjeni.
- Če iz signala (v približku) odstranimo samo enosmerno komponento, postane površina signala nad abscisno časovno osjo enaka površini pod njo, oblika signala pa se ne spremeni.

Sekciji 30.3 ⊕ in 30.4 ⊕

- Faze posameznih harmonikov pomembno prispevajo k obliki časovnega poteka signala.
- Zakasnitev signala v časovnem prostoru dosežemo tako, da spremenimo faze posameznih harmonikov premosorazmerno z njihovo frekvenco.

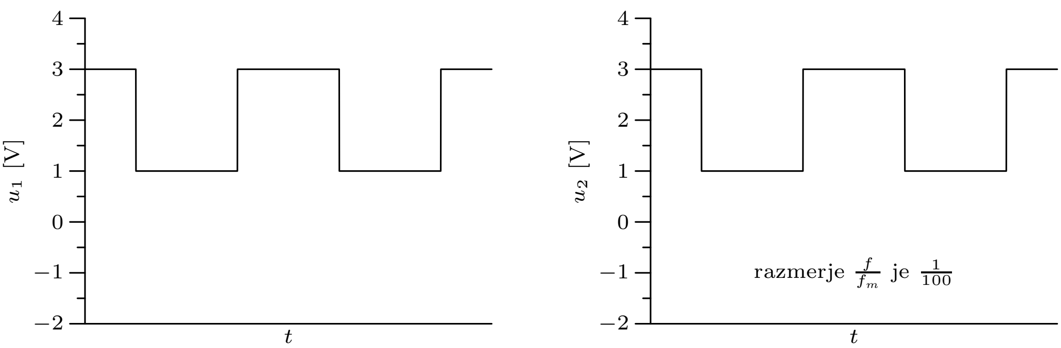
31 Nesinusno vzbujanje *RC* člena

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 23 do 30 brez poglavja 28.

Kot vsako linearno vezje sta tudi *RC* in *CR* člen popolnoma opisana s frekvenčnim odzivom oziroma z iz njega izpeljanima amplitudnim in faznim odzivom (sliki 26.1 in 27.2 na straneh 147 in 156). Te karakteristike omogočajo neposredno določitev odziva samo na sinusno vzbujanje, vendar lahko izsledke uporabimo tudi pri drugih oblikah vzbujanja, saj nam Fourierova vrsta ostale signale razstavi na neskončno vsoto sinusnih funkcij. Amplitudni in fazni odziv nam povesta, v katerih frekvenčnih področjih člena prevajata harmonike neovirano in kdaj jih dušita ter fazno premakneta. S temi informacijami lahko sklepamo, kaj se zgodi s signalom poljubne oblike pri prehodu skozi frekvenčno odvisne člene. Poznavanje obravnavanih konceptov spada v osnovna znanja elektronike, saj namerno vgrajeni in parazitni *RC* in *CR* členi povzročajo frekvenčno odvisnost ojačevalnikov in v splošnem vseh gradnikov analogne obdelave signalov. Principi preoblikovanja signalov, ki so opisani v tem in naslednjem poglavju, predstavljajo temelje za analizo dogajanja pri prehodu signalov skozi katerikoli analogni sklop.

31.1 Odziv *RC* člena na pravokotne pulze

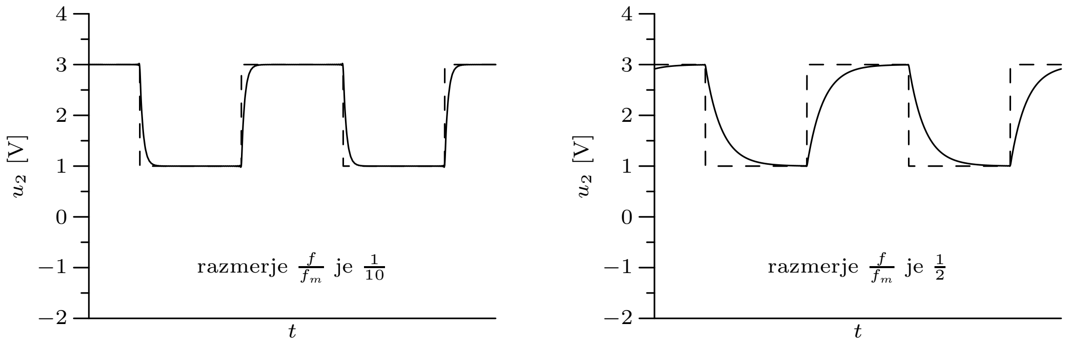
RC člen naj ima mejno frekvenco f_m. Vzbujajmo ga s pravokotnimi pulzi frekvence f, prikazanimi na sliki 31.1 (levo). Na grafu ni podano merilo abscisne osi, ker bomo frekvenco pulzov spreminjali.



Slika 31.1. Pravokotni signal na vhodu *RC* člena (levo) in odziv pri nizkih frekvencah (desno).

Začnimo pri stokrat nižji frekvenci pulzov od mejne frekvence *RC* člena. V tem primeru velja $f \ll f_\mathrm{m}$ tako za osnovno harmonsko komponento pulzov, kot tudi za zadovoljivo število višjih harmonskih komponent, ki jih *RC* člen prepušča neovirano (enačba 24.7 na strani 136), zato na njegovem izhodu dobimo praktično nespremenjen signal (slika 31.1, desno).

Z višanjem frekvence pulzov čedalje manj harmonikov prehaja neovirano in signal postaja popačen. Ko je frekvenca pulzov okvirno enaka desetini mejne frekvence, imajo izhodni pulzi opazno zaobljene robove (slika 31.2, levo).



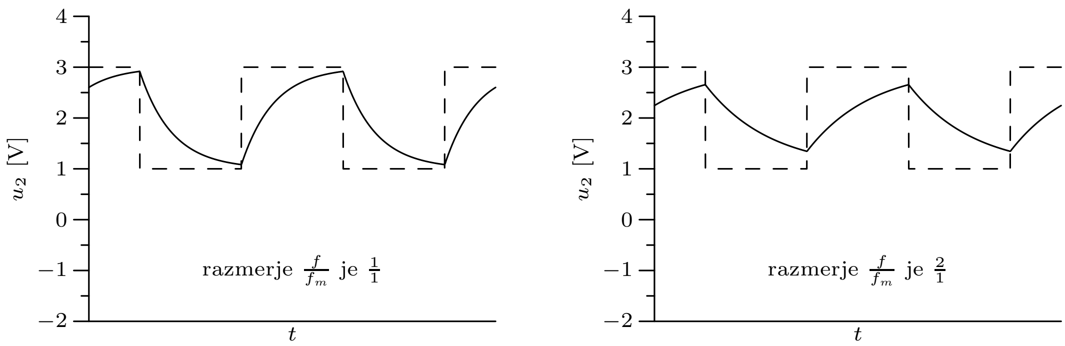
Slika 31.2. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s pulzi desetkrat (levo) in dvakrat (desno) nižje frekvence od njegove mejne frekvence.

Osnovni in tretji harmonik signala sta le malo slabljena, saj se nahajata znatno pod mejno frekvenco. Peta harmonska komponenta je že oslabljena za 1 dB (slika 26.1 na strani 147), medtem ko se pri nadaljnjih harmonikih slabljenje hitro povečuje. S spodnjega diagrama na sliki 26.1 vidimo, da imajo prav vse harmonske komponente že opazno spremenjeno fazo. Prva harmonska komponenta je zamaknjena za −6°, zato se center popačenega pulza premakne za 1,67 % periode v desno (komentar slike 23.3 na strani 130 in enačba 30.1 na strani 187).

Na levi strani slike 29.6 (stran 169) pomanjkanje višjih harmonskih komponent povzroči valovite robove, medtem ko so robovi na sliki 31.2 (levo) nevaloviti. Razlika nastane, ker *RC* člen višje harmonike duši zvezno, medtem ko so na sliki 29.6 le–ti ostro odrezani. Poleg tega pri *RC* členu odigra ključno vlogo zvezno spreminjanje faz višjih harmonikov (sekcija 30.3 ⊕ na strani 185). Zaradi znatnega vpliva faznega odziva je v frekvenčnem prostoru težko napovedati obliko robov.

Sklepanje na obliko robov je lažje v časovnem prostoru. Pri stopničastem vzbujanju se *RC* člen odziva z eksponentnim potekom izhodne napetosti (zgornji graf slike 28.1 ☾ na strani 160). Robovi na sliki 31.2 (levo) so začetni odseki teh eksponentnih krivulj, kar postane očitno pri nadaljnjem višanju frekvence pulzov do polovice mejne frekvence *RC* člena (slika 31.2, desno).

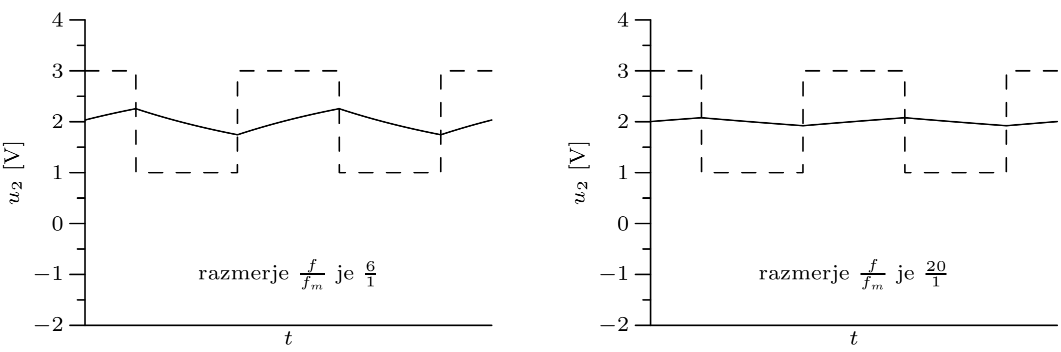
Ko se frekvenca signala približa mejni frekvenci *RC* člena, ne dobimo več pravokotnih pulzov, ampak eksponentno naraščanje in padanje izhodne napetosti (slika 31.3, levo). Višji harmoniki so preveč dušeni in zamaknjeni, da bi še lahko govorili o pravokotnih pulzih.



Slika 31.3. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s pulzi enake (levo) in dvakrat višje (desno) frekvence od njegove mejne frekvence.

Pri frekvenci pulzov, ki je dvakrat višja od f_m (slika 31.3, desno), se kondenzator polni prepočasi, da bi se izhodna napetost približala vhodni. Izhodni signal sestavljajo le kratki izseki začetnih delov eksponentne krivulje odziva na stopnico.

Pri višanju frekvence signala preko okvirno šestkratne frekvenčne meje *RC* člena dobimo na izhodu praktično trikotni signal (slika 31.4, levo). Razlog je v kratkem trajanju pravokotnih pulzov, zaradi česar je izhodni signal sestavljen samo iz skrajnih začetnih odsekov eksponentnih krivulj, ki imajo skoraj linearni potek.



Slika 31.4. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s pulzi šestkrat (levo) in dvajsetkrat (desno) višje frekvence od njegove mejne frekvence.

Pojav razložimo še v frekvenčnem prostoru. Pri pravokotnem signalu upadajo amplitude harmonikov z ovojnico $\frac{1}{n}$ (slika 29.7 na strani 169), pri trikotnem signalu pa ima ovojnica obliko $\frac{1}{n^2}$ (slika 29.17 na strani 175). Ker je frekvenca pulzov mnogo višja od frekvenčne meje *RC* člena, so vsi harmoniki slabljeni sorazmerno z njihovo frekvenco (enačba 24.13 na strani 138). Prvotna ovojnica signala $\frac{1}{n}$ se pri prehodu skozi *RC* člen pomnoži s karakteristiko slabljenja, ki je zopet $\frac{1}{n}$ (oziroma $\propto \frac{1}{\omega}$). Posledično amplitude harmonikov izhodnega signala upadajo z odvisnostjo $\frac{1}{n^2}$, kar ustreza spektralni vsebini trikotnega signala.

Pri višanju frekvence pravokotnih pulzov izrazito preko mejne frekvence *RC* člena so vsi harmoniki močno dušeni. Na izhodu dobimo samo povprečno vrednost signala (frekvenca 0 Hz), ki je edina nedušena komponenta. Dogajanje pri frekvenci pulzov, ki je dvajsetkrat višja od f_m, vidimo na sliki 31.4 (desno). Z nadaljnjim višanjem frekvence postaja izhodni signal čedalje bolj konstanten, ker so amplitude harmonikov vedno bolj slabljene.

31.2 Faze harmonikov trikotnega signala na izhodu ☾

Trikotni signal na sliki 31.4 (levo) je zakasnjen za četrtino periode glede na osnovni trikotni signal. To vidimo z navezavo na levo stran slike 29.1 (stran 166) in levo stran slike 29.11 (stran 172). V prvem primeru je v točki $x = 0$ sredina pravokotnega pulza, medtem ko je v drugem primeru v točki $x = 0$ vrh trikotnega signala. Trikotni signal na sliki 31.4 (levo) ima vrh pri desnem boku pravokotnega pulza, zato je glede na osnovni trikotni signal premaknjen za polovico dolžine pravokotnega pulza, kar je četrtina celotne periode.

Opisani premik je posledica faznega odziva *RC* člena, ki je pri visokih frekvencah enak $-90°$ (enačba 24.16 na strani 140), kar je ravno četrtina periode signala oziroma osnovnega harmonika. Osnovni harmonik vhodnega pravokotnega signala, ki ima fazni zamik 0° (slika 30.5 na strani 186), se pri prehodu skozi *RC* člen premakne za $-90°$. To se ujema s premikom trikotnega signala na sliki 31.4. Nepremaknjeni trikotni signal ima faze vseh harmonikov enake 0° (slika 30.9 na strani 189), pri premiku za četrtino periode pa dobi njegov osnovni harmonik fazni zamik $-90°$.

Da resnično pride do časovnega premika, morajo biti faze višjih harmonikov izhodnega signala spremenjene sorazmerno z njihovo frekvenco glede na fazni zamik osnovnega harmonika (enačba 30.1 na strani 187). Tako mora biti faza tretjega harmonika na izhodu enaka $-90° \cdot 3 = -270°$. Faza tretjega harmonika vhodnega pravokotnega signala, ki je 180°, se pri prehodu spremeni za $-90°$ v $+90°$, kar je ekvivalentno $-270°$ (slika 23.3 na strani 130, spodaj–desno in pripadajoči komentar), zato ima tretji harmonik na izhodu pravilno fazo.

Peta harmonska komponenta na izhodu mora biti $-90° \cdot 5 = -450° = -90°$. Faza petega harmonika vhodnega pravokotnega signala je 0°, zato je faza tega harmonika na izhodu $-90°$, kar zopet ustreza. Z nakazanim razmišljanjem lahko nadaljujemo in se prepričamo, da faze vseh izhodnih harmonikov ustrezajo premaknjenemu trikotnemu signalu. Izhodni signal tako po amplitudnem kot po faznem spektru ustreza za četrtino periode premaknjenemu trikotnemu signalu.

31.3 Karakteristike merilnih inštrumentov

Opisano dogajanje srečamo v različnih situacijah. Vsi merilni instrumenti, ojačevalniki in ostali sestavi elektronskih vezij izkazujejo določeno zgornjo frekvenčno mejo. Če z osciloskopom opazujemo pravokotni signal okvirno enake ali višje frekvence od zgornje frekvenčne meje instrumenta, je prikaz na zaslonu popačen na predhodno opisan način.

Frekvenčno odvisnost mnogih inštrumentov opisuje Bodejev diagram na sliki 26.1 (stran 147). Inštrumentov in ostalih elektronskih sklopov, ki bi do določene frekvenčne meje delovali brez odstopanj, ne znamo narediti. Posledično se je uveljavilo modeliranje pripadajočih karakteristik z *RC* členi. Proizvajalec inštrumenta poda mejno frekvenco *RC* člena, s čimer so frekvenčne lastnosti inštrumenta opisane z Bodejevim diagram na sliki 26.1.

Podatek, da ima osciloskop frekvenčno mejo 20 MHz, nas lahko zavede v razmišljanje, da do frekvence 20 MHz signale opazujemo nespremenjene. V resnici je to mejna frekvenca *RC* člena, ki modelira frekvenčno odvisnost instrumenta. Pri tej frekvenci se pravokotni signal na zaslonu spremeni v obliko na sliki 31.3 (levo). Prikaz sinusnega signala frekvence 20 MHz pa nam sporoča za 30 % manjšo amplitudo od resnične, poleg tega je signal fazno premaknjen za $-45°$ glede na njegov resnični potek.

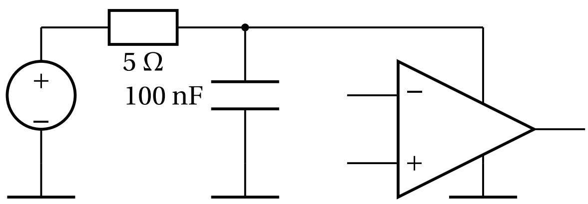
Osciloskop s frekvenčno mejo 20 MHz meri amplitudo z napako 1 dB = 12 % že pri frekvenci 10 MHz (slika 26.1). Napaka faze znaša $-6°$ že pri frekvenci 2 MHz (spodnji graf na sliki 26.1), čeprav bi naivno pričakovali, da se kaj takega ne more dogajati pri desetkrat manjši frekvenci od inštrumentove deklarirane frekvenčne meje.

31.4 Filtriranje napajalnih linij

Pri napajanju elektronskih sklopov, kot so ojačevalniki, DA pretvorniki in AD pretvorniki, težimo k zagotavljanju napajalnih napetosti s čim manj šuma in interferenc. Oba nezaželena pojava se odražata kot vsebovanost višjih frekvenc v napajalnih napetostih. Motnje napajalnih napetosti se zlijejo s koristnim signalom preko raznih mehanizmov (kratkotrajna sprememba delovne točke tranzistorja, kapacitivno, induktivno, radiofrekvenčno, ...), kar slabša obdelavo koristnega signala in povzroča njegovo netočnost. Pojav omilimo s filtriranjem višjih frekvenc napajalnih napetosti.

Primer podaja slika 31.5, kjer operacijski ojačevalnik napajamo preko upora 5 Ω, ki mu sledi kondenzator 100 nF. Upornost 5 Ω je dovolj majhna, da napajalni tok ojačevalnika na uporu ne povzroča znatnega sesedanja napetosti. Od frekvenčne meje *RC* člena naprej se šum in interference nekoliko zadušijo, kar izboljša razmere v vezju.

Slika 31.5. Filtriranje napajalne linije z *RC* členom.



Pri izbiri kondenzatorja pazimo, da ima kapacitivni značaj pri frekvencah, ki jih nameravamo izločiti. Običajni elektrolitski kondenzatorji so popolnoma neustrezni, saj izkazujejo kapacitivni značaj samo do okvirno 30 kHz. Mnogokrat povežemo vzporedno dva kondenzatorja različnih tipov, pri čemer je tipična kombinacija elektrolitski in keramični kondenzator. Prvi ima veliko kapacitivnost, vendar nizko zgornjo frekvenčno mejo kapacitivnega delovanja, slednji pa pri manjši kapacitivnosti izkazuje kapacitivni značaj do višjih frekvenc.

Opisana izvedba filtriranja napajalnih linij je močno prirejena dosedanjemu predznanju. Pri tipični izvedbi filtriranja napajalnih linij se uporablja kombinacija kondenzatorjev in tuljav (pri čemer je slednja lahko kar induktivnost same napajalne povezave). Slabost take izvedbe je, da tuljava s kondenzatorjem tvori *LC* nihajni krog, zato napajalna linija močno prenihava med delovanjem. Dodatek ohmske upornosti nihajni krog razglasi, s čimer se zadušijo parazitna prenihavanja napajalne napetosti.

Poudarimo, da v tej sekciji zgolj omenjamo problematiko napajalnih linij in zelo bežno nakazujemo njeno reševanje. Pravilno reševanje nakazane težave zahteva razlikovanje dveh problemov oziroma ciljev, ki se imenujeta *ločevanje* (ang.: decoupling) in *obhod* (ang.: bypassing). Poleg tega je nujno v razpravo pridružiti *LC* nihajne kroge, njihove karakteristike in pogoje za doseganje režima nadkritičnega dušenja. Prav tako moramo biti seznanjeni z nekaterimi notranjimi lastnostmi arhitekture uporabljenih operacijskih ojačevalnikov (na katero napajalno sponko so referencirani njihovi notranji podsistemi). Ključno vlogo pa igrajo tudi parazitne lastnosti kondenzatorjev.

31.5 *RC* člen kot integrator

RC člen pod določenimi pogoji izvaja analogno integriranje. Privzemimo, da je ob začetku opazovanja kondenzator na levi strani slike 24.1 (stran 135) prazen. Sedaj vhod vezja vzbujajmo s signalom u_1 poljubne časovne oblike. Ker je napetost na kondenzatorju zvezna funkcija časa, je prvi hip po nastopu napetosti u_1, napetost u_2 še vedno 0 V.

Tako je napetost u_1 v celoti vsiljena uporu R, kar preko njega povzroči tok $\frac{u_1}{R}$. Ker teče isti tok tudi preko kondenzatorja, se na njemu prične pojavljati napetost, ki je enaka časovnemu integralu toka in s tem proporcionalna časovnemu integralu vhodne napetosti.

$$u_2 = \frac{1}{C}\int_0^t i\cdot \mathrm{d}\tau = \frac{1}{C}\int_0^t \frac{u_1}{R}\cdot \mathrm{d}\tau = \frac{1}{RC}\int_0^t u_1\cdot \mathrm{d}\tau = \omega_\mathrm{m}\int_0^t u_1\cdot \mathrm{d}\tau \tag{31.1}$$

Slabost takega integratorja je, da postane netočen, ko napetost na kondenzatorju ni več zanemarljiva v primerjavi z vhodno napetostjo. Napetost na uporu v resnici ni u_1, ampak $(u_1 - u_2)$, zato je tok i enak $\frac{u_1-u_2}{R}$. Vezje dejansko ne integrira vhodne napetosti, ampak razliko napetosti $(u_1 - u_2)$.

$$u_2 = \frac{1}{C}\int_0^t i\cdot \mathrm{d}\tau = \frac{1}{C}\int_0^t \frac{u_1-u_2}{R}\cdot \mathrm{d}\tau = \frac{1}{RC}\int_0^t (u_1-u_2)\cdot \mathrm{d}\tau \tag{31.2}$$

To povzroči znani eksponentni odziv na stopnico, čeprav bi pri idealnem integriranju morali dobiti linearno naraščajočo izhodno napetost. Naraščanje napetosti u_2 manjša napetost na uporu in s tem tok preko kondenzatorja, kar ustavlja nadaljnje naraščanje napetosti u_2. Ko napetost u_2 postane enaka napetosti u_1, toka preko upora ni več in napetost u_2 ne more več naraščati.

Začetni del eksponentnega odziva na stopnico je skoraj linearen. To je približek linearne funkcije (premice), s katero se idealni integrator odziva na konstanto; $\int k\cdot \mathrm{d}\tau = t$. Odziv *RC* člena na stopnico izkazuje linearni potek izhodne napetosti, dokler velja $u_2 \ll u_1$. Če so razmere v vezju take, da napetost u_2 nikoli ne naraste na znatno vrednost, je *RC* integriranje ustrezno točno. To dosežemo takrat, ko je integracijski čas kratek ali *RC* časovna konstanta dovolj velika. Ker je v teh primerih napetost u_2, ki uteleša želeni rezultat, ustrezno majhna, jo je težko odčitati, zato uporabimo na primer AD pretvornik z velikim številom bitov in kakovostno analogno ojačevanje z ustrezno majhnim popačenjem in šumom.

Vrnimo se k prenosni funkciji RC člena (enačba 24.10 na strani 137), ki jo ponovno podaja enačba 31.3.

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{j\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right)} \tag{31.3}$$

Pri frekvencah, ki so mnogo višje od mejne frekvence RC člena, člen 1 v imenovalcu zanemarimo in enačbo poenostavimo v naslednjo obliko.

$$H(\omega)|_{\omega \gg \omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{\cancel{1} + \left(\frac{j\omega}{\omega_\mathrm{m}}\right)} \doteq \frac{\omega_\mathrm{m}}{j\omega} = \frac{1}{j\omega RC} = \left(\frac{1}{RC}\right) \cdot \left(\frac{1}{j\omega}\right) = \omega_\mathrm{m} \cdot \left(\frac{1}{j\omega}\right) \tag{31.4}$$

Faktor ω_m oziroma $\frac{1}{RC}$ je integracijska konstanta, ki oblike signala ne spremeni. Drugi faktor izkazuje lastnost idealnega integratorja. Ta enačba je Fourierova transformacija enačbe 31.1.

RC člen izvaja korektno integriranje signalov, katerih vse harmonske komponente imajo frekvenco mnogo višjo od njegove mejne frekvence. Čim določen harmonik tega pogoja ne izpolnjuje, signal ni pravilno integriran. Harmonske komponente, ki imajo frekvenco izrazito nižjo od frekvenčne meje, se pri prehodu skozi RC člen praktično ne spremenijo.

Pogoj za korektno integriranje v časovnem prostoru $u_2 \ll u_1$ je ekvivalenten zahtevi $f \gg f_\mathrm{m}$ v frekvenčnem prostoru. Če ima določena harmonska komponenta mnogo višjo frekvenco od mejne frekvence RC člena, je njena perioda dovolj kratka, da se med njenim trajanjem kondenzator nima časa napolniti na znatno napetost glede na amplitudo harmonika.

Ugotovitev nam omogoča konceptualno celovitejše razumevanje dogajanja na sliki 31.4 (levo). Povprečna vrednost vhodnega pravokotnega signala, ki ima frekvenco 0 Hz, prehaja skozi RC člen nespremenjena oziroma se ne integrira. Zaradi tega je povprečna vrednost izhodnega signala enaka vhodni povprečni vrednosti, izhodni signal pa ne narašča v neskončnost, kot bi se zgodilo pri integriranju konstante.

Po drugi strani so frekvence vseh harmonikov mnogo višje od mejne frekvence RC člena, zato se te komponente pri prehodu skozi RC člen integrirajo. Signal na sliki 31.4 (levo) ima trikotno obliko, ker je to ravno integral pravokotnega signala.

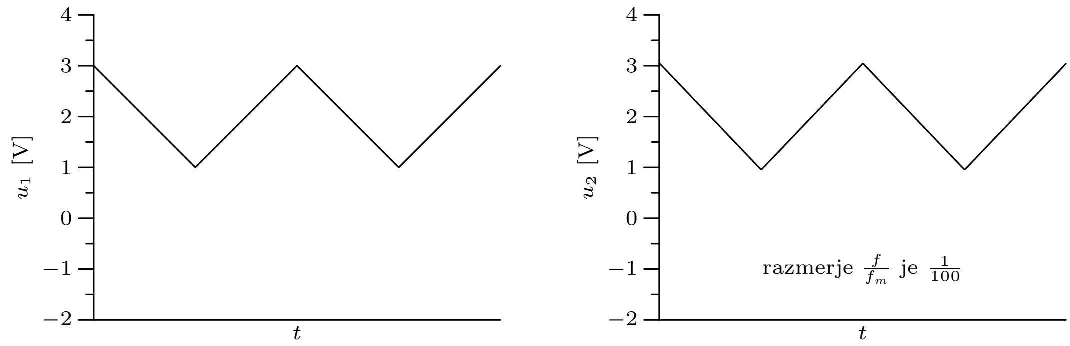
$$\begin{gathered}\int_0^t k \cdot d\tau = k \int_0^t d\tau = k \cdot \tau \Big|_0^t = k \cdot t \\ \int_0^t (-k) \cdot d\tau = -k \int_0^t d\tau = -k \cdot \tau \Big|_0^t = -k \cdot t\end{gathered} \tag{31.5}$$

Konstantni signal na vhodu integratorja pomeni linearni potek signala na izhodu. Ker se znotraj ene periode pravokotnih pulzov zvrstita dva časovna intervala, od katerih je v enem vhodni signal pozitiven in v drugem negativen (slika 29.8 na strani 170), se na izhodu izmenjujeta časovna intervala, v katerih izhodna napetost linearno narašča in upada. To dogajanje vidimo na sliki 31.4 (levo in desno).

Pri vhodnem signalu na sliki 31.1 (desno) velja, da imajo praktično vse pomembne harmonske komponente nižjo frekvenco od mejne frekvence *RC* člena, zato se ta signal pri prehodu skozi člen ne integrira. Na sliki 31.3 (levo) lahko opazujemo vmesno situacijo, kjer nižje harmonske komponente skozi *RC* člen prehajajo neovirano, višje harmonske komponente pa se integrirajo. Rezultat na izhodu je kombinacija obeh učinkov, saj dobljeni signal nima niti pravokotne niti trikotne oblike, ampak izkazuje vmesno dogajanje.

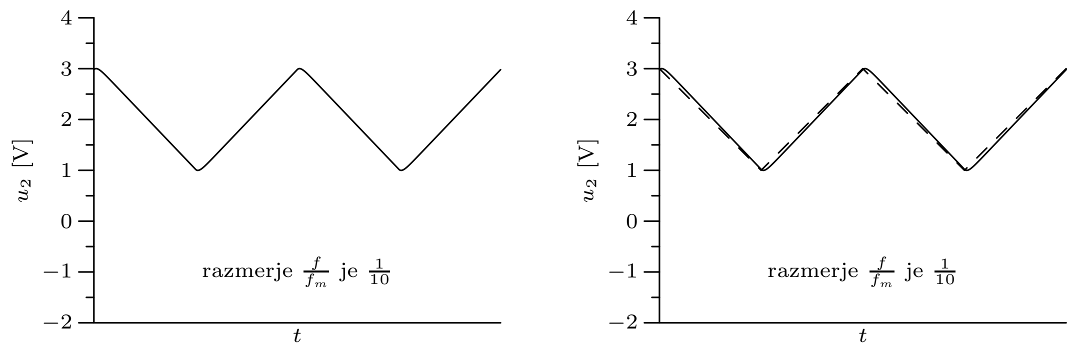
31.6 Odziv *RC* člena na trikotni signal

Sedaj vzbujajmo *RC* člen s trikotnim signalom na sliki 31.6 (levo). Pri stokrat nižji frekvenci signala od mejne frekvence *RC* člena zadostno število harmonikov prehaja neovirano, zato se oblika signala ne spremeni (desna stran slike).



Slika 31.6. Trikotni signal na vhodu *RC* člena (levo) in odziv pri nizkih frekvencah (desno).

Frekvenco signala dvignimo na desetino mejne frekvence (slika 31.7, levo). Izhodni signal je še vedno skoraj enak vhodnemu, le ostri robovi so malenkostno zabrisani. Dogajanje primerjajmo z odzivom na pravokotne pulze (slika 31.2, levo), kjer se pri tej frekvenci pojavi bistveno izrazitejše popačenje.



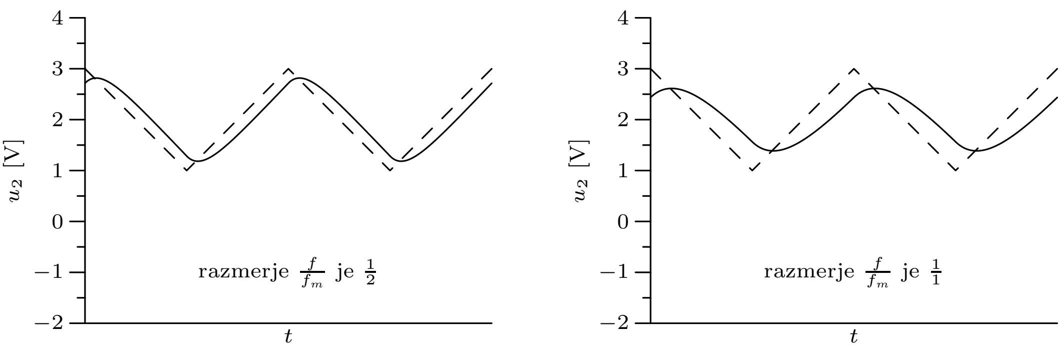
Slika 31.7. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s trikotnim signalom desetkrat nižje frekvence od mejne frekvence: brez (levo) in z (desno) nakazanim vhodnim signalom.

Amplitude harmonikov pravokotnega signala upadajo z ovojnico $\frac{1}{n}$ (slika 29.7 na strani 169), medtem ko je za upadanje harmonikov trikotnega signala značilen potek $\frac{1}{n^2}$ (slika 29.17 na strani 175). Spektralna vsebina pravokotnega signala je bogatejša, zato za nepopačeno reprodukcijo signala na izhodu potrebujemo več harmonskih komponent.

Na levih straneh slik 29.13 in 29.14 (strani 173 in 174) vidimo, da že dve ali tri harmonske komponente trikotnega signala ustvarijo dosti boljši približek, kot se to zgodi pri pravokotnih pulzih na levih straneh slik 29.3 in 29.4 (strani 167 in 168). Na levi strani slike 31.7 sta vsaj osnovna in tretja harmonska komponenta praktično nepopačeni, peta harmonska komponenta je oslabljena za 1 dB, nato pa se popačenje hitro povečuje. Pri trikotnem signalu te začetne komponente zadostujejo za relativno nespremenjeno obliko signala na izhodu.

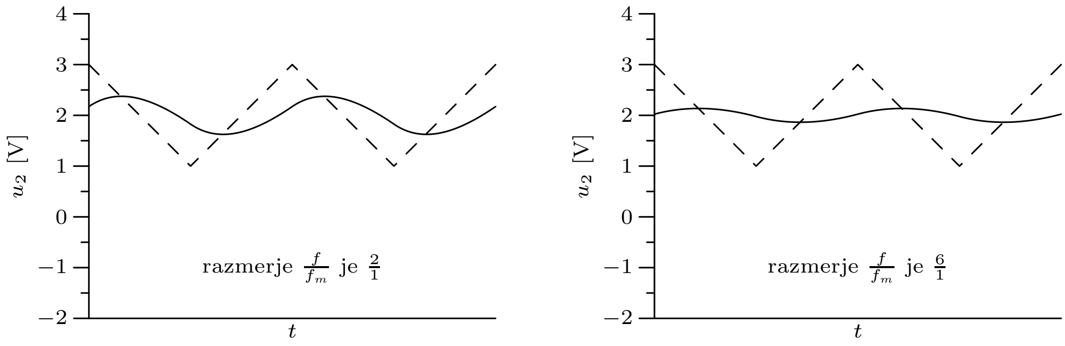
Na desni strani slike 31.7 vidimo, da je izhodni signal kljub relativno nespremenjeni obliki malenkostno zamaknjen v desno. Razlog je v faznem odzivu *RC* člena, ki že pri desetini mejne frekvence znaša −6°, za kar smo predhodno ugotovili, da povzroča časovni zamik za 1,67 % periode.

Ko frekvenco signala dvigamo v bližino mejne frekvence, postaja popačenje izrazitejše. Na levi strani slike 31.8 vidimo dogajanje pri polovici mejne frekvence, desna stran pa prikazuje razmere pri mejni frekvenci. Ostri robovi popolnoma izginejo, hkrati pa se veča časovni zaostanek, ki pri višjih frekvencah postane enak četrtini periode.



Slika 31.8. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s trikotnim signalom dvakrat nižje (levo) in enake (desno) frekvence od mejne frekvence.

Pri dvakratni oziroma šestkratni mejni frekvenci, kar prikazujeta grafa na sliki 31.9, je popačenje tolikšno, da ne moremo več govoriti o trikotnem signalu, saj je izhodni signal že povsem zaobljen. Tudi časovni zaostanek na desni sliki že skoraj doseže četrtino periode. Povečan prikaz zadnjega primera vidimo na levi sliki 31.10, kjer nam površen pogled da misliti, da gre za sinusni signal, vendar to ni res, saj temena nimajo prave oblike.



Slika 31.9. Odziv *RC* člena pri vzbujanju s trikotnim signalom dvakrat (levo) in šestkrat (desno) višje frekvence od mejne frekvence.

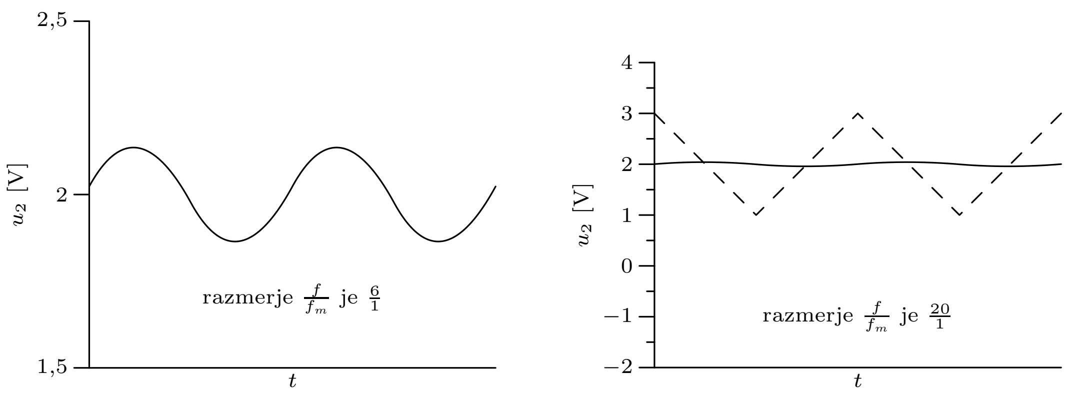
Ker *RC* člen v tem frekvenčnem območju izvaja integriranje (enačbi 31.1 in 31.4), v resnici vidimo na sliki odseke kvadratnih parabol.

$$\int_0^t k\tau \cdot d\tau = k\int_0^t \tau \cdot d\tau = k \cdot \frac{\tau^2}{2}\bigg|_0^t = k \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$\int_0^t -k\tau \cdot d\tau = -k\int_0^t \tau \cdot d\tau = -k \cdot \frac{\tau^2}{2}\bigg|_0^t = -k \cdot \frac{t^2}{2} \tag{31.6}$$

Ko vhodni trikotni signal narašča, imamo na izhodu parabolo s pozitivnim vodilnim koeficientom, v obratnem primeru pa se predznak vodilnega koeficienta zamenja.

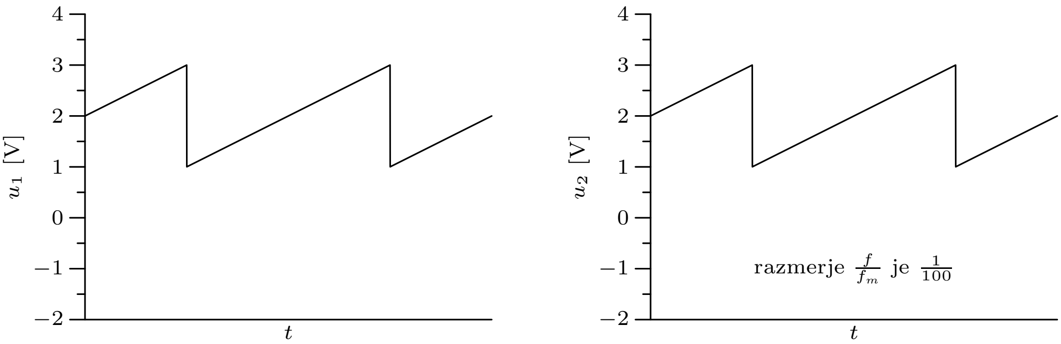
Na desni strani slike 31.10 vidimo dogajanje pri mnogo višjih signalnih frekvencah od mejne frekvence. V tem primeru so vsi harmoniki znatno zadušeni, zato na izhodu ostane praktično samo enosmerna komponenta kot edina nedušena komponenta signala.



Slika 31.10. Povečan prikaz odziva pri šestkrat višji frekvenci od mejne frekvence (levo) in odziv pri dvajsetkrat višji frekvenci signala od mejne frekvence (desno).

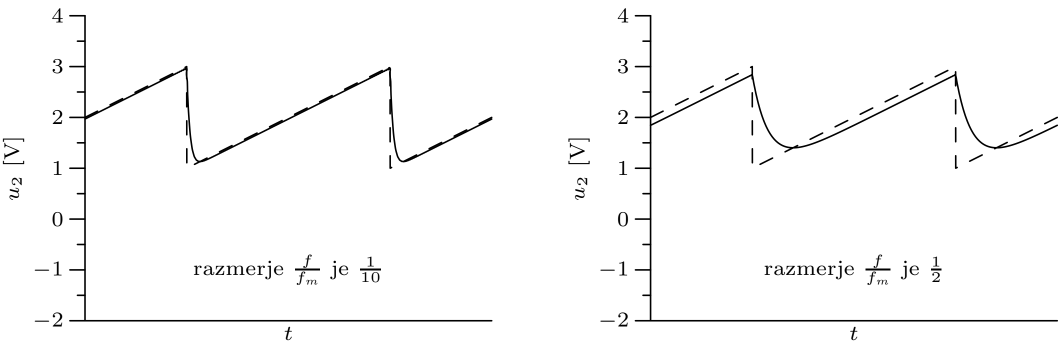
31.7 Odziv *RC* člena na žagasti signal ⊕

Oglejmo si še odziv *RC* člena na žagasti signal na sliki 31.11 (levo). Desna stran slike razkriva, da je pri nizkih frekvencah izhodni signal enak vhodnemu.



Slika 31.11. Žagasti signal na vhodu *RC* člena (levo) in odziv pri nizkih frekvencah (desno).

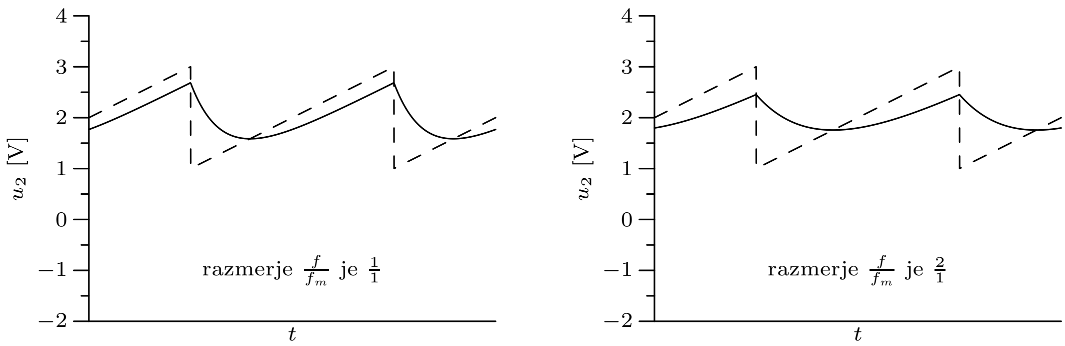
Pri dvigu frekvence signala do desetine mejne frekvence se zopet najbolj izrazito popači najbolj nesinusna lastnost signala, ki je v tem primeru nezveznost. Z leve strani slike 31.12 je razvidno, da pretrgani robovi postanejo zvezni.



Slika 31.12. Odziv *RC* člena pri vzbujanju z žagastim signalom desetkrat (levo) in dvakrat (desno) nižje frekvence od mejne frekvence.

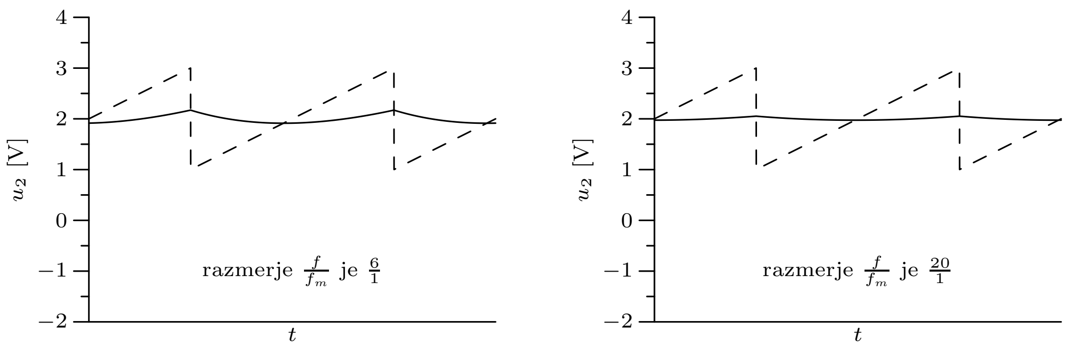
Pri polovični mejni frekvenci (slika 31.12, desno) je potek tako popačen, da ne moremo več govoriti o žagastem signalu. Za razliko od pravokotnega in trikotnega signala ima žagasti signal tudi sode harmonike (slika 29.26 na strani 181), ki upadajo z najpočasnejšo ovojnico $\frac{1}{n}$, zato je izmed vseh treh obravnavanih oblik ta signal najteže prevajati nepopačeno.

Dogajanje pri nadaljnjem višanju frekvence (slika 31.13) nakazuje, da izhodni signal v območju zveznega vhodnega signala postopno postaja podoben kvadratnim parabolam. Ker *RC* člen pri visokih frekvencah izvaja integriranje, se parabole pojavijo v izhodnem signalu, kjer vhodni signal linearno narašča. Tokrat imajo vse parabole pozitivni vodilni koeficient, saj vhodni signal samo linearno narašča, nikjer pa linearno ne upada.



Slika 31.13. Odziv *RC* člena pri vzbujanju z žagastim signalom enake (levo) in dvakrat višje (desno) frekvence od mejne frekvence.

Parabole na sliki 31.13 (desno) še niso povsem izoblikovanje, saj so nekoliko nesimetrične. Simetrija se popravi pri dvigu frekvence do šestkratne mejne frekvence, kar prikazuje slika 31.14 (levo). Jasno se tudi vidijo lastnosti integriranja, saj poleg paraboličnega poteka signala opazimo, da izhodni signal ni zvezno odvedljiv v točkah, kjer vhodni signal ni zvezen. Ker vhodni signal integratorja predstavlja odvod izhodnega signala, je povsem pričakovano, da nezveznost na vhodu pomeni nezvezno odvedljivost na izhodu.



Slika 31.14. Odziv *RC* člena pri vzbujanju z žagastim signalom šestkrat (levo) in dvajsetkrat (desno) višje frekvence od mejne frekvence.

Ko vhodna frekvenca mnogokrat preseže mejno frekvenco *RC* člena, se izhodni potek ponovno približuje ravni črti, saj so vsi harmoniki signala čedalje bolj dušeni, zopet pa nam ostane enosmerna komponenta, na katero *RC* člen ne vpliva.

31.8 Povzetek

Uvod

- Kompleksni račun v povezavi s Fourierovo vrsto nam omogoča analizo in ocenjevanje odziva linearnega vezja tudi pri nesinusnem vzbujanju.

Sekcija 31.1

- Pravokotni pulzi se v splošnem spremenijo pri prehodu skozi *RC* člen.
- Spremembe so zanemarljive, ko je frekvenca pulzov bistveno nižja od frekvenčne meje *RC* člena, saj se v tem primeru zadostno število harmonikov zadovoljivo ohrani.
- Ko je frekvenca pulzov okvirno desetkrat nižja od mejne frekvence *RC* člena, so robovi vidno zglajeni.
- Nezvezni potek in ostri rob sta najbolj nesinusni lastnosti pravokotnih pulzov, zato se najprej izgubita ob pomanjkanju nepopačenih višjih harmonikov.
- Ko je frekvenca pravokotnih pulzov okvirno enaka mejni frekvenci *RC* člena, dobimo na izhodu pretežno odseke eksponentnih krivulj.
- Ko frekvenca pravokotnih pulzov preseže mejno frekvenco *RC* člena, postaja maksimalna izhodna napetost opazno manjša od vhodne maksimalne napetosti.
- Pri okvirno šestkratni ali višji frekvenci pulzov od mejne frekvence *RC* člena imamo na izhodu trikotni signal, ki se s frekvenco vedno bolj duši.
- Amplitude harmonikov pravokotnega signala, ki s frekvenco linearno upadajo, potujejo skozi *RC* člen, kjer se njihovo dušenje s frekvenco linearno povečuje. Posledično amplitude izhodnih harmonikov s frekvenco kvadratno upadajo, kar ustreza spektru trikotnega signala.

Sekcija 31.2

- Na izhodu *RC* člena, ki je vzbujan s pravokotnimi pulzi, tako amplitude kot faze harmonikov ustrezajo trikotnemu signalu.

Sekcija 31.3 ☕☕

- Frekvenčna odvisnost mnogih merilnih inštrumentov je modelirana z *RC* členom podane mejne frekvence.
- Merilni inštrument lahko izkazuje znatne napake meritev (amplitude, faze) že pri signalnih frekvencah, ki so mnogo nižje od njegove deklarirane frekvenčne meje.

Sekcija 31.4 ⊕

- Napajalne linije so podvržene mnogim neidealnostim, poleg tega se po njih prenašajo šumi in interference.
- Motnje, ki se prenašajo po napajalnih linijah, in nihanje napajalnih napetosti zaradi neidealnosti samih linij se zlijejo s koristnimi signali.
- Šume in motnje na napajalnih linijah lahko vsaj delno filtriramo z *RC* členi, ki jih dodamo nanje.
- Običajno v ta namen dodamo tudi induktivnost, z dodatkom ohmskega upora pa preprečimo vpliv parazitne resonance tako dobljenega *LC* nihajnega kroga.
- Problematika izvedbe pravilnega napajanja je mnogo bolj zapletena, kot je možno sklepati iz tekoče razprave.

Sekcije od 31.5 ☕ do 31.7 ⊕

- Ko je izhodna napetost *RC* člena zanemarljiva v primerjavi z njegovo vhodno napetostjo, *RC* člen izvaja korektno časovno integriranje vhodne napetosti.
- Dejansko *RC* člen izvaja časovno integriranje razlike med vhodno in izhodno napetostjo.
- V frekvenčnem prostoru je pogoj za korektno integriranje znatno višja frekvenca harmonika od mejne frekvence *RC* člena. Pogoj za korektno integriranje v časovnem prostoru je kratkotrajnost vhodne napetosti. Ta dva pogoja sta enakovredna in med seboj povezana.

32 Nesinusno vzbujanje *CR* člena

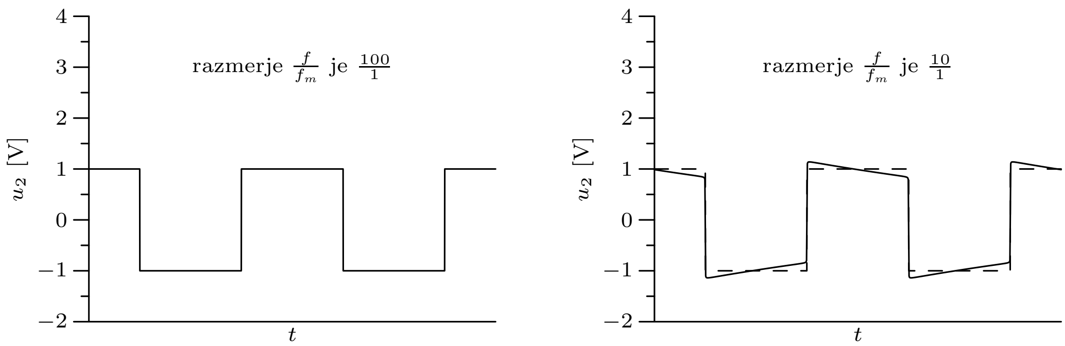
Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 23 do 30 brez poglavja 28.

Prejšnje poglavje podrobno obravnava odziv *RC* člena na pravokotni, trikotni in žagasti signal. V tem poglavju izvedimo enako analizo za *CR* člen.

32.1 Odziv *CR* člena na pravokotne pulze

Oglejmo si prevajanje pravokotnih pulzov na levi strani slike 31.1 (stran 191) skozi *CR* člen. Začnimo pri stokrat *višji* vzbujalni frekvenci od mejne frekvence *CR* člena. V tem primeru *CR* člen prevaja nepopačeno vse harmonike, ki sestavljajo pulz (slika 27.2 na strani 156).

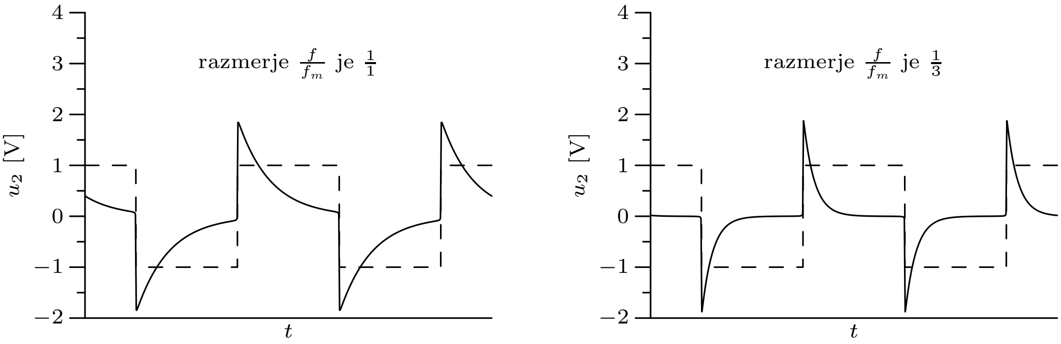
Frekvenca enosmerne komponente 0 Hz je neskončnokrat nižja od mejne frekvence, zato se pri prehodu popolnoma zaduši (enačba 27.6 na strani 155). Rezultat je prikazan na sliki 32.1 (levo), kjer so izhodni pulzi enaki vhodnim, le da nimajo enosmerne komponente.



Slika 32.1. Odziv *CR* člena na pulze mnogo (levo) in desetkrat (desno) višje frekvence od njegove mejne frekvence.

Ko frekvenco pulzov nižamo proti mejni frekvenci, se najprej prične dušiti osnovna harmonska komponenta, medtem ko višje harmonske komponente še vedno prehajajo nespremenjene. Kot prikazuje desna stran slike 30.1 (stran 184), to povzroča poudarjanje robov oziroma bokov pulzov. Situacijo pri desetkrat višji frekvenci pulzov od f_m prikazuje slika 32.1 (desno).

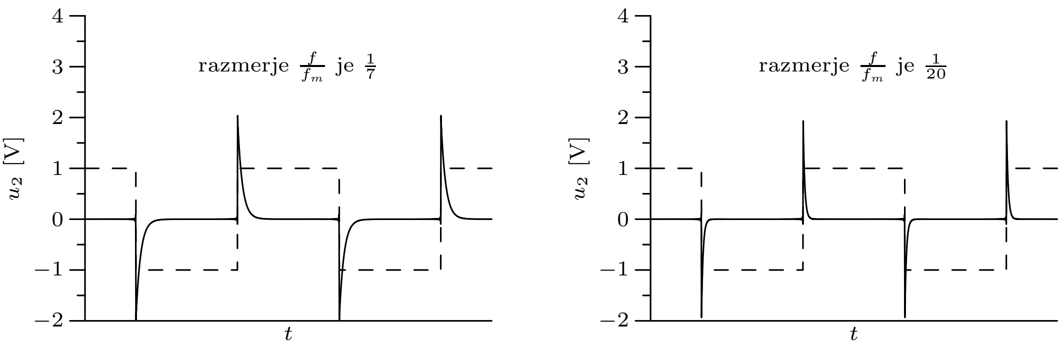
Nadaljnje nižanje frekvence obliko signala vedno bolj popači. Ko je frekvenca signala enaka mejni frekvenci, ne moremo več govoriti o pravokotnih pulzih, saj je signal popačen tako, kot prikazuje slika 32.2 (levo).



Slika 32.2. Odziv *CR* člena na pulze enake (levo) in trikrat nižje (desno) frekvence od njegove mejne frekvence.

Pri še nižjih frekvencah postane perioda pulzov dovolj dolga, da se kondenzator napolni skoraj na končno vrednost napetosti že med trajanjem posameznega pulza. To zaustavi tok preko upora, s čimer tudi ni več izhodne napetosti, saj je le–ta enaka padcu napetosti na uporu (levi graf slike 27.1 na strani 154). Opisano dogajanje prikazuje slika 32.2 (desno), kjer *CR* člen vzbujamo s signalom trikrat nižje frekvence od mejne frekvence.

Pri nadaljnjem nižanju frekvence se širina izhodne konice relativno manjša v primerjavi s periodo vhodnega signala, medtem ko višina konice ostaja enaka. V trenutku preskoka vhodne napetosti se namreč celotna sprememba prenese na izhod, ker se napetost na kondenzatorju ne more hipno spremeniti. Dogajanje pri sedmini in dvajsetini mejne frekvence prikazujeta grafa na sliki 32.3.



Slika 32.3. Odziv *CR* člena na pulze sedemkrat (levo) in dvajsetkrat (desno) nižje frekvence od njegove mejne frekvence.

32.2 *CR* člen kot diferenciator

Dogajanje na sliki 32.3 nakazuje karakteristiko odvajanja. Spremembe vhodnega signala so poudarjene, medtem ko je odziv na konstantni del signala enak nič. *CR* člen pod določenimi pogoji res izvaja operacijo analognega odvajanja.

Poglejmo si obnašanje *CR* člena pri vzbujanju z napetostno stopnico. Naj bo pred začetkom opazovanja kondenzator prazen. Ko se na vhodu pojavi stopnica, je v prvem hipu v celoti vsiljena uporu *R*, ker se napetost na kondenzatorju ne more hipno spremeniti. S tem se sprememba vhodne napetosti direktno in brez zakasnitve prenese na izhod.

Preko elementov teče tok $\frac{u_1}{R}$, ki prične polniti kondenzator, zato napetost u_c narašča. S tem se napetost na uporu zmanjša, saj je napetost u_2 enaka $(u_1 - u_\mathrm{c})$. To povzroča, da tok postaja čedalje manjši, s tem pa upada tudi napetost na uporu, ki je hkrati izhodna napetost. Le–ta eksponentno pada proti nič (spodnji graf slike 28.1 na strani 160).

CR člen je diferenciator prvega reda. Pri spremembah vhodnega signala je izhodna napetost velika, medtem ko pri konstantnem vzbujanju odziv eksponentno upada proti nič. Za razliko od opisanega obnašanja se idealni diferenciator odzove na hipno spremembo vhodnega signala z Diracovim impulzom. Idealnega diferenciatorja fizikalno ni mogoče narediti, ker ne moremo proizvesti niti neskončno velike napetosti niti njene neskončno hitre spremembe. Idealni diferenciator je samo miselni konstrukt, ne pa tudi dejanska naprava.

Značaj diferenciranja je razviden tudi iz prenosne funkcije *CR* člena. Pri nizkih frekvencah je člen 1 v imenovalcu zanemarljiv, s čimer dobimo prenosno funkcijo idealnega diferenciatorja, pomnoženo z diferencirno konstanto *CR*, ki oblike signala ne spremeni.

$$H(\omega) = \frac{1}{\cancel{1} + \frac{1}{j\omega RC}} \approx (RC) \cdot \left(j\omega\right) = \frac{1}{\omega_\mathrm{m}} \cdot \left(j\omega\right) \tag{32.1}$$

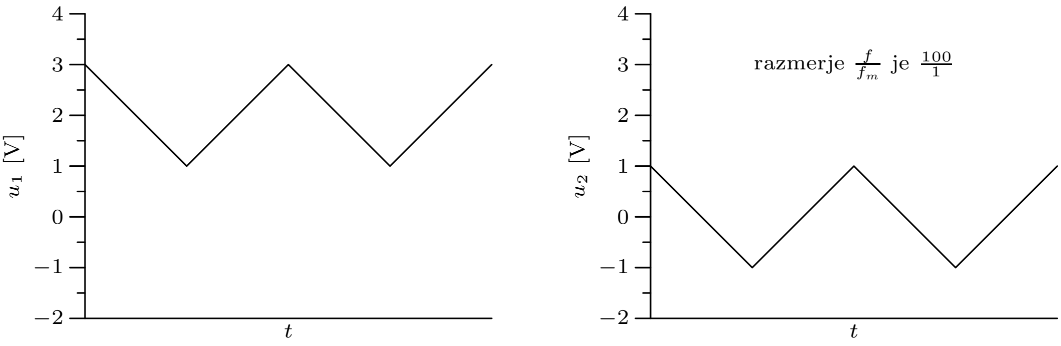
CR člen odvaja harmonike signala, ki imajo izrazito nižjo frekvenco od njegove mejne frekvence, medtem ko harmonike višjih frekvenc prepušča neovirano.

Pri uporabi osciloskopa v režimu AC je prikazani signal po obliki enak resničnemu signalu le, če so vse harmonske komponente slednjega znatno nad mejno frekvenco vhodnega *CR* člena. Tako delovanje ustreza sliki 32.1 (levo). Če pogoj ni izpolnjen, se nižji harmoniki odvajajo in oblika signala na zaslonu se popači. Enosmerna komponenta se vedno popolnoma zaduši, saj je odvod konstante enak nič. Režim AC uporabljamo prav zaradi te lastnosti.

Vezja, ki iz signala odstrani samo enosmerno komponento, ni mogoče narediti. Nepravilna uporaba režima AC lahko vodi v popolnoma napačne rezultate meritev.

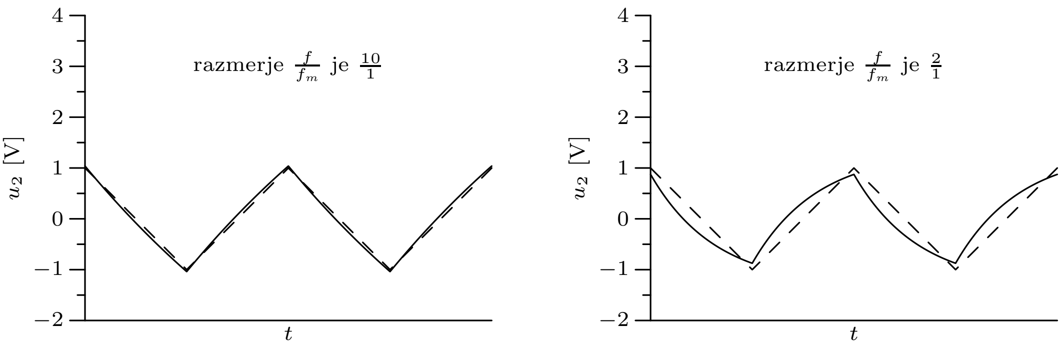
32.3 Odziv *CR* člena na trikotni signal

Sedaj *CR* člen vzbujajmo s trikotnim signalom na sliki 32.4 (levo). Razmere pri visokih frekvencah prikazuje desna stran slike, kjer je izhodni signal po obliki enak vhodnemu, le da nima enosmerne komponente. Slednja se zaduši, harmoniki pa prehajajo neovirano.



Slika 32.4. Trikotni signal na vhodu *CR* člena (levo) in odziv pri visokih frekvencah (desno).

Nižanje frekvence na desetkratno vrednost mejne frekvence (slika 32.5, levo) signala ne popači bistveno, ker harmoniki še vedno prehajajo skozi *CR* člen skoraj neovirano. Signal se malenkostno premakne v levo, saj je faza *CR* člena pozitivna, zato izhodni signal prehiteva vhodnega. Pri desetkratni mejni frekvenci znaša fazni odziv +6° (slika 27.2 na strani 156).

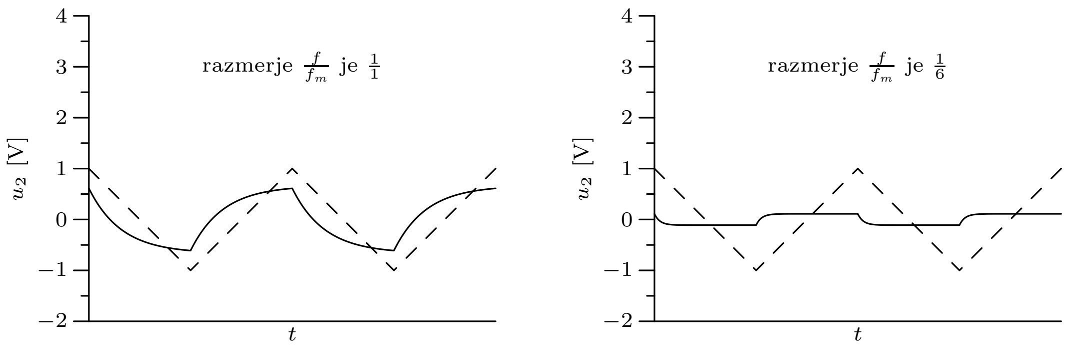


Slika 32.5. Odziv *CR* člena pri vzbujanju s trikotnim signalom desetkrat (levo) in dvakrat (desno) višje frekvence od mejne frekvence.

Pri dvojni mejni frekvenci (desna stran slike 32.5) so nižji harmoniki že dovolj popačeni, da signal opazno spremeni obliko. Naraščanje in upadanje napetosti ni več odsekoma linearno, poleg tega je prehitevanje signala relativno dobro vidno.

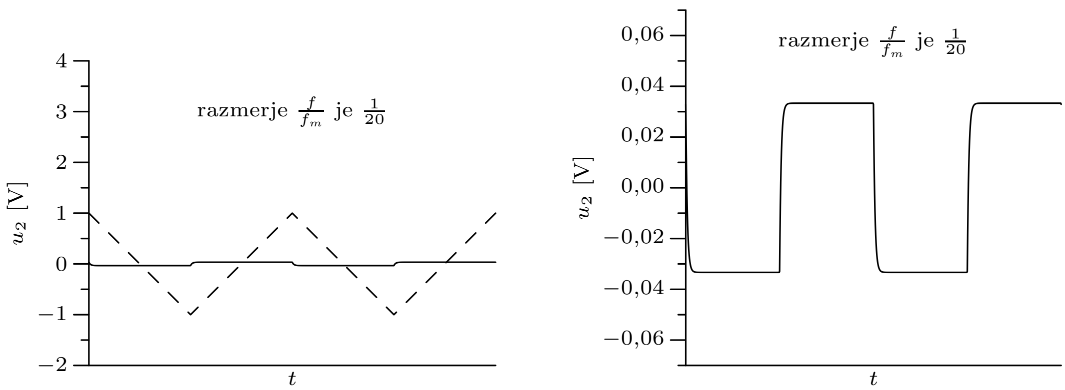
Pri mejni frekvenci (slika 32.6, levo), še bolj pa pri šestini mejne frekvence (desna stran slike), postaja očitno, da *CR* člen odvaja vhodni signal. V časovnih intervalih, ko vhodna napetost linearno narašča ali upada, je na izhodu konstantna napetost. Za razliko od idealnega diferenciatorja, ki hipno spremeni izhodno napetost, je za diferenciator prvega reda značilen eksponentni prehodni pojav ob hipni spremembi strmine vhodnega signala.

Izhodni signal na desni sliki prehiteva vhodnega za četrtino periode. Isto se dogaja pri pravokotnih pulzih, kjer sliki 32.2 in 32.3 razkrivata, da se pri nizkih frekvencah dogajanje na izhodu pomika proti začetnim bokom vhodnih pulzov. Prehitevanje za četrtino periode je posledica faznega odziva *CR* člena, ki pri nizkih frekvencah znaša +90°.



Slika 32.6. Odziv *CR* člena pri vzbujanju s trikotnim signalom enake (levo) in šestkrat nižje (desno) frekvence od mejne frekvence.

Nadaljnje nižanje frekvence vzbujanja povzroči čedalje močnejše dušenje harmonikov, zato na izhodu dobimo vedno manjši signal (slika 32.7). V časovnem prostoru daljša perioda trikotnega signala pomeni počasnejše naraščanje in upadanje napetosti oziroma manjši odvod, zato na izhodu diferenciatorja dobimo vedno manjšo napetost.

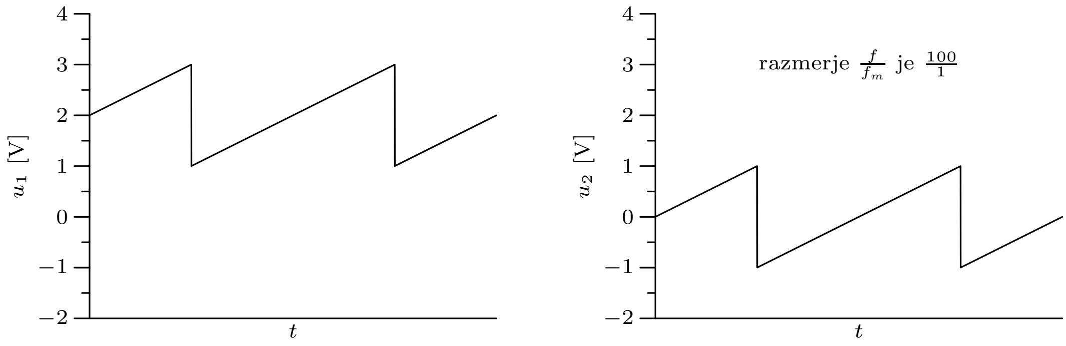


Slika 32.7. Odziv *CR* člena pri vzbujanju s trikotnim signalom dvajsetkrat nižje frekvence od mejne frekvence; desna stran prikazuje potek pri večji povečavi.

Desna stran slike prikazuje povečan izhodni signal, kjer vidimo, da z daljšanjem periode vhodnega signala postaja prehodni pojav vedno manj opazen, diferenciranje pa vedno bolj idealno. Trajanje prehodnega pojava med hipnima spremembama odvoda na vhodu je konstantno, zato je ob povečevanju periode signala prehod čedalje manj viden. Pri nizkih frekvencah se prehodni pojav omeji zgolj na majhen delež celotne periode, s čimer postaja čedalje manj pomemben.

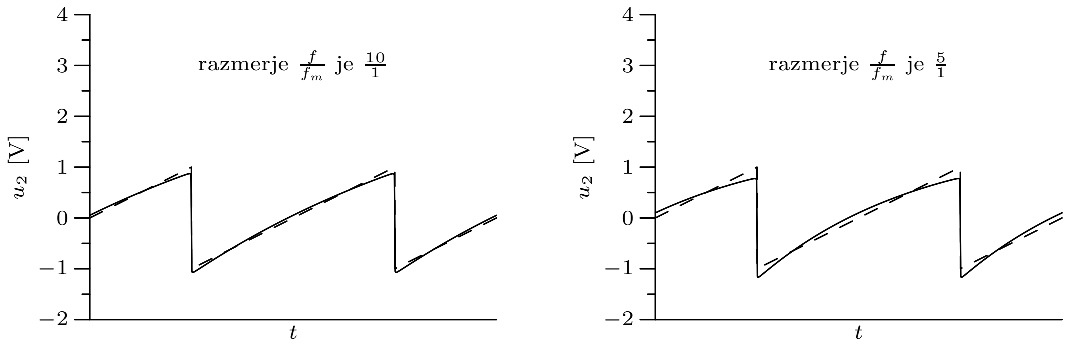
32.4 Odziv *CR* člena na žagasti signal ⊕

Preučimo še obnašanje *CR* člena pri vzbujanju z žagastim signalom na sliki 32.8 (levo). Po pričakovanju se pri visokih frekvencah oblika signala ne spremeni, odstrani pa se njegova enosmerna komponenta (desna stran slike).



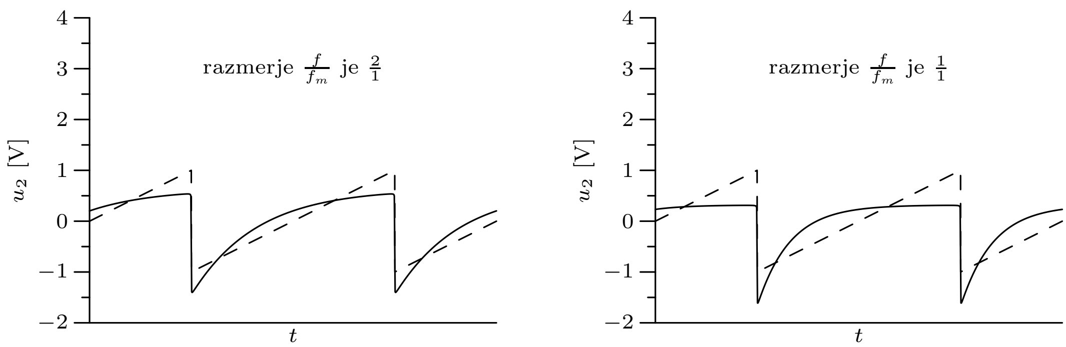
Slika 32.8. Žagasti signal na vhodu *CR* člena (levo) in odziv pri visokih frekvencah (desno).

Pri nižanju signalne frekvence na desetkratno oziroma petkratno vrednost mejne frekvence (slika 32.9) opazimo prehitevanje izhoda proti vhodu in postopno spreminjanje originalne oblike signala v njegov odvod.



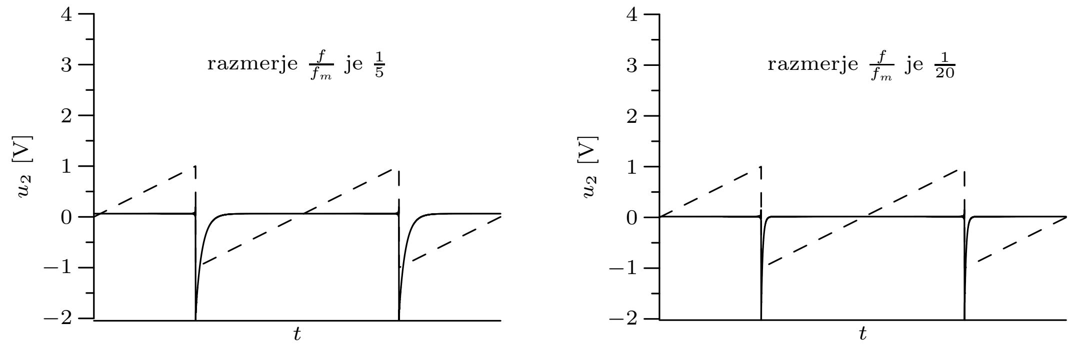
Slika 32.9. Odziv *CR* člena pri vzbujanju z žagastim signalom desetkrat (levo) in petkrat (desno) višje frekvence od mejne frekvence.

V bližini mejne frekvence postane odvajanje očitno, saj na izhodu dobimo konstantno vrednost napetosti pri dolgotrajnih intervalih konstantne strmine vhodnega signala (slika 32.10).



Slika 32.10. Odziv *CR* člena pri vzbujanju z žagastim signalom dvakrat višje (levo) in enake (desno) frekvence od mejne frekvence.

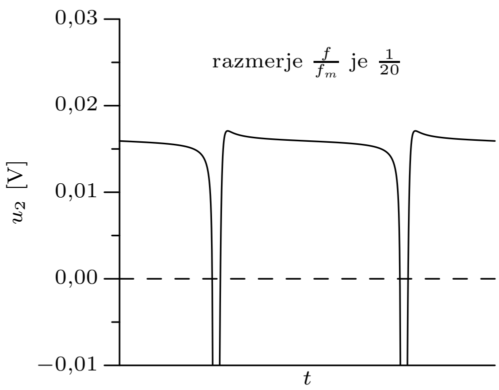
Nadaljnje nižanje frekvence signala pod mejno frekvenco *CR* člena to ugotovitev še poudari (slika 32.11). V intervalih linearnega naraščanja vhodnega signala dobimo na izhodu konstanto, ki je odvod vhodnega signala. Na izhodu opazimo tudi napetostne konice, ki smo jih predhodno srečali pri pravokotnih pulzih (slika 32.3), in prehitevanje izhoda za četrtino periode.



Slika 32.11. Odziv *CR* člena pri vzbujanju z žagastim signalom petkrat (levo) in dvajsetkrat (desno) nižje frekvence od mejne frekvence.

Da signal pri nizkih frekvencah ni enak 0 V, kot izgleda na sliki 32.11 (desno), se prepričamo s preučitvijo njegovega povečanega prikaza na sliki 32.12. Po prehodnem pojavu je odvod signala na izhodu pozitiven in proporcionalen strmini na vhodu, ki upada z večanjem periode.

Slika 32.12. Povečan prikaz odziva na sliki 32.11 (desno).



Signal na izhodu *CR* člena nima enosmerne komponente, zato sta površini nad in pod nivojem 0 V enaki. V intervalu približno konstantne vhodne napetosti je pozitivna površina uravnotežena z negativno površino pulza ob hipni spremembi vhodne napetosti. Z nižanjem frekvence ostaja površina pulza enaka (dinamiko prehodnega pojava določa časovna konstanta *RC*), ekvivalentna pozitivna površina pa se razpotegne na čedalje večji interval, zato postaja pozitivna izhodna napetost čedalje manjša. To je v skladu z manjšanjem odvoda vhodnega signala sorazmerno z daljšanjem njegove periode.

32.5 Povzetek

- Pri prehodu signala skozi *CR* člen se najbolj dušijo nižji harmoniki, višjefrekvenčne komponente signala pa skozi člen prehajajo nespremenjene.
- *CR* člen poudarja robove signalov.
- *CR* člen je diferenciator prvega reda. Nad harmoniki znatno nižjih frekvenc od mejne frekvence se izvaja odvajanje po času, medtem ko harmoniki znatno višjih frekvenc prehajajo skozi *CR* člen nespremenjeni.
- Pri prehodu signala skozi *CR* člen se enosmerna komponenta popolnoma zaduši.
- To (med drugim) izkoriščamo pri osciloskopih v AC režimu delovanja.
- Vezja, ki bi iz signala izločilo samo enosmerno komponento, ni možno narediti.

33 Pika na I o *RC* in *CR* členu ☾

📖 Predznanja vsebujejo VIS poglavja 24, 26, 27, 31 in 32.

V izdelavi...

34 Več o signalnih spektrih

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 29 do 32.

V izdelavi...

Del VII

Vezave uporov in kondenzatorjev

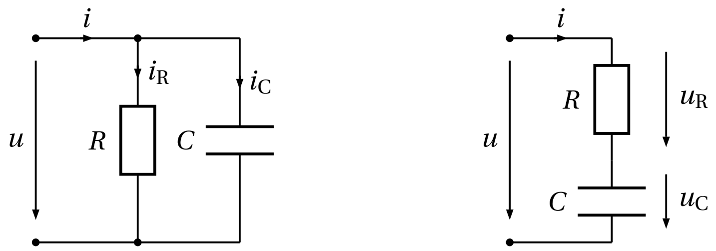
Predhodna obravnava *RC* in *CR* člena podaja temeljna znanja tako za analizo frekvenčne odvisnosti vezij kot za sintezo njihovih optimalnih frekvenčnih karakteristik. Poleg teh gradnikov srečujemo v vezjih še mnogo ostalih kombinacij vezav uporov in kondenzatorjev. Tudi zanje velja, da jih v mnogih primerih namerno vgradimo, nadvse pogosto pa nastopajo tudi kot parazitni elementi vezij.

V tem sklopu tematik spoznamo nekaj pogostih *RC* vezav in analiziramo njihovo frekvenčno odvisnost. Najpomembnejša dodana vrednost pričujočih vsebin je spoznavanje tehnik analize vezij, ki jih lahko prenesemo tudi na ostale vezave, ki na tem mestu niso obravnavane.

35 VEZAVI $R||C$ IN $R+C$

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 24 do 27.

Slika 35.1 prikazuje vzporedno in zaporedno vezavo upora in kondenzatorja. S tema kombinacijama pogosto dosegamo ustrezno frekvenčno odvisnost vezij, zato je njuno poznavanje nadvse koristno. Ravno tako se ti kombinaciji mnogokrat pojavljata parazitno, zato pričujoče vsebine potrebujemo tudi za razumevanje z njima povezanega nezaželenega dogajanja.



Slika 35.1. Vzporedna (levo) in zaporedna (desno) vezava upora in kondenzatorja.

35.1 Vzporedna vezava upora in kondenzatorja

Najprej si oglejmo vzporedno vezavo, prikazano na levi strani slike 35.1. Kombinaciji vsilimo napetost u, kar povzroči tok i preko njenih priključnih sponk. S slike je razvidno, da je tok i enak vsoti ohmskega toka i_R in kapacitivnega toka i_C, ki ju z uporabo kompleksnega računa izračunamo z naslednjima enačbama.

$$\vec{I}_R = \frac{\vec{U}}{Z_R} = \frac{\vec{U}}{R} \qquad \vec{I}_C = \frac{\vec{U}}{Z_C} = \frac{\vec{U}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C \cdot \vec{U} \tag{35.1}$$

Ohmski tok je frekvenčno neodvisen, medtem ko kapacitivni tok s frekvenco sorazmerno narašča. Skupni tok $\vec{I}$ podaja naslednja enačba.

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_C = \frac{\vec{U}}{R} + j\omega C \cdot \vec{U} = \left(\frac{1 + j\omega RC}{R}\right) \cdot \vec{U} \tag{35.2}$$

Izraz v oklepaju je admitanca obravnavane vzporedne vezave. Števec admitance je sestavljen iz dveh členov, od katerih je prvi konstanta 1, absolutna vrednost drugega člena pa s frekvenco sorazmerno narašča. Sledi, da lahko vezje obravnavamo aproksimativno, kjer pri nizkih frekvencah upoštevamo samo prvi člen admitance, pri visokih frekvencah pa samo drugega.

Podobno kot pri RC in CR členu (enačbe od 24.7 do 24.9 na strani 136) določimo mejno frekvenco med obema frekvenčnima področjema tam, kjer sta oba člena števca po absolutni vrednosti enaka.

$$|1| = |j\omega_m RC| \quad \Rightarrow \quad \omega_m = \frac{1}{RC} \tag{35.3}$$

Izraz za mejno frekvenco je enak kot pri RC in CR členu. Ko je mejna frekvenca definirana, lahko zapišemo naslednji aproksimaciji.

$$\begin{aligned}\vec{I}\Big|_{\omega\ll\omega_\mathrm{m}} &\approx \left(\frac{1+\cancel{j\omega RC}}{R}\right)\cdot\vec{U} = \frac{\vec{U}}{R} = \vec{I}_\mathrm{R} \\ \vec{I}\Big|_{\omega\gg\omega_\mathrm{m}} &\approx \left(\frac{\cancel{1}+j\omega RC}{R}\right)\cdot\vec{U} = j\omega C\cdot\vec{U} = \vec{I}_\mathrm{C}\end{aligned} \tag{35.4}$$

Vzporedna vezava upora in kondenzatorja se pri nizkih frekvencah obnaša kot ohmski upor brez kondenzatorja, saj je kapacitivni tok zanemarljiv v primerjavi z ohmskim tokom. Isto vezje se pri visokih frekvencah obnaša kot kondenzator brez upora, saj je v tem primeru ohmski tok zanemarljiv v primerjavi s kapacitivnim tokom.

Pri RC in CR členu smo izpeljali amplitudni in fazni odziv (enačbi 23.1 in 23.2 na strani 131). Tokrat izpeljimo absolutno vrednost in fazni kot admitance $Y(\omega)$ obravnavane vzporedne vezave, ki sta definirana z naslednjima izrazoma.

$$|Y(\omega)| = \sqrt{\Re[Y(\omega)]^2 + \Im[Y(\omega)]^2} \qquad \Phi(\omega) = \arctan\left(\frac{\Im[Y(\omega)]}{\Re[Y(\omega)]}\right) \tag{35.5}$$

V prvem koraku razčlenimo admitanco v enačbi 35.2 na realni in imaginarni del.

$$\frac{1+j\omega RC}{R} = \underbrace{\frac{1}{R}}_{\Re[Y(\omega)]} + j\cdot\underbrace{\omega C}_{\Im[Y(\omega)]} \tag{35.6}$$

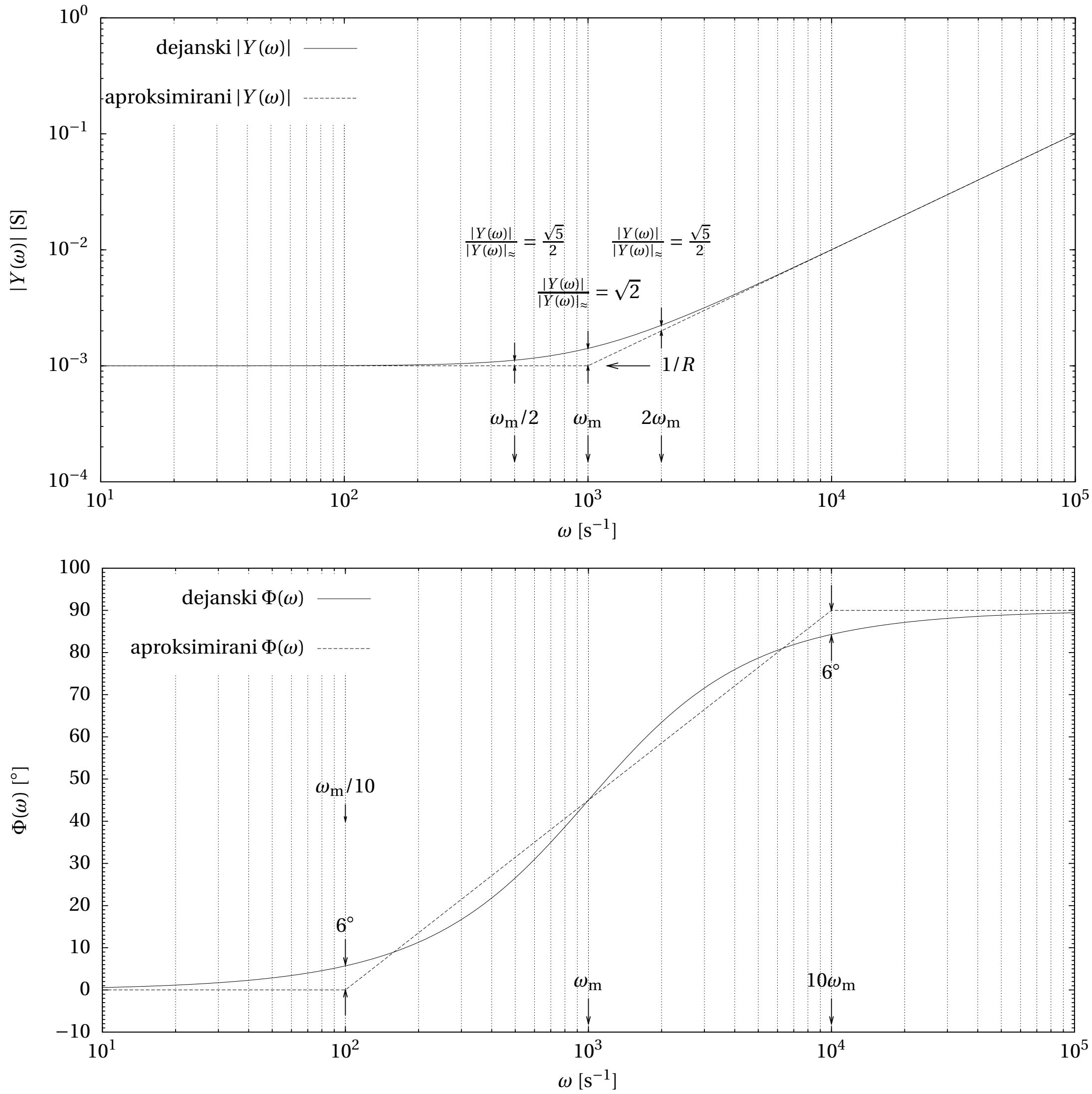
Z združitvijo enačb 35.5 in 35.6 dobimo naslednja izraza.

$$|Y(\omega)| = \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C)^2} \qquad \Phi(\omega) = \arctan(\omega RC) \tag{35.7}$$

> **Primer 1.** Upornost R je 1 kΩ, kapacitivnost C pa je 1 µF. To nam da mejno frekvenco ω_m je 1 ks^{-1}. Bodejev diagram admitance s temi podatki je prikazan na sliki 35.2. □

Opazimo mnogo podobnosti z Bodejevima diagramoma RC in CR člena (sliki 26.1 in 27.2 na straneh 147 in 156), kot tudi potrditev aproksimacijskih enačb 35.4. Pri nizkih frekvencah je absolutna vrednost admitance enaka obratni vrednosti upornosti upora R (skoraj neodvisno od frekvence), poleg tega je njen fazni kot praktično enak 0°, kar je karakteristika ohmskega upora. Pri visokih frekvencah admitanca narašča v neskončnost (kondenzator se približuje kratkemu stiku), pri čemer povečanje frekvence za eno dekado poveča admitanco za desetkrat. Fazni kot je v tem področju praktično +90°. Oboje nakazuje kapacitivne lastnosti vezja.

V bližini mejne frekvence čutimo tako lastnosti upora kot kondenzatorja, saj se pojavi frekvenčna odvisnost admitance, vendar je njeno naraščanje s frekvenco znatno manjše kot pri čistem kondenzatorju. Fazni kot je znatno večji od 0° in znatno manjši od +90°, kar kaže, da nimamo opravka niti s čisto ohmsko niti čisto kapacitivno karakteristiko, temveč se čuti učinek obeh elementov.



Slika 35.2. Bodejev diagram admitance vzporedne vezave upora in kondenzatorja: absolutna vrednost (zgoraj) in fazni kot (spodaj).

35.2 Zaporedna vezava upora in kondenzatorja

Analizirajmo še vezje na sliki 35.1 (desno). Tokrat sklopu vsilimo tok i, kar povzroči napetost u med priključnima sponkama. Ta napetost je enaka vsoti ohmskega padca napetosti u_R in kapacitivnega padca napetosti u_C, ki ju v primeru sinusnega vzbujalnega toka izračunamo z naslednjima enačbama.

$$\vec{U}_R = R \cdot \vec{I} \qquad \vec{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \vec{I} \tag{35.8}$$

Ohmski padec napetosti je frekvenčno neodvisen, medtem ko kapacitivni padec napetosti s frekvenco sorazmerno upada. Skupni padec napetosti $\vec{U}$ podaja naslednja enačba.

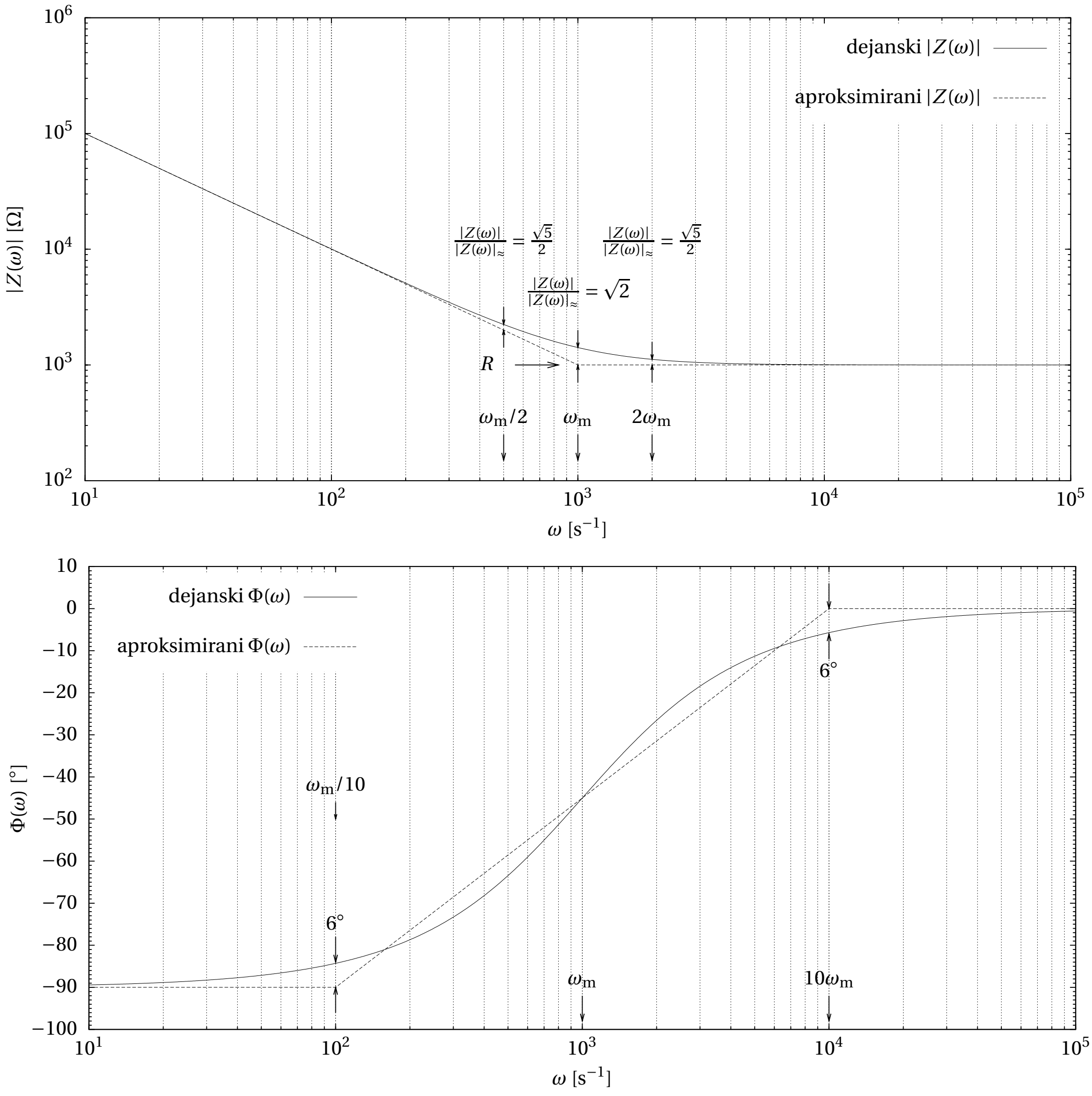
$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_C = R \cdot \vec{I} + \frac{1}{j\omega C} \cdot \vec{I} = \left(\frac{1 + j\omega RC}{j\omega C} \right) \cdot \vec{I} \tag{35.9}$$

Izraz v oklepaju je impedanca obravnavanega sklopa. Števec je sestavljen iz istih členov kot pri admitanci v enačbi 35.2, zato vpeljimo isto frekvenčno mejo $\frac{1}{RC}$, s čimer dobimo naslednje.

$$\vec{U}\Big|_{\omega\ll\omega_\mathrm{m}} \approx \frac{1}{j\omega C}\cdot\vec{I} = \vec{U}_\mathrm{C} \qquad \vec{U}\Big|_{\omega\gg\omega_\mathrm{m}} \approx R\cdot\vec{I} = \vec{U}_\mathrm{R} \tag{35.10}$$

Zaporedna vezava upora in kondenzatorja se pri nizkih frekvencah obnaša kot kondenzator brez ohmskega upora, saj je ohmski padec napetosti zanemarljiv v primerjavi s kapacitivnim padcem napetosti. Isto vezje se pri visokih frekvencah obnaša kot upor brez kondenzatorja, saj je tokrat zanemarljiv kapacitivni padec napetosti.

Primer 2. Ponovno izberimo upor 1 kΩ in kondenzator 1 μF, s čimer je mejna frekvenca ponovno 1 ks^{-1}. Bodejev diagram impedance s temi podatki prikazuje slika 35.3. □



Slika 35.3. Bodejev diagram impedance zaporedne vezave upora in kondenzatorja: amplitudni (zgoraj) in fazni (spodaj) potek.

Pri visokih frekvencah je absolutna vrednost impedance enaka upornosti R skoraj neodvisno od frekvence, pri čemer je njen fazni kot praktično enak $0°$. To je karakteristika ohmskega upora. Pri nizkih frekvencah impedanca upada iz neskončnosti (pri frekvenci $0\ s^{-1}$ je kondenzator ekvivalenten odprtim sponkam), pri čemer povišanje frekvence za eno dekado zmanjša impedanco za desetkrat. Fazni kot v tem področju je skoraj $-90°$, kar je lastnost kondenzatorja. V bližini mejne frekvence čutimo lastnosti obeh elementov.

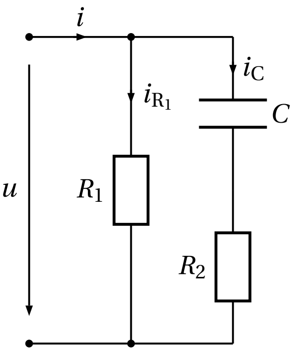
35.3 Povzetek

- Vzporedna vezava upora in kondenzatorja se pri nizkih frekvencah obnaša kot upor brez kondenzatorja, pri visokih frekvencah pa kot kondenzator brez upora.
- Zaporedna vezava upora in kondenzatorja se pri nizkih frekvencah obnaša kot kondenzator brez upora, pri visokih frekvencah pa kot upor brez kondenzatorja.
- Mejna frekvenca med nizkofrekvenčnim in visokofrekvenčnim področjem se v obeh primerih izračuna enako kot pri *RC* in *CR* členu.

36 VEZAVA $R||(C+R)$

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 24 do 27 in 35.

Slika 36.1 prikazuje vezje, kjer kombiniramo ugotovitve poglavja 35 (stran 217). Pri nizkih frekvencah kondenzator predstavlja odprti sponki oziroma visoko impedanco, zato je tok i_C v primerjavi s tokom i_{R_1} zanemarljiv. Posledično se v tem frekvenčnem področju vezje obnaša zgolj kot samostojni upor R_1 (sekcija 35.1 na strani 217). Upor R_2 razmišljanja ne spremeni, saj njegova prisotnost tok i_C kvečjemu dodatno zmanjša v primerjavi z izhodiščno vezavo $R_1||C$.



Slika 36.1. Vezava $R||(C+R)$.

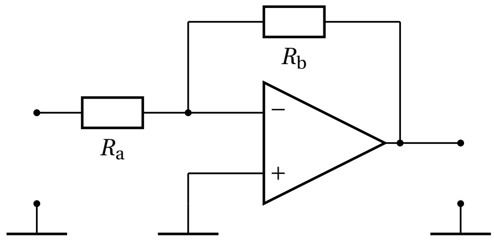
Z višanjem frekvence tok i_C narašča, zato vezje dobi ohmsko–kapacitivni ali celo pretežno kapacitivni značaj, kar je odvisno od izbire elementov (R_2 majhen ali velik v primerjavi z R_1). Pri zadosti visokih frekvencah postane impedanca kondenzatorja v primerjavi z impedanco upora R_2 zanemarljiva (sekcija 35.2 na strani 219), zato na priključnih sponkah čutimo vzporedno vezavo uporov R_1 in R_2.

Običajno izberemo $R_2 \ll R_1$ ali vsaj $R_2 < R_1$. V tem primeru enosmerna komponenta signala čuti visoko ohmsko upornost R_1, medtem ko je upornost vezja pri visokih frekvencah majhna in enaka $R_1||R_2$, kar pri izbiri $R_2 \ll R_1$ aproksimiramo kot $R_1||R_2 \approx R_2$. Vmesno področje, kjer ima vezje delno kapacitivni značaj, nas mnogokrat ne zanima.

Pri nakazani uporabi ima kondenzator funkcijo, da pri nizkih frekvencah upor R_2 efektivno odstrani iz vezja, medtem ko ga pri visokih frekvencah veže vzporedno k uporu R_1, s čimer se zmanjša začetna impedanca sklopa.

Opisano delovanje potrebujemo v emitorski veji izmeničnega tranzistorskega ojačevalnika za doseganje ustrezne delovne točke tranzistorja. Enosmerna komponenta signala, ki določa delovno točko tranzistorja, naj čuti veliko upornost R_1, kar zagotavlja njeno predvidljivost in temperaturno neodvisnost. Višjefrekvenčni koristni signal naj čuti ustrezno manjšo upornost $R_1||R_2$, da dosežemo njegovo večje ojačenje (ki je pri takem ojačevalniku enako R_C/R_E, kjer sta R_C in R_E kolektorski in emitorski upor). Brez uporabe te vezave (ali drugačne rešitve) je vezje podvrženo kompromisu med majhnim ojačenjem signala in temperaturno nestabilno delovno točko. Pogoj za nakazano uporabo je, da se frekvenčno območje koristnega signala navzdol ne razteza do frekvence 0 Hz (kar je izpolnjeno na primer v akustiki, v senzoriki pa običajno ne).

S tako vezavo dosežemo tudi frekvenčno odvisno ojačenje. Slika 36.2 prikazuje invertirajoči ojačevalnik z ojačenjem $-\frac{R_b}{R_a}$.



Slika 36.2. Invertirajoči ojačevalnik.

Če namesto upora R_b v vezje vgradimo sklop na sliki 36.1, so signali nizkih frekvenc ojačeni z ojačenjem $-\frac{R_1}{R_a}$, medtem ko so signali visokih frekvenc ojačeni z ojačenjem $-\frac{R1||R2}{R_a}$. Na tak način lahko pri akustičnem ojačevalniku dosežemo poudarjene nizke tone (ang.: bass boost, loudness).

Z vgradnjo sklopa na sliki 36.1 namesto upora R_a dosežemo večje ojačenje visokih frekvenc. Nadomestitev obeh uporov R_a in R_b z obravnavanim sklopom (različnih elementov) nam odpira možnost kombiniranja opisanih učinkov v različnih frekvenčnih področjih. V praksi se v ta namen obravnavano vezje pogosto kombinira z vezji na sliki 35.1 (stran 217); na primer upor R_b se nadomesti s sklopom na sliki 36.1, upor R_a pa z zaporedno vezavo upora in kondenzatorja.

Če namesto fiksnih uporov vgradimo spremenljive upore oziroma potenciometre, lahko karakteristike vezja spreminjamo med delovanjem. Taka izvedba ali njene ustrezne izpeljanke se uporabljajo v akustičnih ojačevalnikih, kjer ima uporabnik možnost ločenega nastavljanja ojačenja (poudarjanja) nizkih in visokih tonov (ang.: bass–treble adjust). Nadaljnje nadgradnje omogočajo ločeno nastavljanje ojačenja v večih frekvenčnih območjih, s čimer dobimo akustični izenačevalnik (ang.: acoustic equalizer).

✎ Princip delovanja analognih filtrov temelji izključno na frekvenčno odvisnem značaju vgrajene kombinacije elementov RC, RL, LC in RLC. Matematično se ta princip delovanja odraža tako, da so različni členi prenosne funkcije vezja zanemarljivi v različnih frekvenčnih področjih.

☾ Vezje na sliki 36.1 lahko uporabljamo tudi za dosego drugega cilja, kjer je vitalnega pomena ravno frekvenčno področje, v katerem je kapacitivni značaj vezja prevladujoč ali vsaj opazen. Tokrat nam vezje v izbranem vmesnem frekvenčnem področju spremeni fazni kot impedance, medtem ko naj bo njena faza pri visokih in nizkih frekvencah enaka nič, kot bi bila pri vgradnji običajnega upora. Tu nas torej ne zanima sama vrednost ojačenja, ampak ustrezni fazni kot impedance. Razlika glede na predhodno opisani primer je zgolj v naši interpretaciji uporabe, saj vezje v obeh primerih na isti način spreminja tako absolutno vrednost impedance kot njen fazni kot.

36.1 Formalna analiza

Izpeljimo enačbo vhodne impedance vezja na sliki 36.1. Vezava vsebuje dve vzporedni veji, od katerih ima ena impedanco $Z_1 = R_1$, druga pa $Z_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C}$. Impedanca vzporedne vezave je $\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$, kar nam po preureditvi da naslednji izraz.

$$Z(\omega) = R_1 \cdot \frac{1 + j\omega R_2 C}{1 + j\omega(R_1 + R_2)C} \tag{36.1}$$

Imenovalec dobljenega izraza vsebuje dva člena, od katerih je prvi konstanta 1, drugi pa je frekvenčno odvisen. Posledično vezje izkazuje frekvenčno mejo ω_{m1}, ki je enaka $\frac{1}{(R_1+R_2)C}$. Podobno števec vsebuje dva člena, ki določata frekvenčno mejo ω_{m2} z vrednostjo $\frac{1}{R_2 C}$.

Frekvenčna meja ω_{m1} je nižja od ω_{m2}, saj je vsota $(R_1 + R_2)$ večja od vrednosti R_2. Posledično velja $\frac{1}{(R_1+R_2)C} < \frac{1}{R_2 C}$ oziroma $\omega_{\mathrm{m1}} < \omega_{\mathrm{m2}}$.

Pri nizkih frekvencah sta oba člena, ki vsebujeta frekvenco ω, zanemarljiva.

$$Z(\omega)|_{\omega \ll \omega_{\mathrm{m1}}} \approx R_1 \cdot \frac{1 + \cancel{j\omega R_2 C}}{1 + \cancel{j\omega(R_1 + R_2)C}} = R_1 \tag{36.2}$$

Podobno sta pri visokih frekvencah obe konstanti 1 zanemarljivi.

$$Z(\omega)|_{\omega \gg \omega_{\mathrm{m2}}} \approx R_1 \cdot \frac{\cancel{1} + j\omega R_2 C}{\cancel{1} + j\omega(R_1 + R_2)C} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_1||R_2 \tag{36.3}$$

Poenostavitvi potrjujeta, da je vhodna impedanca pri nizkih frekvencah enaka upornosti R_1, pri visokih frekvencah pa vzporedni vezavi $R_1||R_2$.

V vmesnem področju ima vezje bolj ali manj kapacitivni značaj.

$$Z(\omega)|_{\omega_{\mathrm{m1}} \ll \omega \ll \omega_{\mathrm{m2}}} \approx R_1 \cdot \frac{1 + \cancel{j\omega R_2 C}}{\cancel{1} + j\omega(R_1 + R_2)C} = \frac{R_1}{j\omega(R_1 + R_2)C} = \frac{1}{j\omega\left[C \cdot \frac{R_1+R_2}{R_1}\right]} \tag{36.4}$$

Efektivna kapacitivnost vezja je $C \cdot \frac{R_1+R_2}{R_1}$. Pri pogoju $R_2 \ll R_1$ je le–ta približno enaka C. Obratno je pri pogoju $R_2 \gg R_1$ efektivna kapacitivnost mnogo večja od izhodiščne kapacitivnosti C.

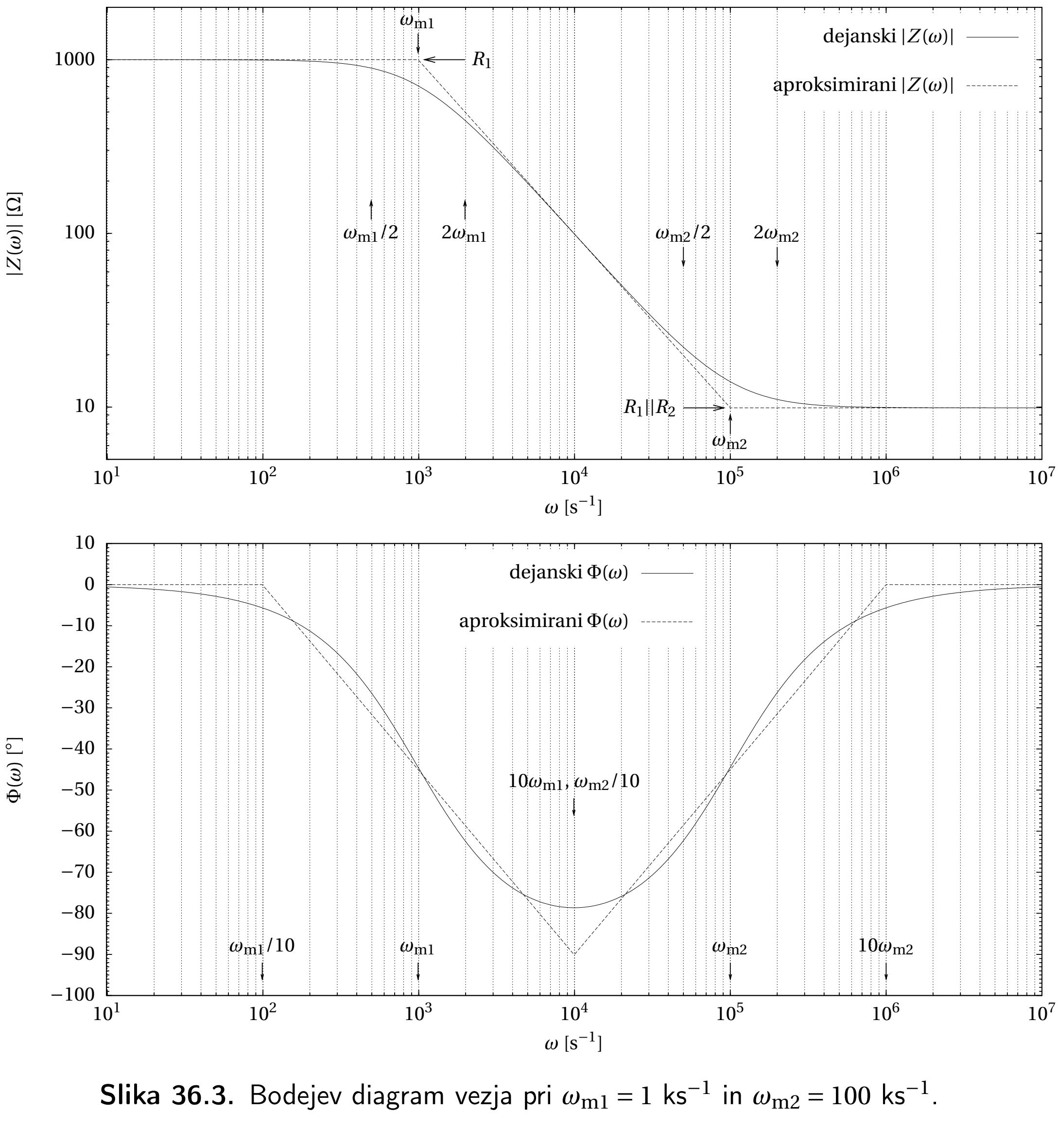
Slednje dejstvo naj nas ne zapelje v razmišljanje, da je možno s tem vezjem kapacitivnost navidezno povečati. Pri pogoju $R_2 \gg R_1$ se obe frekvenčni meji nahajata tesno skupaj, zato kapacitivni značaj vezja ne pride do izraza. Pri taki izbiri elementov ne obstaja frekvenčno področje, za katerega velja $\omega_{\mathrm{m1}} \ll \omega \ll \omega_{\mathrm{m2}}$, zato je dobljeni izraz zgolj matematična anomalija, ki ne odraža dejanskega dogajanja v vezju.

36.2 Grafični prikaz karakteristik

Predhodno navedena dejstva so nazorno razvidna iz grafov v nadaljevanju. Z upoštevanjem frekvenčnih mej ω_{m1} in ω_{m2} zapišimo enačbo 36.1 v naslednji obliki, ki je podlaga za izris ustreznih Bodejevih diagramov.

$$Z(\omega) = R_1 \cdot \frac{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_{m2}}\right)}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_{m1}}\right)} \tag{36.5}$$

Primer 1. Izberimo elemente $R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 10\ \Omega$ in $C = 1\ \mu\mathrm{F}$, ki določijo frekvenčni meji $\omega_{m1} \approx 1\ \mathrm{ks}^{-1}$ in $\omega_{m2} = 100\ \mathrm{ks}^{-1}$. Pripadajoči Bodejev diagram prikazuje slika 36.3. □

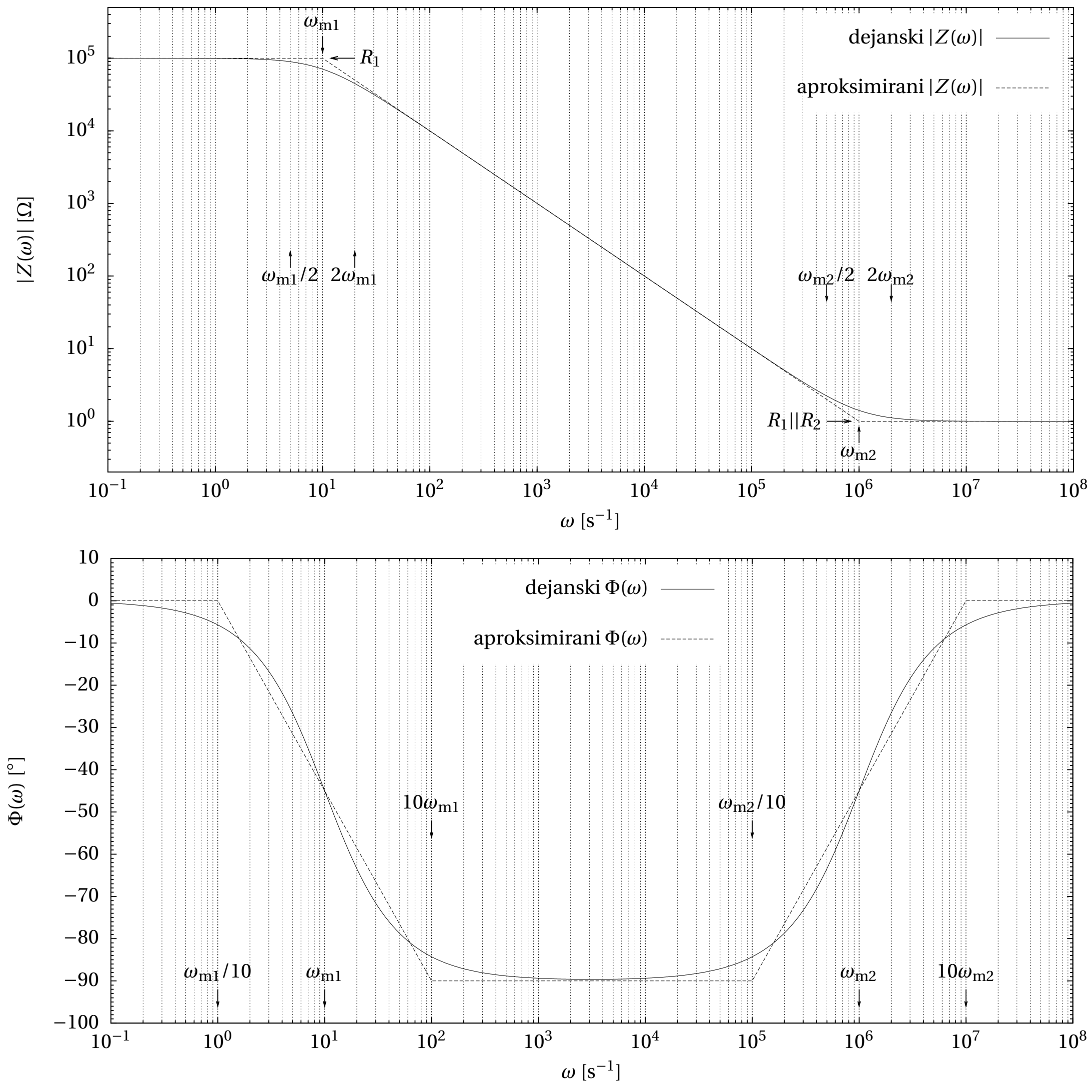


Slika 36.3. Bodejev diagram vezja pri $\omega_{m1} = 1\ \mathrm{ks}^{-1}$ in $\omega_{m2} = 100\ \mathrm{ks}^{-1}$.

Pri nizkih frekvencah je $|Z(\omega)|$ enaka upornosti upora R_1, pri čemer je fazni kot impedance približno 0°. To se ujema s pričakovanji, da se v tem frekvenčnem področju vezje obnaša kot upor R_1 (enačba 36.2). Pri visokih frekvencah se fazni kot impedance zopet približuje vrednosti 0°, $|Z(\omega)|$ pa postane enaka $R_1||R_2$, kar je v skladu z enačbo 36.3.

V okolici frekvence $10\omega_{\mathrm{m1}}$, ki je glede na izbrane elemente tudi frekvenca $\omega_{\mathrm{m2}}/10$, se nakazuje kapacitivni značaj vezja, saj je fazni kot približno −90°, absolutna vrednost impedance pa je obratno sorazmerna s frekvenco vzbujanja.

Primer 2. Upornost R_1 povečajmo na 100 kΩ, upornost R_2 pa zmanjšajmo na 1 Ω. Rezultirajoči frekvenčni meji sta $\omega_{\mathrm{m1}} \approx 10\ \mathrm{s}^{-1}$ in $\omega_{\mathrm{m2}} = 1\ \mathrm{Ms}^{-1}$. Bodejev diagram impedance, ki ustreza tej izbiri, prikazuje slika 36.4. □

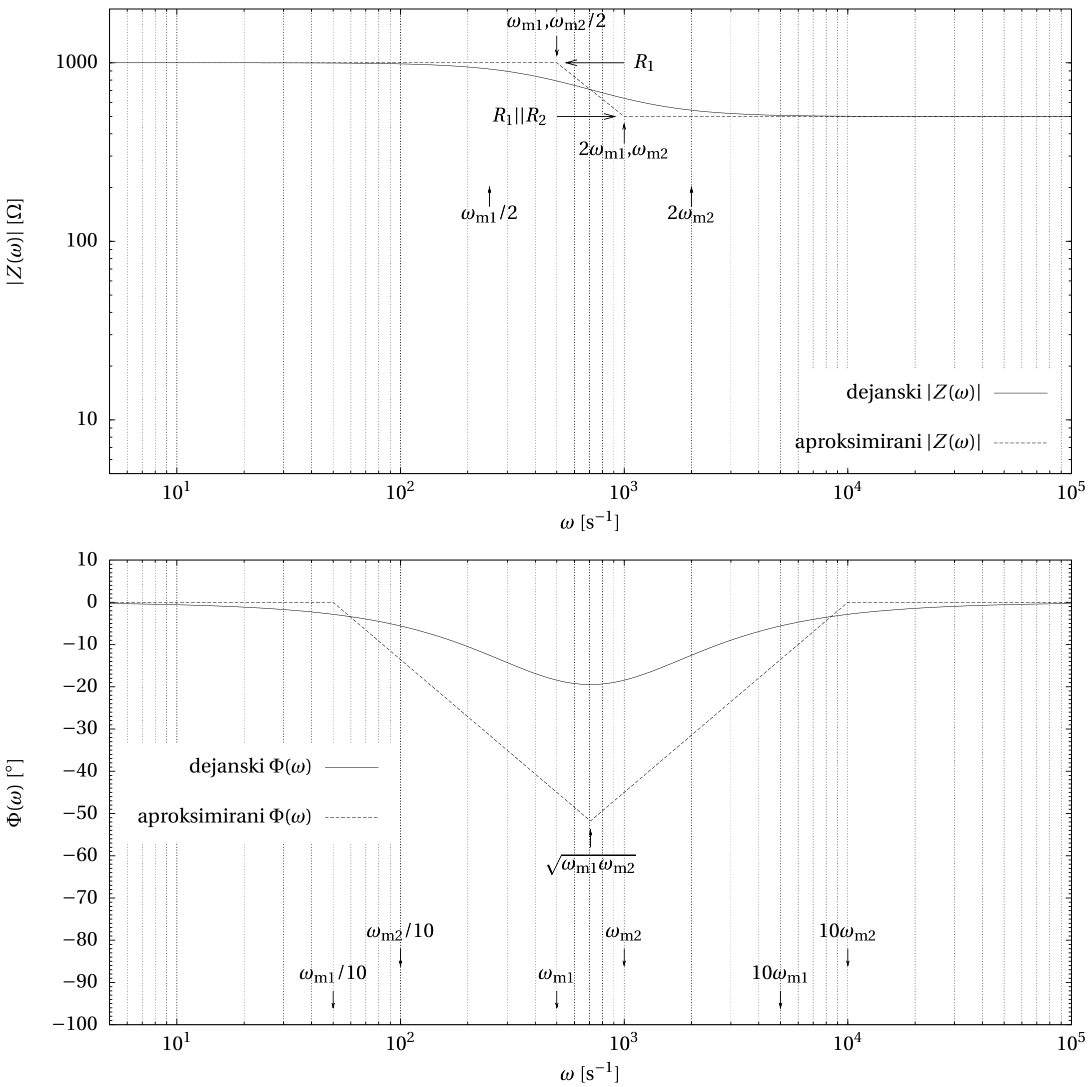


Slika 36.4. Bodejev diagram vezja pri $\omega_{\mathrm{m1}} = 10\ \mathrm{s}^{-1}$ in $\omega_{\mathrm{m2}} = 1\ \mathrm{Ms}^{-1}$.

Najizrazitejša sprememba glede na sliko 36.3 je fazni kot impedance v območju med $100\omega_{m1}$ in $\omega_{m2}/100$ (okvirno med $10^3\ s^{-1}$ in $10^4\ s^{-1}$), ki se sedaj dosti bolj približa vrednosti $-90°$, s čimer ima vezje v tem frekvenčnem območju praktično čisti kapacitivni značaj.

Na sliki 36.3 je bil največji fazni zamik okvirno $-78°$, kar je $-90° + 6° + 6°$. Tako majhen fazni zamik je posledica premalo razmaknjenih frekvenčnih mej. Če ne bi bilo frekvenčne meje ω_{m2}, bi bil pri frekvenci $10\omega_{m1}$ fazni zamik še vedno za $6°$ večji od $-90°$. Če ne bi bilo frekvenčne meje ω_{m1}, bi bil fazni zamik pri frekvenci $\omega_{m2}/10$ še vedno za $6°$ večji od $-90°$. Oba učinka skupaj povzročita, da je fazni zamik pri frekvenci $10\omega_{m1} \approx \omega_{m2}/10$ samo $-78°$, kar je precej neizrazit kapacitivni značaj.

Primer 3. Sedaj naj bosta oba upora 1 kΩ, kar nam da vrednosti $\omega_{m1} = 500\ s^{-1}$ in $\omega_{m2} = 1\ ks^{-1}$. Bodejev diagram, ki ustreza tej kombinaciji, prikazuje slika 36.5. □



Slika 36.5. Bodejev diagram vezja pri $\omega_{m1} = 500\ s^{-1}$ in $\omega_{m2} = 1\ ks^{-1}$.

Tokrat se mejni frekvenci ne razlikujeta niti za eno dekado, zato je vmesno področje povsem neizrazito. Največji fazni zamik znaša okvirno $-20°$, zato je značaj vezja v vmesnem področju daleč od kapacitivnega. Tudi asimptoti faznega kota se sekata mnogo preden dosežeta maksimalni kot $-90°$. To jasno kaže, da se učinki frekvenčnih področij med seboj mešajo.

Karakteristična področja so izrazita, če so pripadajoče mejne frekvence dovolj razmaknjene, kar pomeni vsaj dve dekadi razmika med njimi (kot na sliki 36.3), za popolnoma izrazit potek pa še več (primer na sliki 36.4). Če to ni izpolnjeno, ne dobimo čistih karakterističnih področij, saj se učinki področij med seboj mešajo, kot je prikazano na sliki 36.5.

Na podlagi opisa in analize karakteristik obravnavanega vezja lahko izvedemo naslednja zaključka, ki splošno veljata za vsa vezja. Pri nizkih frekvencah se kondenzatorji obnašajo kot odprte sponke, zato iz vezja efektivno odstranijo elemente, ki so z njimi zaporedno vezani. Pri visokih frekvencah se kondenzatorji obnašajo kot kratki stiki, zato so z njimi zaporedno vezani elementi vsebovani v vezju, kot da kondenzatorjev ne bi bilo.

36.3 Iterativno načrtovanje frekvenčnega odziva ⊕

S predhodno prikazanimi primeri frekvenčnih karakteristik osvetlimo nekaj napotkov za uspešno načrtovanje želene prenosne funkcije. Zamislimo si, da za realizacijo vezja potrebujemo samo nižjefrekvenčni del karakteristike vzporedne vezave upora in kondenzatorja (leva stran slike 35.1 na strani 217) z določeno frekvenčno mejo. Naj bo to frekvenčna meja $1/RC = 10\ \text{ks}^{-1}$, ki jo dobimo z izbiro elementov $R = 100\ \text{k}\Omega$ in $C = 1\ \mu\text{F}$.

Kasneje ugotovimo, da na delovanje elektronskega sklopa slabo vpliva velik fazni zamik admitance pri visokih frekvencah (recimo $+90°$ pri frekvenci $100\ \text{ks}^{-1} = 100/RC$). To se pogosto dogaja pri vezjih z operacijskimi ojačevalniki, kjer neustrezni fazni zamik povratnozančnega sklopa povzroča prenihavanje odziva ali nestabilno delovanje celotnega vezja.

Problem rešujemo tako, da fazni kot pri visokih frekvencah zmanjšamo, pri tem pa poskusimo ohraniti čim bolj nespremenjeno karakteristiko vezja pri nižjih frekvencah. S pogledom na sliko 36.3 ugotovimo, da se fazni kot v visokofrekvenčnem področju zmanjša praktično na $0°$, če zaporedno s kondenzatorjem vežemo ohmski upor.

Dodatek novega upora ima za posledico tudi premik prvotne mejne frekvence, saj je frekvenčna meja ω_{m1} vezja na sliki 36.1 enaka $1/(R_1+R_2)C$ in ne $1/R_1C$.

Ko iterativno dodajamo elemente v določen RC sklop, premikamo predhodno določene mejne frekvence, zato je v splošnem potrebno vse elemente na novo preračunati.

Primer 4. Vzporedni vezavi upora $R_1 = 100\ \mathrm{k}\Omega$ in kondenzatorja $C = 1\ \mu\mathrm{F}$, ki imata frekvenčno mejo $\omega_{\mathrm{m1}} = 10\ \mathrm{s}^{-1}$, zmanjšamo visokofrekvenčni fazni kot impedance z zaporedno vezavo upora $R_2 = 100\ \Omega$ h kondenzatorju. Na novo vpeljana frekvenčna meja ω_{m2} je $10\ \mathrm{ks}^{-1}$, kar je tisočkrat višje od prvotne mejne frekvence ω_{m1}. Izračun pokaže, da se frekvenca ω_{m1} premakne na $9{,}99\ \mathrm{s}^{-1}$, kar pomeni njeno zmanjšanje za 1 ‰. Premik ni znaten, ker je mejna frekvenca ω_{m2} mnogo višja od mejne frekvence ω_{m1}. □

Primer 5. Predhodno dodanemu uporu R_2 spremenimo upornost na $10\ \mathrm{k}\Omega$. S tem se frekvenca ω_{m2} znatno zniža in znaša $100\ \mathrm{s}^{-1}$, kar je samo desetkrat več od prvotne mejne frekvence ω_{m1}. S tem se mejna frekvenca ω_{m1} premakne na $9{,}09\ \mathrm{s}^{-1}$, kar pomeni znižanje za 9 %. Tokrat je premik ω_{m1} znatnejši, ker ji je mejna frekvenca ω_{m2} bližja. □

Primer 6. Obravnavani upor R_2 naj ima upornost $100\ \mathrm{k}\Omega$. Tokrat je frekvenca ω_{m2} enaka $10\ \mathrm{s}^{-1}$, kar je toliko, kot znaša prvotna vrednost ω_{m1}. S tem se mejna frekvenca ω_{m1} premakne na $5\ \mathrm{s}^{-1}$ oziroma za 50 %. Premik je izrazit, saj je mejna frekvenca ω_{m2} istega velikostnega reda kot ω_{m1}. □

✎ Z dodatkom novega elementa v obstoječe *RC* vezje naj bi spremenili samo karakteristiko vezja v določenem frekvenčnem področju. V resnici se s tem spremenijo tudi prvotno prisotne mejne frekvence. Včasih dodani element zanemarljivo vpliva na že obstoječe frekvenčne meje, v splošnem pa moramo zaradi njihovega premika ponovno preračunati celotno vezje.

36.4 Poglobitev diskusije ⊕

Enačbi 36.1 in 36.5 vsebujeta dve frekvenčni meji. Pri tem vrednost ω_{m2} določata samo kondenzator C in upor R_2, medtem ko vrednost ω_{m1} določajo vsi trije elementi. Ta razlika ima naslednje konceptualno ozadje.

Frekvenčna meja ω_{m2} razmejuje frekvenčni področji, v katerih v desni veji vezja na sliki 36.1 prevladuje posamezni element C ali R_2. Pri tem gre torej za *tekmovanje* dveh zaporednih elementov za prevlado v njuni veji. Posledično pripadajočo frekvenčno mejo določata samo elementa, ki med seboj tekmujeta.

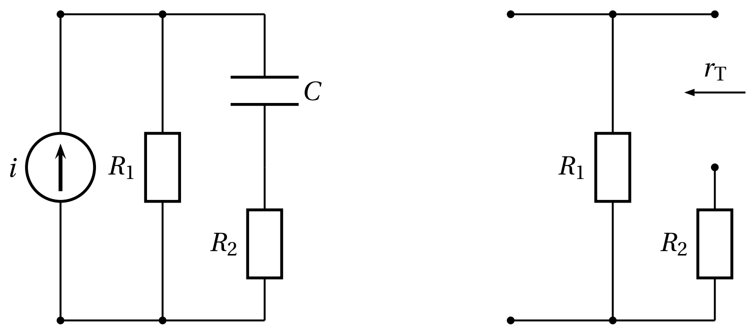
Primer 7. Situacija je analogna dvema krdeloma volkov, ki tekmujeta za teritorij. Na enem območju prevladuje prvo krdelo, na drugem pa drugo. Mejo med obema območjema določata izključno ti dve krdeli, medtem ko nanjo ne vplivajo potencialna ostala krdela v bližini. □

Po drugi strani frekvenčna meja ω_{m1} ne odraža tekmovanja elementov med seboj, ampak dinamiko polnjenja in praznjenja kondenzatorja. Le–ta je odvisna od Theveninove impedance vira, ki kondenzator polni ali prazni (enako kot pri *RC* členu, kot ponazarja analogija vedra z vodo v sekciji **??**).

S stališča kondenzatorja je nepomembno dejansko vezje, v katerega je ta vgrajen, ampak zgolj rezultirajoča Theveninova upornost, ki se čuti na kondenzatorjevih priključnih sponkah. Priklop kondenzatorja v katerikoli vozlišči kakršnekoli vezave ohmskih uporov (na kar se sedaj omejimo) je možno obravnavati kot njegov priklop na Theveninov vir ustreznih parametrov (poglavje 12 na strani 76).

Ker obravnavamo *impedanco* vezja, smatramo, da vezje vzbujamo s tokom. Napetost, ki se pri tem pojavi na priključnih sponkah, pa je odziv ($I \to Z \cdot I \to U$). Vezje na sliki 36.1 torej konceptualno vzbujamo z idealnim tokovnim virom, kot prikazuje leva stran slike 36.6.

Ko iz vezja odstranimo kondenzator C in izklopimo vse vire, dobimo vezje na desni strani slike 36.6.

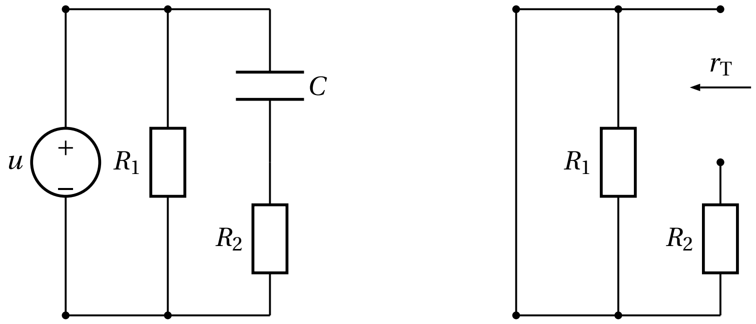


Slika 36.6. Vzbujanje vezja s tokovnim virom (levo) in določanje Theveninove upornosti, ki jo čuti kondenzator (desno).

Iz dobljenega vezja je razvidno, da je kondenzator priklopljen na Theveninov vir z notranjo upornostjo $R_1 + R_2$, ki jo izmeri ohmmeter na kondenzatorjevih priključnih sponkah. Na ti sponki priklopljen element ne more razločevati situacije na levi strani slike 36.6 od priklopa na vir z notranjo upornostjo $R_1 + R_2$. To je razlog, da frekvenčno mejo $\omega_{\mathrm{m}1}$ določajo vsi trije elementi, saj je njena konceptualna vrednost $\omega_{\mathrm{m}1} = \frac{1}{r_{\mathrm{T}}C}$.

Isto situacijo lahko obravnavamo, kot da sta upora R_1 in R_2 v izhodišču vezana vzporedno, nakar prekinemo ustrezno povezavo in vanjo vstavimo kondenzator C. Na ta način izračunamo Nortonovo upornost veje, v katero vgradimo kondenzator (poglavje 13 na strani 80). Rezultat je isti, saj sta Theveninovo in Nortonovo vezje istih priključnih sponk zgolj različna modela, ki utelešata iste karakteristike vira (poglavje 7 na strani 46). Theveninova upornost je pri tem vedno enaka pripadajoči Nortonovi upornosti.

Če nas namesto impedance vezja na sliki 36.1 zanima njegova *admitanca*, smatramo, da vezje vzbujamo z napetostnim virom (leva stran slike 36.7). V tem primeru tok preko vhodnih sponk obravnavamo kot odziv vezja ($U \to Y \cdot U \to I$).



Slika 36.7. Vzbujanje vezja z napetostnim virom (levo) in določanje Theveninove upornosti, ki jo čuti kondenzator (desno).

Izraz za admitanco prikazane kombinacije je obratna vrednost predhodno določene impedance, kar podaja naslednja enačba.

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1 + j\omega(R_1 + R_2)C}{1 + j\omega R_2 C} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m1}}}\right)}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m2}}}\right)} \tag{36.6}$$

Tokrat upor R_1 ne vpliva na dinamiko polnjenja in praznjenja kondenzatorja, saj je vezan na idealni napetostni vir. Napetost u na sponkah zaporedne vezave elementov C in R_2 se zaradi prisotnosti upora R_1 ne spremeni. Slednjega lahko obravnavamo kot dodatni upor R_d na levi strani slike 17.3 (stran 95).

Posledično kondenzator čuti, da je priklopljen na Theveninov vir z notranjo upornostjo R_2, kot razkriva desna stran slike 36.7. To se odraža na frekvenčni meji ω_{m2}, ki tokrat določa dinamiko polnjenja in praznjenja kondenzatorja, saj nastopa v imenovalcu admitance: $\omega_{\mathrm{m2}} = \frac{1}{r_\mathrm{T} C} = \frac{1}{R_2 C}$.

Mejne frekvence $\omega_{\mathrm{m1}} = \frac{1}{(R_1+R_2)C}$ v števcu ne moremo interpretirati na intuitiven način. Podobno kot v predhodnem primeru, kjer kondenzator in upor R_2 tekmujeta za prerazporeditev napetosti, imamo tokrat v vezju dve veji, ki med seboj tekmujeta za prerazporeditev toka. Pripadajoči admitanci teh vej sta $Y_1 = \frac{1}{R_1}$ in $Y_2 = \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C}{1 + j\omega R_2 C}$.

Ko velja $Y_1 \gg Y_2$, teče celotni tok zunanjih priključnih sponk preko upora R_1, medtem ko pri pogoju $Y_1 \ll Y_2$ celotni tok prispeva veja s kondenzatorjem in uporom R_2. Glede na predhodna izvajanja bi na prvi pogled lahko definirali mejno frekvenco ob nastopu pogoja $|Y_1| = |Y_2|$, kar pa ni smiselna definicija.

Če velja $R_2 > R_1$, pogoj $|Y_1| = |Y_2|$ ni izpolnjen pri nobeni frekvenci. V tem primeru je admitanca Y_2 vedno manjša od admitance Y_1, tudi če kondenzator nadomestimo s kratkim stikom. Pogoj $|Y_1| = |Y_2|$ torej ne more biti osnova za definicijo mejne frekvence ω_{m1}.

Ravno tako se definicija ne more sklicevati na razmerje absolutne vrednosti celotne admitance vezja v primerjavi z njeno vrednostjo pri frekvenci nič (ali neskončno) v smislu odstopanja ojačenja za 3 dB, saj se tokrat maksimalni razpon razmerij spreminja z izbiro elementov. Za razliko od te situacije, admitanca vzporedne vezave upora in kondenzatorja doseže neskončnost ne glede na izbiro elementov. V našem primeru lahko admitanca desne veje doseže poljubno majhno vrednost zgolj pri patološki izbiri $R_2 = 0$, medtem ko pri izbiri $R_2 \gg R_1$ ali še izraziteje $R_2 \to \infty$ desna veja sploh ne pride do izraza.

Posledično se lahko zgodi, da kakršnokoli izbrano razmerje admitanc, ki naj bi bilo podlaga za definicijo frekvenčne meje, v določenem vezju ne nastopi pri nobeni vzbujalni frekvenci. Tudi definicija mejne frekvence na podlagi izbranega faznega kota admitance ni smiselna, saj je razpon te veličine ravno tako odvisen od izbire elementov. Obe omejitvi prikazujejo Bodejevi diagrami na slikah od 36.3 do 36.5.

Spoznali smo prvi primer mejne frekvence, ki je ne moremo intuitivno interpretirati, ampak jo obravnavamo zgolj kot formalni matematični rezultat. Tokrat lahko vsaj poškilimo k frekvenčni odvisnosti impedance, ki nam pove, da se prične pri tej frekvenci nekaj opazno dogajati. Ko pa imamo v vezju 41 uporov in 37 kondenzatorjev, se nakazano pojavljanje neintuitivnih frekvenčnih mej samo še stopnjuje.

36.5 Povzetek

Uvod

- Pri nizkih frekvencah se kondenzatorji obnašajo kot odprte sponke, zato iz vezja efektivno odstranijo elemente, ki so vezani zaporedno z njimi.
- Pri visokih frekvencah se kondenzatorji obnašajo kot kratki stiki, zato so z njimi zaporedno vezani elementi vsebovani v vezju, kot da bi kondenzatorje nadomestili z žicami.
- V vmesnih frekvenčnih področjih se zaradi kondenzatorjev pokaže bolj ali manj kapacitivni značaj vezja.
- Obravnavano vezavo lahko uporabljamo na dva način. Pri prvem načinu želimo doseči, da se vezje pri nizkih frekvencah obnaša kot čista ohmska upornost upora, ki se ne nahaja v veji s kondenzatorjem. Pri visokih frekvencah želimo, da vezje izkazuje karakteristiko vzporedne vezave obeh uporov. Vmesno bolj ali manj kapacitivno področje nas pri tem ne zanima.
- Tako obnašanje lahko izkoristimo za izvedbo frekvenčnih sit in ojačevalnikov, katerim se ojačenje s frekvenco spreminja.
- Analogni filtri temeljijo na zanemarjanju različnih členov prenosne funkcije v različnih frekvenčnih področjih.
- Druga možnost uporabe vezja je spreminjanje faze impedance ali admitance v srednjem frekvenčnem področju. To izkoriščamo pri doseganju ustrezne frekvenčne karakteristike vezja ali sistema.

Sekciji 36.1 in 36.2

- Karakteristike posameznih frekvenčnih področij so izrazite, če so mejne frekvence zelo razmaknjene.
- Če se frekvenčne meje le malo razlikujejo, se učinki posameznih frekvenčnih področij med seboj mešajo.

Sekcija 36.3 ⊕

- Pri iterativni korekciji frekvenčne odvisnosti vezja v splošnem spreminjamo vse frekvenčne meje, zato je v vsaki iteraciji znova potrebno preračunati celotno vezje od začetka.

Sekcija 36.4 ⊕

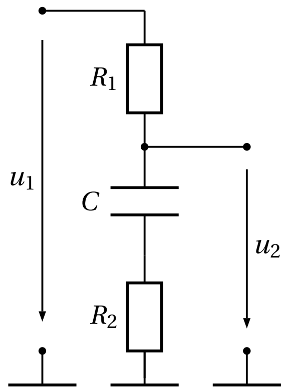
- Frekvenčne meje v imenovalcu impedance ali admitance določajo dinamiko odziva. Pri *RC* vezjih nanje vplivajo kondenzatorji s pripadajočimi Theveninovimi upornostmi, ki jih kondenzatorji čutijo na svojih priključnih sponkah.
- Frekvenčne meje v števcu lahko interpretiramo na intuitiven način zgolj v posebnih primerih, kjer gre za neposredno tekmovanje dveh elementov za prevlado pri ustrezni zaporedni ali vzporedni vezavi.

37 VEZAVA $R+C+R$

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 24 do 27, 35 in 36.

V tem poglavju nadaljujemo z opazovanjem frekvenčne odvisnosti RC kombinacij. Slika 37.1 prikazuje vezje, na katerega se tokrat osredotočamo.

Slika 37.1. Vezava $R+C+R$.



Na podlagi predhodne študije desne strani slike 35.1 (stran 217) vemo, da se zaporedna kombinacija kondenzatorja C in upora R_2 pri nizkih frekvencah obnaša kot kondenzator, pri visokih frekvencah pa kot upor. Sledi, da se vezje na sliki 37.1 pri nizkih frekvencah obnaša kot RC člen iz upora R_1 in kondenzatorja C, pri visokih frekvencah pa kot napetostni delilnik iz uporov R_1 in R_2.

Nadalje sklepamo, da je mejna frekvenca RC člena približno $\frac{1}{R_1C}$, vsaj v primeru, ko velja $R_2 \ll R_1$, saj RC člen sestavljata upor R_1 in kondenzator C. Prav tako ugibamo, da se RC člen spremeni v napetostni delilnik pri frekvenci $\frac{1}{R_2C}$, kar je mejna frekvenca kombinacije na desni strani slike 35.1.

Ugotovitve preverimo analitično. Uporu R_1 pripišimo impedanco Z_1, zaporedni vezavi upora R_2 in kondenzatorja pa impedanco $Z_2 = R_2+\frac{1}{j\omega C}$. S tem vezje obravnavamo kot napetostni delilnik iz impedanc Z_1 in Z_2.

$$H(\omega) = \frac{Z_2}{Z_1+Z_2} = \frac{R_2+\frac{1}{j\omega C}}{R_1+R_2+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1+j\omega R_2 C}{1+j\omega(R_1+R_2)C} \tag{37.1}$$

Glede na predhodno analizo enačbe 36.1 (stran 224) imamo dve mejni frekvenci. Mejna frekvenca ω_{m1} je $\frac{1}{(R_1+R_2)C}$, medtem ko je mejna frekvenca ω_{m2} enaka $\frac{1}{R_2C}$.

Mejna frekvenca ω_{m2} je enaka $\frac{1}{R_2C}$, kot smo napovedali, medtem ko vrednost ω_{m1} ni enaka $\frac{1}{R_1C}$. Skladno s sekcijo 36.4 (stran 229) obstaja med obema mejnima frekvencama konceptualna razlika. Vrednost ω_{m2}, ki nastopa v števcu prenosne funkcije, odraža tekmovanje dveh elementov v veji za prevlado. Po drugi strani ω_{m1} nastopa v imenovalcu prenosne funkcije, zato odraža dinamiko vezja. Upornost R_1+R_2 je enaka Theveninovi upornosti vezja, na katerega je priklopljen kondenzator. To postane razvidno, ko izklopimo vir u_1 (vezava v kratek stik) in odstranimo kondenzator iz vezja, nato pa določimo upornost med kondenzatorjevima priključnima sponkama.

Ko velja $\omega \ll \omega_{\mathrm{m}1}$, ima frekvenčni odziv vrednost 1, kar vidimo iz naslednje poenostavitve, ki ustreza enačbi 24.7 (stran 136) pri obravnavi RC člena.

$$|H(\omega)|_{\omega \ll \omega_{\mathrm{m}1}} \approx \frac{1+\cancel{j\omega R_2 C}}{1+\cancel{j\omega(R_1+R_2)C}} = 1 \tag{37.2}$$

Pri srednjih frekvencah, ko je $\omega_{\mathrm{m}1} \ll \omega \ll \omega_{\mathrm{m}2}$, velja naslednja poenostavitev, ki ustreza karakteristiki RC člena pri visokih frekvencah (enačba 24.8 na strani 136).

$$H(\omega)_{\omega_{\mathrm{m}1} \ll \omega \ll \omega_{\mathrm{m}2}} \approx \frac{1+\cancel{j\omega R_2 C}}{\cancel{1}+j\omega(R_1+R_2)C} = \frac{1}{j\omega(R_1+R_2)C} = \frac{1}{(R_1+R_2)C} \cdot \left(\frac{1}{j\omega}\right) \tag{37.3}$$

Efektivna upornost RC člena je (R_1+R_2). Če nadalje velja $R_2 \ll R_1$, se aproksimacija še dodatno poenostavi v naslednjo obliko, ki razkriva RC člen, sestavljen samo iz upora R_1 in kondenzatorja C.

$$H(\omega)_{(\omega_{\mathrm{m}1} \ll \omega \ll \omega_{\mathrm{m}2}) \wedge (R_2 \ll R_1)} \approx \frac{1}{j\omega(R_1+\cancel{R_2})C} = \frac{1}{j\omega R_1 C} \tag{37.4}$$

Pri visokih frekvencah $\omega \gg \omega_{\mathrm{m}2}$ sledi še zadnja poenostavitev, ki razkrije delovanje napetostnega delilnika, sestavljenega iz obeh uporov.

$$H(\omega)_{\omega \gg \omega_{\mathrm{m}2}} \approx \frac{\cancel{1}+j\omega R_2 C}{\cancel{1}+j\omega(R_1+R_2)C} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \tag{37.5}$$

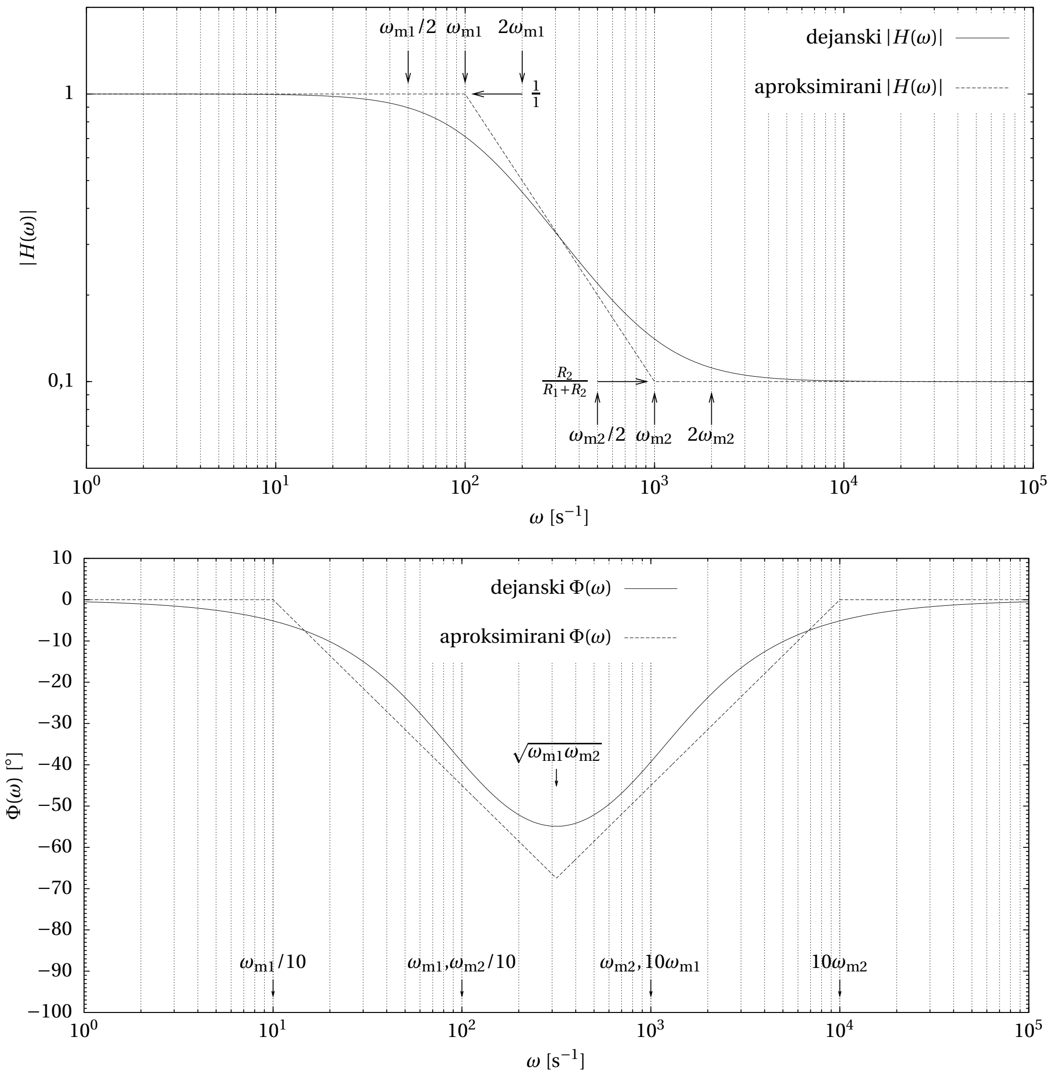
Pri srednjih frekvencah dosežemo čisto RC karakteristiko le, če je mejna frekvenca $\omega_{\mathrm{m}2}$ mnogo višja od mejne frekvence $\omega_{\mathrm{m}1}$, kar je izpolnjeno pri $R_2 \ll R_1$.

> **Primer 1.** Vezje sestavljajo elementi z vrednostmi $R_1 = 9\ \mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ in $C = 1\ \mathrm{\mu F}$. Mejni frekvenci, ki iz tega sledita, sta $\omega_{\mathrm{m}1} = 100\ \mathrm{s}^{-1}$ in $\omega_{\mathrm{m}2} = 1\ \mathrm{ks}^{-1}$. Pripadajoči Bodejev diagram prikazuje slika 37.2. □

Pri nizkih frekvencah je izhodni signal enak vhodnemu, saj je amplitudni odziv enak 1, fazni odziv pa 0°. Oboje ustreza RC členu pri nizkih frekvencah. Ko presežemo mejno frekvenco $\omega_{\mathrm{m}1}$, amplitudni odziv upada, fazni odziv pa se povečuje v negativno smer, kar ustreza RC členu nad njegovo frekvenčno mejo.

Nad mejno frekvenco $\omega_{\mathrm{m}2}$ vezje pridobiva značaj napetostnega delilnika iz uporov R_1 in R_2, kar vidimo iz amplitudnega odziva v visokofrekvenčnem območju. Prav tako postaja fazni odziv v tem območju enak 0°, kar ustreza čistemu uporovnemu delilniku.

Vmesno območje RC člena pri visokih frekvencah ni izrazito, ker sta mejni frekvenci preveč skupaj. Frekvenca, v kateri je fazni odziv po absolutni vrednosti največji, je geometrična sredina obeh frekvenčnih mej.



Slika 37.2. Bodejev diagram vezja na sliki 37.1.

37.1 Povzetek

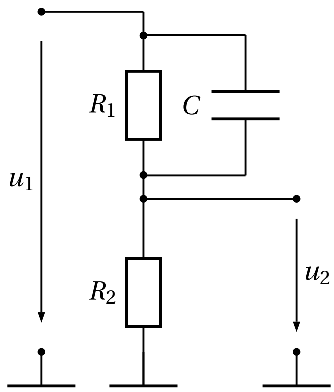
- Razumevanje obravnavane vezave temelji na ugotovitvah predhodnega poglavja.
- Pri nizkih frekvencah upor, ki je zaporedno vezan s kondenzatorjem, ne vpliva na delovanje in karakteristike vezja.
- Pri visokih frekvencah je isti upor prisoten v vezju, kot da kondenzatorja ne bi bilo.
- V vmesnem frekvenčnem področju pride do izraza tudi karakteristika kondenzatorja.
- V konkretnem obravnavanem primeru kondenzator (skupaj s Theveninovo upornostjo vezja ⊕) uteleša RC člen.

38 VEZAVA $(R||C)+R$

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 24 do 27 in od 35 do 37.

Analizirajmo še vezje na sliki 38.1. Pri nizkih frekvencah kondenzator zanemarljivo vpliva na delovanje, zato se vezje obnaša kot napetostni delilnik iz uporov R_1 in R_2. Ko vzbujalna frekvenca preseže frekvenčno mejo $\frac{1}{R_1 C}$, postaja upor R_1 zanemarljiv, saj namesto njega prične prevladovati kondenzator. Vezje postane CR člen, ki ga sestavljata kondenzator in upor R_2, zato je njegova mejna frekvenca enaka $\frac{1}{R_2 C}$ (vsaj ko velja $R_1 \gg R_2$).

Slika 38.1. Vezava $(R||C)+R$.



Podane sklepe podkrepimo s formalno analizo. Vzporedni vezavi kondenzatorja in upora R_1 priredimo impedanco Z_1, uporu R_2 pa impedanco Z_2, tako da dobimo impedančni napetostni delilnik.

$$H(\omega)=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}=\frac{R_2}{\frac{\frac{1}{j\omega C}\cdot R_1}{\frac{1}{j\omega C}+R_1}+R_2}=\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot\frac{1+j\omega R_1 C}{1+j\omega\left(\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}\right)C} \tag{38.1}$$

Dobljeni zapis preuredimo v naslednjo nazornejšo obliko.

$$H(\omega)=\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot\frac{1+j\omega R_1 C}{1+j\omega(R_1||R_2)C}=\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot\frac{1+j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m1}}}\right)}{1+j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m2}}}\right)} \tag{38.2}$$

Mejna frekvenca ω_{m1} je enaka $\frac{1}{R_1 C}$, mejna frekvenca ω_{m2} pa je $\frac{1}{(R_1||R_2)C}$. Ker velja $R_1 > R_1||R_2$, sledi $\omega_{\mathrm{m1}} < \omega_{\mathrm{m2}}$.

Mejna frekvenca ω_{m1} odraža tekmovanje dveh elementov za prevlado, zato nanjo vplivata samo R_1 in C. Mejna frekvenca ω_{m2} nastopa v imenovalcu prenosne funkcije in odraža dinamiko vezja, zato je pri njej efektivna upornost enaka Theveninovi upornosti vira, na katerega je priklopljen kondenzator. Ta upornost znaša $R_1||R_2$, kar je razvidno, ko izklopimo vir u_1 in kondenzator ter določimo upornost na kondenzatorjevih priključnih sponkah.

Pri nizkih frekvencah ($\omega \ll \omega_{\mathrm{m1}}$) sta oba frekvenčno odvisna člena zanemarljiva, zato se vezje obnaša kot napetostni delilnik.

$$H(\omega)_{\,\omega\ll\omega_{\mathrm{m1}}} \approx \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot\frac{1+\cancel{j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m1}}}\right)}}{1+\cancel{j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m2}}}\right)}} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \tag{38.3}$$

V srednjefrekvenčnem področju, kjer velja $\omega_{\mathrm{m1}} \ll \omega \ll \omega_{\mathrm{m2}}$, dobimo naslednji izraz, ki ustreza frekvenčnemu odzivu *CR* člena pri nizkih frekvencah (enačba 27.7 na strani 155). Efektivna upornost upora, ki sestavlja *CR* člen, je $R_1||R_2$.

$$|H(\omega)|_{\,\omega_{\mathrm{m1}}\ll\omega\ll\omega_{\mathrm{m2}}} \approx \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot\frac{\cancel{1}+j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m1}}}\right)}{1+\cancel{j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m2}}}\right)}} = j\omega(R_1||R_2)C \tag{38.4}$$

Če velja $R_1 \gg R_2$, je vzporedna vezava $R_1||R_2$ približno enaka R_2, zato se vezje obnaša kot *CR* člen, sestavljen iz kondenzatorja C in upora R_2.

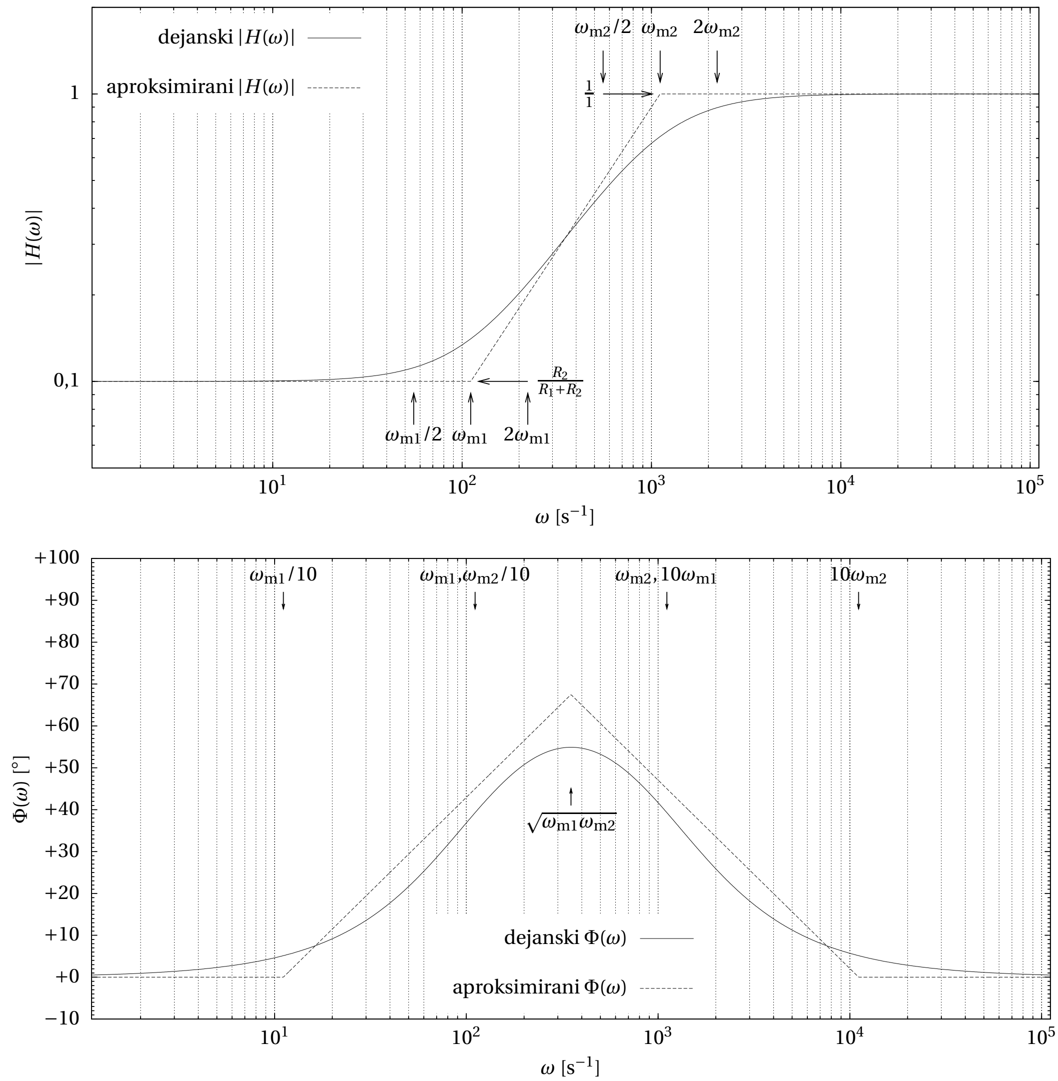
Pri visokih frekvencah sta obe konstanti 1 zanemarljivi, kar nam da frekvenčni odziv *CR* člena pri visokih frekvencah.

$$|H(\omega)|_{\,\omega\gg\omega_{\mathrm{m2}}} \approx \left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\cdot\frac{\cancel{1}+j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m1}}}\right)}{\cancel{1}+j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m2}}}\right)} = 1 \tag{38.5}$$

Primer 1. Elementi vezja so $R_1 = 9$ kΩ, $R_2 = 1$ kΩ in $C = 1$ μF. Mejni frekvenci sta $\omega_{\mathrm{m1}} \approx 111\ \mathrm{s}^{-1}$ in $\omega_{\mathrm{m2}} \approx 1{,}11\ \mathrm{ks}^{-1}$. Ustrezni Bodejev diagram prikazuje slika 38.2. □

Pri nizkih frekvencah je amplitudni odziv enak odzivu delilnika iz uporov R_1 in R_2, medtem ko je fazni odziv 0°. Nad mejno frekvenco ω_{m1} prične amplitudni odziv s frekvenco naraščati, fazni odziv pa postaja čedalje bolj pozitiven. Oboje je značilnost *CR* člena pod njegovo frekvenčno mejo. Nad mejno frekvenco ω_{m2} postopno postane amplitudni odziv enak 1, fazni odziv pa 0°, kar je značilno za *CR* člen nad njegovo frekvenčno mejo. Vmesno frekvenčno območje zopet ni izrazito, ker sta mejni frekvenci preveč skupaj.

V elektroniki pogosto potrebujemo frekvenčno odvisne *RC* sklope, sestavljene iz majhnega števila uporov in kondenzatorjev. V mnogih primerih teh sklopov ni potrebno formalno analizirati z izpeljavo njihovih frekvenčnih, amplitudnih in faznih odzivov, saj obnašanje dokaj zadovoljivo napovemo z nakazanimi opisi in aproksimacijami.



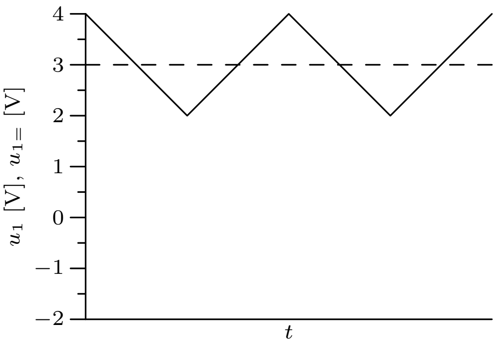
Slika 38.2. Bodejev diagram vezja na sliki 38.1.

38.1 Časovni odziv na trikotni signal

Oglejmo si obnašanje analiziranega vezja pri vzbujanju s trikotnim signalom na sliki 38.3. Nedoločeno merilo abscisne osi razkriva, da bomo frekvenco signala spreminjali, medtem ko bo njegova oblika vedno enaka. Za razliko od trikotnega signala pri prejšnjih nalogah, je sedanji trikotni signal vertikalno dvignjen za dodaten 1 V, tako da je njegova povprečna vrednost enaka 3 V in ne več 2 V. Premik je izveden zgolj zaradi večje preglednosti grafov, saj se s to spremembo vhodni in izhodni signal ne prekrivata.

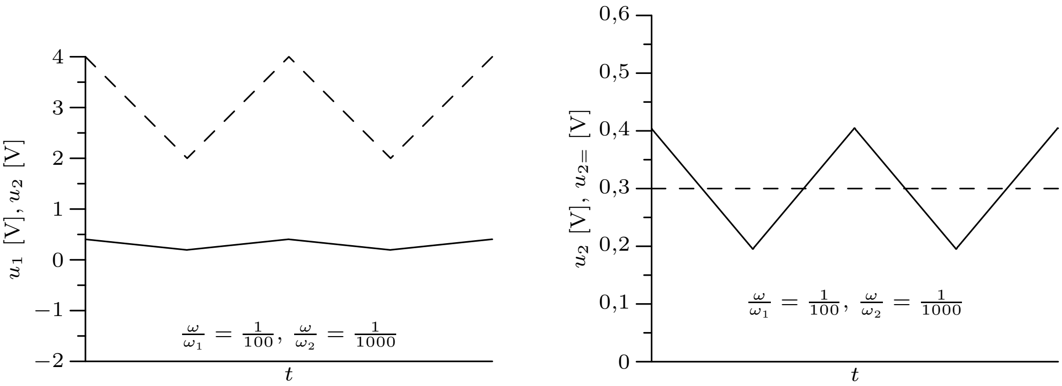
> **Primer 2.** Vezje je sestavljeno iz istih elementov, kot so uporabljeni pri izrisu Bodejevega diagrama na sliki 38.2. Ti elementi so $R_1 = 9\ \mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ in $C = 1\ \mu\mathrm{F}$, iz česar sledita mejni frekvenci $\omega_{m1} \approx 111\ \mathrm{s}^{-1}$ in $\omega_{m2} \approx 1,11\ \mathrm{ks}^{-1}$. □

Pri študiju odzivov je zlasti zanimiva povezava med funkcijami, ki naj bi jih vezje opravljalo v posameznih frekvenčnih območjih (ojačevanje ali slabljenje, odvajanje in integriranje), in med načinom preoblikovanja vhodnega signala.



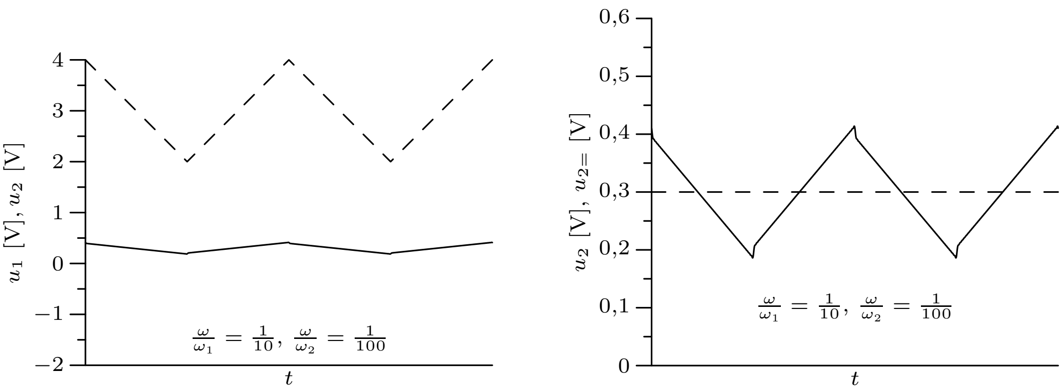
Slika 38.3. Trikotni vzbujalni signal.

Ko je frekvenca signala dosti nižja od najnižje frekvenčne meje vezja, dobimo odziv napetostnega delilnika z delilnim razmerjem 1:10 (enačba 38.3). To potrjuje potek izhodnega signala na sliki 38.4, kjer zlasti na desnem povečanem grafu vidimo, da je izhodni signal po obliki enak vhodnemu, le da je slabljen z ustreznim delilnim razmerjem. Slabljena je tudi enosmerna komponenta, ki na izhodu znaša 0,3 V, zato je signal ustrezno vertikalno premaknjen. Pri tem ne gre za izločanje enosmerne komponente kot pri *CR* členu.



Slika 38.4. Odziv na trikotni signal nizkih frekvenc; desna stran je povečana.

Pri desetini prve mejne frekvence (slika 38.5) izhodni signal postane skoraj nezvezen v točkah, kjer se strmina vhodnega signala spremeni, drugače pa ima njegov potek še vedno obliko trikotnega signala.

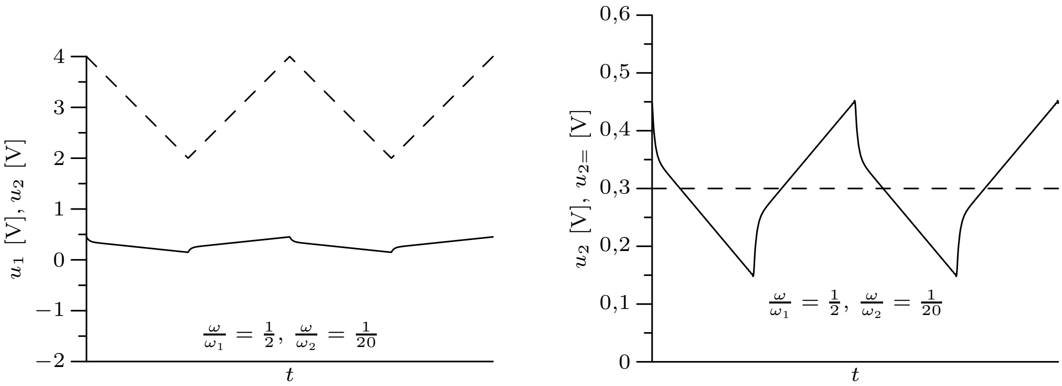


Slika 38.5. Odziv na trikotni signal desetkrat nižje frekvence od prve frekvenčne meje; desna stran je povečana.

Vezje se že delno obnaša kot *CR* člen z mejno frekvenco ω_{m2}, ki je enaka $10\omega_{\mathrm{m1}}$. Ker je frekvenca signala enaka $\omega_{\mathrm{m1}}/10$, se s stališča tega *CR* člena nahajamo pri stotini njegove mejne frekvence. V tem področju bi nam vzbujanje čistega *CR* člena s trikotnim signalom na izhodu dalo skoraj pravokotni signal, za katerega so značilne nezveznosti (slika 32.7 na strani 208).

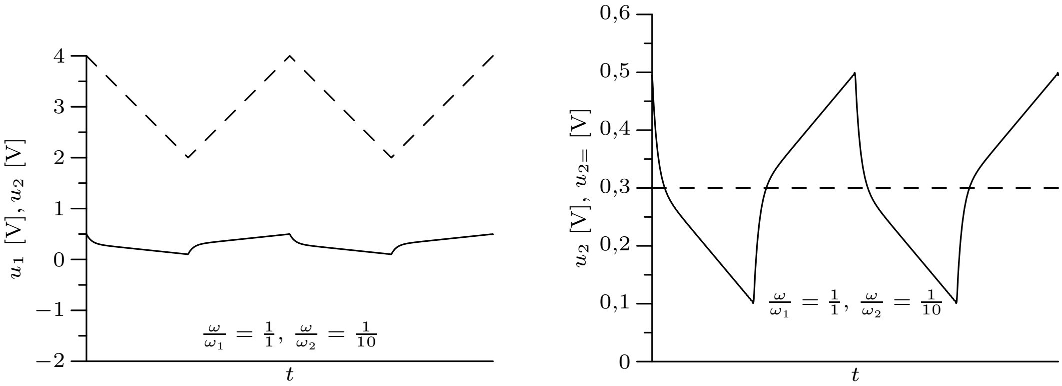
Dogajanje na sliki 38.5 je kombinacija vpliva napetostnega delilnika in *CR* člena. Delilnikov vpliv še vedno močno prevladuje, saj se nahajamo celotno dekado pod prvo frekvenčno mejo, zato je izhodni signal po obliki dokaj podoben vhodnemu. V izhodnem signalu se opazi zgolj, da *CR* člen pričenja signal odvajati. Slednji vpliv ni dominanten, zato ga opazimo samo v točkah, kjer se odvod najbolj spremeni. V tem frekvenčnem področju ima namreč recesivni *CR* člen zgolj na mestih nezveznosti dovolj velik odziv, da se njegov vpliv opazno prišteje k dominantnemu vplivu delilnika.

Pri polovici prve mejne frekvence (slika 38.6) se izrazito povečuje vpliv *CR* člena v primerjavi z vplivom delilnika. Posledično je izhodni signal vsaj delno podoben odvodu vhodnega signala. To je lepše vidno na levi strani slike, kjer ni popačenja zaradi različnih meril koordinatnih osi.



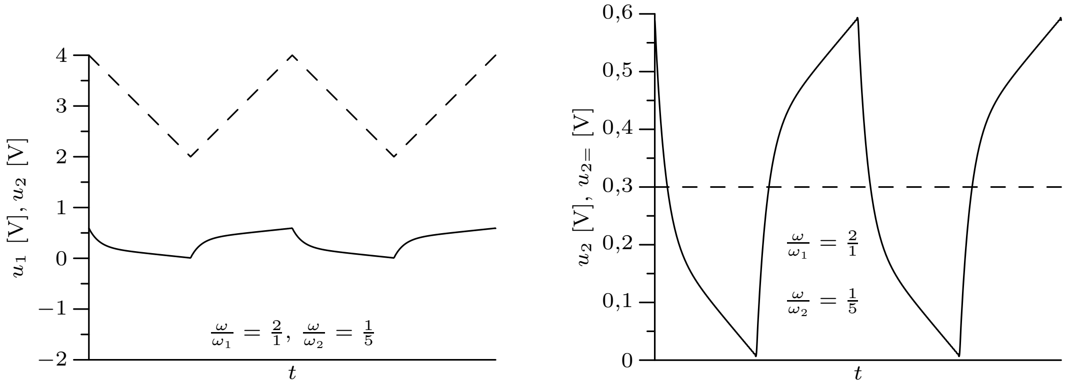
Slika 38.6. Odziv na trikotni signal dvakrat nižje frekvence od prve frekvenčne meje; desna stran je povečana.

Dvig signalne frekvence do prve mejne frekvence (slika 38.7) ne razkrije novih pojavov, saj se pri tem zgolj stopnjuje predhodno dogajanje.



Slika 38.7. Odziv na trikotni signal frekvence, ki je enaka prvi frekvenčni meji; desna stran je povečana.

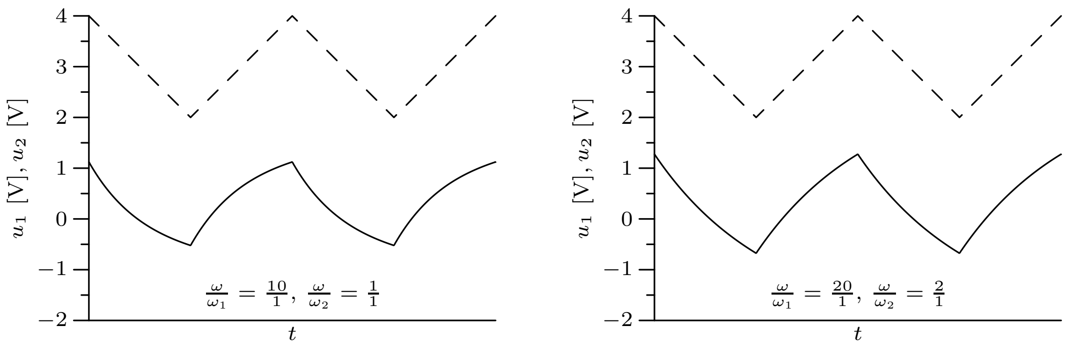
Prav tako ne opazimo ničesar bistveno novega pri dvigu frekvence na dvojno vrednost prve mejne frekvence (slika 38.8).



Slika 38.8. Odziv na trikotni signal dvakrat večje frekvence od prve frekvenčne meje; desna stran je povečana.

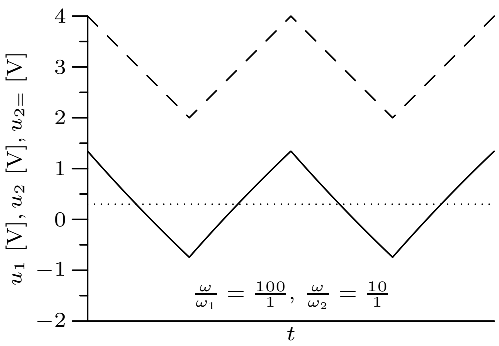
Kljub podobni obliki signala je iz primerjave slik od 38.6 do 38.8 razvidno, da amplituda signala s frekvenco narašča. To je posledica čedalje večjega prepuščanja signala preko *CR* člena.

Signalno frekvenco dvignimo na desetkratno vrednost ω_{m1}, ki je hkrati enaka mejni frekvenci *CR* člena ω_{m2} (slika 38.9, levo). S tem se bližamo visokofrekvenčnemu področju *CR* člena, kjer se signal prevaja nespremenjen. Izhodni signal postaja po obliki in velikosti enak vhodnemu, zato za njegovo preučevanje povečanih prikazov ne potrebujemo več.



Slika 38.9. Odziv na trikotni signal enake (levo) in dvakrat višje (desno) frekvence od druge frekvenčne meje.

Pri dvigu frekvence na dvakratno vrednost mejne frekvence *CR* člena postaja izhodni signal vedno bolj podoben vhodnemu (slika 38.9, desno). Pri desetkratni vrednosti ω_{m2} (slika 38.10) je izhodni signal po obliki praktično enak vhodnemu. Enosmerna komponenta, ki spada v območje nizkih frekvenc, ostaja slabljena s faktorjem 1:10, saj jo prevaja zgolj prvotni napetostni delilnik.



Slika 38.10. Odziv na trikotni signal visokih frekvenc.

Funkcija odvajanja, ki je značilna za *CR* člen, ni izrazita v nobenem frekvenčnem področju, ker sta mejni frekvenci ω_{m1} in ω_{m2} preveč skupaj. Slika 38.2 razkriva, da je največji fazni zamik okvirno +50°, kar je mnogo pod +90°, kolikor znaša fazni zamik diferenciatorja.

Na podlagi Bodejevega diagrama, ki striktno gledano napoveduje odziv vezja zgolj na sinusno vzbujanje, in izsledkov Fourierove vrste lahko dokaj natančno napovemo obnašanje vezja pri vzbujanju s poljubnimi signali. Linearno vezje lahko izvaja zgolj funkcije ojačenja (ali slabljenja), odvajanja in integriranja. Prvega nakazuje fazni odziv v bližini 0°, slednja dva pa fazni odziv v bližini +90° ali −90°. Fazni odziv v vmesnem področju nakazuje neizrazitost določene funkcije. Možna so še večkratna odvajanja ali integriranja.

Pri analizi frekvenčne odvisnosti vezij konceptualno zadostuje, da imamo na razpolago samo graf amplitudnega odziva, iz katerega lahko (mnogokrat) sklepamo tudi na fazni odziv. Če se amplitudni odziv pri določeni frekvenci lomi navzdol, je tam frekvenčna meja, ki veča fazni odziv v negativno smer. Kjer se amplitudni odziv lomi navzgor, se veča fazni odziv v pozitivno smer. Če je amplitudni odziv frekvenčno konstanten, je fazni odziv v bližini $\pm n \cdot 360°$ (invertirajoči ojačevalnik lahko fazo spremeni za dodatnih 180°). To nakazuje, da lahko iz znanega amplitudnega odziva (mnogokrat) direktno skiciramo potek faznega odziva. Slednji je še vedno nadvse dobrodošel, saj je bistveno bolj pregledno vezja analizirati z njegovo pomočjo, kot pa si ga med analizo stalno izrisovati v mislih.

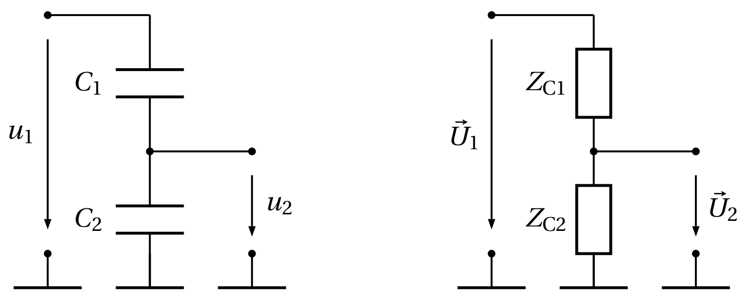
38.2 Povzetek

- Razumevanje obravnavane vezave temelji na ugotovitvi, da se vzporedna vezava upora in kondenzatorja pri nizkih frekvencah obnaša kot upor brez kondenzatorja. Ista kombinacija se pri visokih frekvencah obnaša kot kondenzator brez upora.
- Posledično se vezje pri nizkih frekvencah obnaša kot napetostni delilnik, pri visokih frekvencah pa kot *CR* člen. Pri slednjem frekvenčno področje delimo naprej na območji pod in nad pripadajočo mejno frekvenco.

39 Kapacitivni delilnik

Predznanja vsebujejo VIS poglavja 23, 3 in 14.

Slika 39.1 (levo) prikazuje kapacitivni napetostni delilnik. V nizkofrekvenčni senzorski elektroniki ima ta sklop več ali manj parazitno vlogo, saj, podobno kot parazitni *CR* člen, nezaželeno prevaja signale preko galvansko ločenih kovin.



Slika 39.1. Kapacitivni delilnik (levo) in njegov impedančni model (desno).

Lastnosti kapacitivnega delilnika preučimo z njegovim impedančnim modelom, ki ga prikazuje desna stran slike 39.1. Prenosno funkcijo podaja naslednja enačba.

$$H(\omega) = \frac{Z_{C2}}{Z_{C1}+Z_{C2}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{\frac{1}{j\omega C_1}+\frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{\frac{C_2+C_1}{j\omega C_1 C_2}} = \frac{C_1}{C_1+C_2} \qquad (39.1)$$

Rezultat je strukturno podoben izrazu $\frac{R_2}{R_1+R_2}$ za uporovni delilnik, le da tokrat v števcu nimamo izhodnega kondenzatorja C_2, ampak preostali kondenzator C_1.

Delilno razmerje (frekvenčni odziv) kapacitivnega delilnika ni frekvenčno odvisno, ker se impedanci kondenzatorjev proporcionalno enako spreminjata s frekvenco, zato ostaja rezultirajoče razmerje vedno isto.

Theveninovo upornost kapacitivnega delilnika podaja naslednji izraz.

$$Z_T = Z_{C1}||Z_{C2} = \frac{Z_{C1}Z_{C2}}{Z_{C1}+Z_{C2}} = \frac{1}{j\omega}\cdot\left(\frac{1}{C_1+C_2}\right) \qquad (39.2)$$

Pri frekvenci 0 Hz postane Theveninova upornost kapacitivnega delilnika neskončna, zato kakršnokoli breme s končno upornostjo (tudi upornost izolacije) povzroči *popolno* sesedanje izhodne napetosti. To je razlog, da v nizkofrekvenčnih vezjih kapacitivnih delilnikom ne moremo koristno uporabiti.

Možna je tudi naslednja alternativna razlaga. Pri čistem uporovnem bremenu, kar je edina možnost pri frekvenci 0 Hz, se glede na sliko 14.1 (stran 85) bremenski upor veže vzporedno s kondenzatorjem C_2. Kombinacija $R_B||C_2$ se pri nizkih frekvencah obnaša kot čisti ohmski upor (enačbi 35.4 na strani 218), zato kakršnokoli končno ohmsko breme povzroči, da se pri frekvenci 0 Hz kapacitivni delilnik spremeni v *CR* člen, ki ima pri tej frekvenci amplitudni odziv enak 0.

Kapacitivno delilno razmerje po enačbi 39.1 teoretično velja tudi pri vzbujanju z enosmerno komponento. Tega v praksi ne moremo izkoristiti zaradi naraščanja delilnikove Theveninove upornosti proti neskončnosti, ko vzbujalna frekvenca upada proti nič.

Z višanjem vzbujalne frekvence Theveninova upornost kapacitivnega delilnika upada, zato ta sklop prej ali slej postane dober napetostni vir, ki signal učinkovito prevaja po enačbi 39.1.

Parazitne kapacitivnosti so prisotne med vsakima paroma kovin, zato so tudi parazitni kapacitivni delilniki nujno zlo elektronske realnosti. Njihov obstoj je še posebej problematičen pri digitalnih signalih in ostalih signalih, ki imajo strme napetostne prehode. Fourierova analiza teh signalov razkrije pestro vsebovanost višjih harmonikov, ki se preko parazitnih kapacitivnih delilnikov sklapljajo z občutljivimi analognimi signali. To predstavlja velik problem pri načrtovanju vgrajenih senzorskih sistemov, kjer običajno v relativno majhno ohišje vgradimo tesno skupaj digitalni del, ki ga sestavljajo mikrokrmilnik, FPGA vezja in podobno, ter analogni del. Slednji je tipično močno podvržen motnjam, ki jih povzroča digitalni del.

39.1 Povzetek

- Podobno kot uporovni delilnik ima tudi kapacitivni delilnik frekvenčno neodvisno delilno razmerje.
- Pri nizkih frekvencah kapacitivni delilnik ne vpliva na delovanje vezja zaradi njegove ogromne Theveninove upornosti.
- Pri višjih frekvencah postane Theveninova upornost kapacitivnega delilnika majhna, zato ta sklop postane učinkovit napetostni delilnik.
- Kapacitivni delilniki se v vezju pogosto pojavljajo parazitno, saj imamo parazitno kapacitivnost med vsakim parom galvansko ločenih kovin.

40 REALNEJŠI UPOR

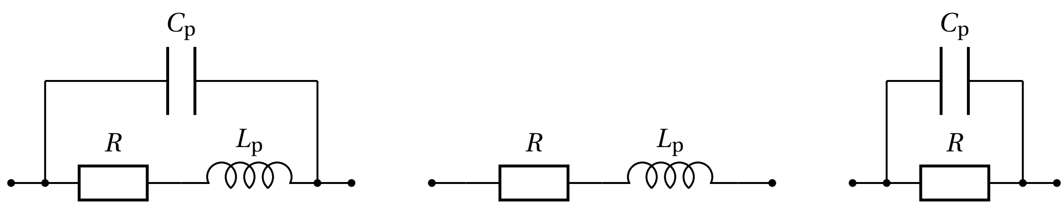
Predznanja vsebuje VIS poglavje 35.

Upor ima poleg ohmske upornosti tudi parazitno kapacitivnost in induktivnost. Posledično je impedanca realnega upora frekvenčno odvisna. Pri nizkofrekvenčnih vezjih je vpliv parazitnih elementov zanemarljiv, zato mnogokrat pozabimo nanje tudi ob prisotnosti višjih frekvenc v vezju. Zaradi neupoštevanja realnih lastnosti elementov se vezje ne obnaša po pričakovanjih.

40.1 Realnejši modeli ohmskega upora

Ključni podatek ohmskega upora je upornost, ki nam pri nizkofrekvenčnih vezjih zadovoljivo opiše njegove lastnosti. Pri višjih frekvencah pridejo do izraza parazitne kapacitivnosti in induktivnosti. Parazitna induktivnost je posledica končnih dimenzij upora in priključnih sponk, saj vsak vodnik izkazuje določeno induktivnost na enoto dolžine. Parazitne kapacitivnosti so posledica končnih površin dovodnih sponk in elektrod ter drugih dejavnikov (pri masnih uporih obstaja kapacitivnost med nedotikajočimi se zrni uporovnega materiala).

Upora, ki bi izkazoval samo ohmsko upornost, ni mogoče narediti, zato te elemente pri višjefrekvenčnih vezjih nujno obravnavamo z realnejšimi modeli, ki upoštevajo parazitne elemente. Primere prikazuje slika 40.1.



Slika 40.1. Nadomestna vezja realnega upora z upoštevanjem različnih parazitnih učinkov.

Na levi strani slike dodamo uporu parazitno kapacitivnost C_p in parazitno induktivnost L_p, medtem ko ostala modela ne vsebujeta obeh parazitnih elementov. Prikazani modeli ne zajemajo vseh parazitnih učinkov, saj ne upoštevajo še vsaj kožnega pojava. Poleg tega so v resnici parazitni elementi porazdeljeni (ang.: distributed) in ne strnjeni (ang.: lumped), kot prikazuje slika. Modeliranje parazitnih učinkov s strnjenimi elementi pri visokih frekvencah popolnoma odpove (čemur se v tej knjigi ne posvečamo).

Induktivnost L_p veča impedanco upora s frekvenco in povzroča zaostajanje toka za napetostjo. Po drugi strani kapacitivnost C_p manjša impedanco upora s frekvenco in povzroča zaostajanje napetosti za tokom. Od upornosti, vrednosti parazitnih elementov, frekvence in geometrije vezja je odvisno, kateri od učinkov prevladuje. Dobimo lahko različne značaje upora: ohmski, ohmsko–kapacitivni, ohmsko–induktivni, pretežno kapacitivni ali pretežno induktivni. Kot v preteklih poglavjih lahko pri uporu definiramo frekvenčne meje, ki določajo področja, v katerih prevladuje posamezni značaj elementa.

Realni upor od določene frekvence navzgor ne izkazuje več pretežno ohmskega značaja, saj postanejo dominantni njegovi parazitni elementi.

40.2 Frekvenčna meja upora s parazitno kapacitivnostjo

Pri plastnih uporih se navadno z višanjem frekvence najprej pokaže vpliv kapacitivnosti, zato pri obravnavi teh uporov pogosto zadostuje model na desni strani slike 40.1. Realni upor se obnaša kot kombinacija upornosti in kapacitivnosti na levi strani slike 35.1 (stran 217), zato zanj veljajo ugotovitve sekcije 35.1.

Uporu pripišemo mejno frekvenco z enačbo 35.3 (stran 217). Pri tej frekvenci je kapacitivni tok po absolutni vrednosti enak ohmskemu toku. Če je frekvenca signala precej nižja od mejne frekvence upora, se realni upor obnaša kot čista ohmska upornost, medtem ko mnogo nad mejno frekvenco upor obravnavamo kot čisto kapacitivnost (enačbi 35.4 na strani 218). Pri signalnih frekvencah v okolici mejne frekvence upoštevamo tako ohmski kot kapacitivni značaj upora, saj noben od njiju ni zanemarljiv (slika 35.2 na strani 219).

Primer 1. Upor z upornostjo 1 kΩ in kapacitivnostjo 0,8 pF ima po enačbi 35.3 okvirno frekvenčno mejo 200 MHz, medtem ko znaša frekvenčna meja upora z upornostjo 10 MΩ in enako kapacitivnostjo samo 20 kHz. □

Pri obeh uporih upoštevamo isto kapacitivnost, saj je le–ta zlasti odvisna od geometrije in tehnologije upora. Predpostavimo, da sta po teh lastnostih oba upora enaka, čeprav se je v konkretni situaciji o tem dobro prepričati, saj so odstopanja možna. Poleg tega so upori različnih nazivnih izgubnih moči različno veliki.

Upori z večjimi upornostmi imajo nižje frekvenčne meje od uporov z manjšimi upornostmi. Ohmski tok je pri prvih ustrezno manjši, zato postane kapacitivni tok z njim primerljiv pri nižjih frekvencah.

Pri prevajanju višjefrekvenčnih signalov uporabljamo upore manjših upornosti. V radiofrekvenčni tehniki so tipične vrednosti upornosti do 300 Ω.

Parazitna kapacitivnost okvirne vrednosti 0,8 pF je tipična za klasične plastne upore. Obstajajo tudi upori z manjšimi kapacitivnostmi do 0,02 pF pri posebnih SMD (ang.: surface-mount device) izvedbah.

Primer 2. Upor z upornostjo 1 kΩ in kapacitivnostjo 0,02 pF ima po enačbi 35.3 frekvenčno mejo rahlo pod 8 GHz. □

Pri takih oziroma tudi že pri mnogo nižjih frekvencah pride do izraza vsaj še parazitna induktivnost upora in povezav. Poleg tega v tem frekvenčnem področju popolnoma odpove obravnava vezij s strnjenimi elementi.

40.3 Frekvenčna meja upora s parazitno induktivnostjo

Parazitne induktivnosti so zlasti izrazite pri žičnih uporih, ki so že v osnovi fizično zgrajeni kot tuljave. Posledično te upore obravnavamo s srednjim modelom na sliki 40.1. To ne velja nujno za dražje žične upore s posebnimi tehnikami navijanja, ki z izničujočo medsebojno induktivnostjo ovojev skoraj odpravijo parazitno induktivnost s stališča zunanjih sponk.

Model upora na srednji sliki 40.1 vzbujajmo s tokom $\vec{I}$. Na uporu se pojavi napetost, ki je vsota ohmskega padca $\vec{U}_\mathrm{R} = R\vec{I}$ in induktivnega padca $\vec{U}_\mathrm{L} = j\omega L\vec{I}$. Ohmski padec je frekvenčno neodvisen, medtem ko induktivni padec s frekvenco narašča. Mejno frekvenco upora definiramo, kjer sta oba padca napetosti po absolutni vrednosti enaka.

$$\left|R\vec{I}\right| = \left|j\omega_\mathrm{m} L\vec{I}\right| \quad \Rightarrow \quad \omega_\mathrm{m} = \frac{R}{L}, \;\; f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{R}{L} \tag{40.1}$$

Primer 3. Predhodno omenjeni plastni upor z upornostjo 1 kΩ in tipično induktivnostjo 0,08 μH ima ob zanemaritvi parazitne kapacitivnosti okvirno frekvenčno mejo 2 GHz, medtem ko frekvenčna meja upora z upornostjo 10 MΩ in enako induktivnostjo znaša 20 THz. □

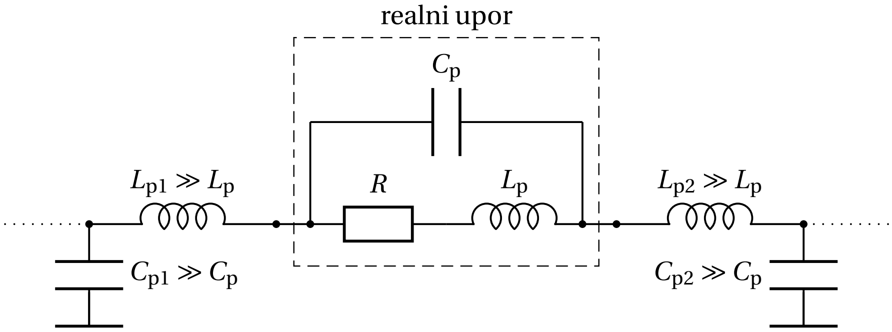
Pri isti induktivnosti frekvenčna meja narašča z upornostjo, saj s tem narašča ohmski padec napetosti. Posledično postane induktivni padec primerljiv z ohmskim šele pri ustrezno višjih frekvencah.

Pri plastnih uporih so frekvenčne meje, ki jih ohmske upornosti tvorijo s parazitnimi induktivnostmi, višje od tistih, ki jih tvorijo ohmsko–kapacitivne kombinacije, zato je uporaba modela na sliki 40.1 (desno) upravičena. Parazitne lastnosti žičnih uporov se močno razlikujejo in glede na situacijo pride zanje v poštev katerikoli model na sliki 40.1.

Ponovno opozarjamo, da pri frekvencah velikostnega reda 2 GHz analiza in modeliranje vezij s strnjenimi elementi odpove. Pri frekvencah velikostnega reda 20 THz sploh ne moremo več govoriti o klasičnih vezjih. Posledično vsaj nekatere predhodno izračunane frekvenčne meje nimajo povezave z realnostjo in služijo zgolj kot ilustracija dejstva, da je v določenih primerih nekatere parazitne učinke upravičeno zanemariti.

40.4 Realni upor v realnem vezju

Upor v vezju je povezan z drugimi elementi vezja. Povezave med elementi povzročajo dodatne parazitne induktivnosti (lastne in medsebojne). Prav tako vsaka površina proti masi ali katerikoli drugi galvansko ali uporovno ločeni prevodni površini v vezju tvori parazitno kapacitivnost. Tipično situacijo ilustrira slika 40.2.



Slika 40.2. Realni upor v realnem vezju.

Že pri relativno kratkih dolžinah povezav (le nekaj centimetrov) postaneta njuni parazitni induktivnosti L_{p1} in L_{p2} večji od induktivnosti upora. Prav tako relativno pogosto in mnogokrat brez zavedanja v vezje vgradimo ogromne parazitne kapacitivnosti C_{p1} in C_{p2}.

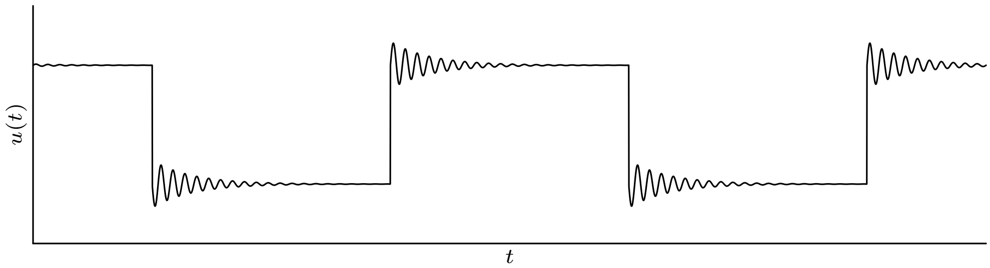
Primer 4. Koaksialni kabel karakteristične impedance 75 Ω ima okvirno kapacitivnost 70 pF na meter dolžine. Če preko takega kabla dolžine 50 cm priklopimo v vezje osciloskop z vhodno kapacitivnostjo 16 pF, smo v vozlišče dodali $70\ \text{pF}/2 + 16\ \text{pF} \approx 50\ \text{pF}$ parazitne kapacitivnosti, ki je mnogokrat bolj problematična od parazitnih elementov upora.

Isti koaksialni kabel ima okvirno induktivnost 0,4 μH na meter dolžine, zato 50 cm kabla ustvari 0,2 μH parazitne induktivnosti. Zopet je induktivnost upora 0,08 μH mnogo manjša od induktivnosti povezave.

Upor 100 Ω tvori s parazitno induktivnostjo 0,2 μH frekvenčno mejo 79 MHz, medtem ko isti upor z lastno induktivnostjo 0,08 μH tvori frekvenčno mejo 200 MHz. □

Predpostavka, da parazitni elementi uporov prevladujejo, je navadno napačna, razen če v konkretnem primeru izračuni ali izkušnje pokažejo nasprotno. V mnogih situacijah so učinki parazitnih elementov povezav opaznejši od učinkov parazitnih elementov uporov.

Lahko se pojavi resonanca med parazitno induktivnostjo in kapacitivnostjo, kar povzroči značilni odziv dušenega nihajnega kroga. Pri hipni spremembi napetosti vidimo na osciloskopu prenihavanje oziroma zvonjenje (ang.: ringing) napetosti namesto bolj ali manj strmega boka pravokotnega pulza (slika 40.3).



Slika 40.3. Prenihavanje zaradi resonance med parazitno induktivnostjo in kapacitivnostjo.

Prenihavanje se pojavi samo ob hkratni prisotnosti induktivnosti in kapacitivnosti, saj brez obeh ta pojav ne more nastati. Nihanje je medsebojno pretakanje dveh različnih energij, kot sta električna in magnetna energija nihajnega kroga ali kinetična in potencialna energija mehanskega nihala.

Prenihavanja ne povzročajo same induktivnosti in kapacitivnosti uporov. Za opazen učinek se jim morajo pridružiti parazitni elementi žic, koaksialnih kablov, BNC konektorjev, priključnih sond merilnih inštrumentov ter ostalih namerno vgrajenih ali parazitnih elementov vezja (kot so ploščica tiskanega vezja ali kovinski kontakti preizkusne plošče).

Primer 5. Parazitna kapacitivnost 50 pF tvori s parazitno induktivnostjo 0,2 µH nihajni krog z (nedušeno) resonančno frekvenco $1/\left(2\pi\sqrt{LC}\right) \approx 50$ MHz. Če signal opazujemo z osciloskopom, ki ima zgornjo frekvenčno mejo 20 MHz, je amplituda prenihavanja na zaslonu 2,5-krat manjša od njene resnične vrednosti (enačba 24.13 na strani 138). □

Parazitne oscilacije preprečimo s pravilno zasnovo relevantnih delov vezij, saj je naknadno odpravljanje teh pojavov težje izvesti, ker to zahteva preureditev vezja, ki je že načrtano. Ustrezni ukrepi tipično spremenijo razmere v prvotnem vezju do te mere, da delovanje največkrat ni več pravilno brez intenzivne prenove.

40.5 Povzetek

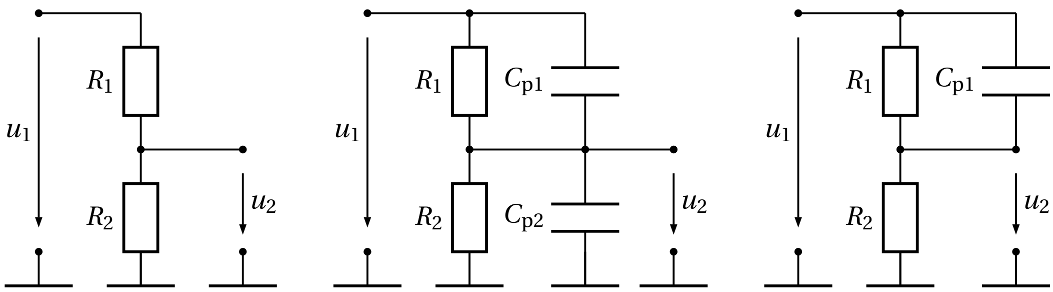
- Realni upor poleg ohmske upornosti izkazuje tudi parazitno induktivnost in kapacitivnost (ter ostale parazitne pojave).
- Pri plastnih uporih je parazitna induktivnost zanemarljiva.
- Pri žičnih uporih včasih lahko zanemarimo parazitno kapacitivnost, vendar pri dovolj visokih frekvencah parazitna kapacitivnost med ovoji navitja vseeno prevlada, zato v splošnem ni zanemarljiva.
- Ob zanemaritvi parazitne induktivnosti se realni upor obnaša kot vzporedna vezava upora in kondenzatorja.
- Ob zanemaritvi parazitne kapacitivnosti se realni upor obnaša kot zaporedna vezava upora in tuljave.
- Realni upor izkazuje frekvenčno mejo, od katere naprej nima več pretežno uporovnega značaja.
- Pri analizi dogajanja v vezju nujno upoštevamo tudi parazitne elemente povezav, ki mnogokrat izkazujejo prevladujoče parazitne učinke v primerjavi s samimi parazitnimi elementi upora.

41 FREKVENČNA ODVISNOST DELILNIKA

Predznanja vsebujejo VIS poglavja od 35 do 40.

Do sedaj smo uporovne delilnike obravnavali zgolj idealizirano, saj so jih sestavljali idealni upori. Po drugi strani smo v poglavju 40 (stran 246) spoznali nekaj parazitnih lastnosti realnih uporov, ki vplivajo tudi na delovanje delilnikov. Te vplive sedaj preučimo.

Na delilnikovo delovanje vplivata pri nizkih frekvencah samo upornosti, medtem ko realnih karakteristik pri višjih frekvencah ne moremo analizirati brez upoštevanja parazitnih elementov. Če delilnik sestavljata plastna upora, zanemarimo parazitni induktivnosti (sekcija 40.3 na strani 248), s čimer dobimo model delilnika na srednji sliki 41.1.



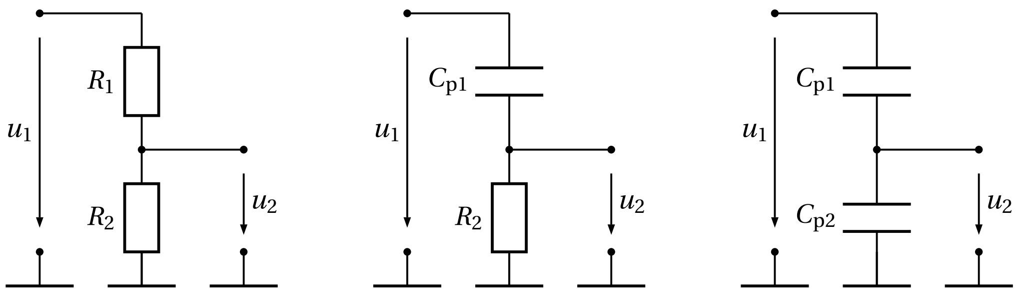
Slika 41.1. Realnejši napetostni delilnik: shema (levo), model s parazitnimi kapacitivnostmi (sredina) in poenostavitev modela (desno).

Primer 1. Delilnik na sliki 41.1 (levo) sestavljata upora $R_1 = 5\ \mathrm{M\Omega}$ in $R_2 = 1\ \mathrm{k\Omega}$. Njegovo nominalno delilno razmerje je 1:5000 (za pikolovce 1:5001 ☺).

Parazitni kapacitivnosti sta $C_{p1} = C_{p2} = 0{,}8$ pF. S tem ima upor R_1 frekvenčno mejo 40 kHz, medtem ko je frekvenčna meja upora R_2 enaka 200 MHz.

Razpolagamo z generatorjem sinusne napetosti najvišje frekvence 15 MHz. Z njim vezja ne moremo vzbujati tako, da bi kapacitivnost C_{p2} postala dominantna v primerjavi z upornostjo R_2. Po drugi strani lahko brez težav opazujemo dominantnost kapacitivnosti C_{p1} glede na upornost R_1. Za analizo delilnikovega obnašanja pri dosegljivih frekvencah zadostuje poenostavljeni model na desni strani slike 41.1. □

Poenostavljeno vezje je enako vezju na sliki 38.1 (stran 237), katerega delovanje opisujeta enačbi 38.1 in 38.2. Skladno z enačbo 38.3 se vezje obnaša kot čisti ohmski delilnik (slika 41.2 levo) le, če ga vzbujamo z mnogo nižjimi frekvencami od mejnih frekvenc obeh uporov.



Slika 41.2. Delilnik v različnih frekvenčnih področjih: nizke frekvence (levo), srednje frekvence (sredina) in visoke frekvence (desno).

Naj bo vzbujalna frekvenca mnogo višja od mejne frekvence upora R_1 in mnogo nižja od mejne frekvence upora R_2. V tem območju pride pri uporu R_1 do izraza samo njegova kapacitivnost, upor R_2 pa še vedno izkazuje čisto ohmsko obnašanje (slika 41.2 sredina). Delilnik se pri frekvenci $\frac{1}{R_1 C_{p1}}$ postopno prelevi v *CR* člen z mejno frekvenco $\frac{1}{R_2 C_{p1}}$.

V našem primeru imamo opravka z izrazitim *CR* členom, ker se frekvenčni meji uporov razlikujeta za več kot tri dekade (sekcija 36.2 na strani 225). Če to ne bi bilo izpolnjeno, bi se vpliva nizkofrekvenčnega in visokofrekvenčnega področja med seboj mešala, zato *CR* člen ne bi bil izrazit. V tem primeru bi glede na enačbo 38.4 (stran 238) frekvenčno mejo dobljenega *CR* člena izračunali z naslednjim izrazom.

$$\omega_{\mathrm{m}CR} = \frac{1}{(R_1 || R_2) C_{p1}} \tag{41.1}$$

Enačba 38.5 (stran 238) napoveduje, da signal neovirano prehaja skozi obravnavani delilnik, ko so signalne frekvence višje od frekvenčnih mej obeh uporov. Ta ugotovitev je v našem primeru napačna, saj moramo v tem frekvenčnem območju upoštevati tudi parazitno kapacitivnost upora R_2, ki smo jo zanemarili v vezju na desni strani slike 41.1.

Za realnejši vpogled v delovanje pri tako visokih frekvencah se vrnimo k popolnejšemu modelu delilnika na srednji sliki 41.1. Z njim ugotovimo, da vezje v visokofrekvenčnem področju postane čisti kapacitivni delilnik, ki je prikazan na desni strani slike 41.2.

Uporovni delilnik se obnaša kot čisto uporovno vezje samo pri frekvencah, ki so mnogo nižje od frekvenčnih mej obeh uporov. Pri višjih frekvencah pridejo do izraza parazitni elementi, s čimer se delilnik prelevi v vezje s frekvenčno odvisnim delilnim razmerjem (amplitudnim odzivom). Pojavi se tudi frekvenčno odvisni fazni zamik med izhodno in vhodno napetostjo. Oboje je moteče, saj nam delilna razmerja določajo ojačenja napetostnih ojačevalnikov ali druge parametre sklopov, za katere želimo, da so frekvenčno čimbolj neodvisni. Prav tako moteča je frekvenčno odvisna faza.

Obravnavani delilnik se pri srednjih frekvencah spremeni v CR člen, ker je frekvenčna meja upora R_1 nižja od frekvenčne meje upora R_2. V obratni situaciji bi v vmesnem frekvenčnem področju dobili RC člen. To bi bilo izpolnjeno pri pogoju $R_2 >> R_1$ (ali vsaj $R_2 > R_1$), vendar s tem delilno razmerje znaša skoraj 1, kar v praksi običajno ni uporabno.

Pri žičnih uporih namesto kapacitivnosti prevladujeta induktivnosti, zato ima vezje drugačen značaj od opisanega. Med induktivnostjo in kapacitivnostjo lahko nastopi resonanca, ki povzroči še kompleksnejšo frekvenčno karakteristiko.

Kljub temu da je v našem primeru najnižja frekvenčna meja uporabljenih uporov 40 kHz, moramo frekvenčno odvisnost delilnika upoštevati že pri mnogo nižjih frekvencah. Predhodno smo ugotovili, da se fazni odziv prične opazno spreminjati že pri frekvencah, ki so desetkrat nižje od najnižje frekvenčne meje v vezju (slike 26.1, 27.2, 35.2, 35.3 in od 36.3 do 36.5). Prav tako je od zahtevane tolerance delilnega razmerja odvisno, do katere frekvence lahko smatramo, da je amplitudni odziv delilnika enak nizkofrekvenčnemu ohmsko določenemu delilnemu razmerju (slika 24.2 na strani 139).

Na palec ocenimo, da v našem primeru z osciloskopom zaznamo odstopanje od čistega ohmskega delovanja že pri frekvencah v bližini 4 kHz. To je dokaj nizka frekvenca, zato nas neidealno obnašanje vezja preseneti. Razlog za zgodnji nastop parazitne frekvenčne odvisnosti je v veliki upornosti R_1.

41.1 Formalna analiza delilnikove frekvenčne odvisnosti

Izpeljimo frekvenčni odziv napetostnega delilnika z upoštevanjem vseh elementov na sredini slike 41.1. Vzporedni vezavi R_1 in C_{p1} pripišimo admitanco Y_1, admitanca Y_2 pa naj bo prirejena vzporedni vezavi R_2 in C_{p2}.

$$|H(\omega)| = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} = \frac{\frac{1}{R_1} + j\omega C_{\mathrm{p1}}}{\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_{\mathrm{p1}}\right) + \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C_{\mathrm{p2}}\right)} = \frac{R_2 + j\omega R_1 R_2 C_{\mathrm{p1}}}{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2 (C_{\mathrm{p1}} + C_{\mathrm{p2}})} \tag{41.2}$$

Enačbo preuredimo v naslednjo preglednejšo obliko.

$$|H(\omega)| = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot \frac{1 + j\omega R_1 C_{\mathrm{p1}}}{1 + j\omega (R_1 || R_2)(C_{\mathrm{p1}} + C_{\mathrm{p2}})} \tag{41.3}$$

Izraz v oklepaju je frekvenčni odziv idealnega delilnika oziroma karakteristika, ki jo želimo imeti. Parazitni del podaja desni ulomek. Izraz spominja na enačbo 38.2 (stran 237), le da tam ni dveh kondenzatorjev ($C_{\mathrm{p1}} = C$, $C_{\mathrm{p2}} = 0$ F).

Izraz v števcu izkazuje mejno frekvenco $\omega_{\mathrm{m1}} = \frac{1}{R_1 C_{\mathrm{p1}}}$, mejna frekvenca imenovalca pa je $\omega_{\mathrm{m2}} = \frac{1}{(R_1||R_2)(C_{\mathrm{p1}}+C_{\mathrm{p2}})}$, s čimer enačbo 41.3 zapišemo v naslednji konceptualno globlji obliki.

$$|H(\omega)| = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot \frac{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_{m1}}\right)}{1 + j\left(\frac{\omega}{\omega_{m2}}\right)} \tag{41.4}$$

Pri enačbi 38.2 vedno velja $\omega_{m1} < \omega_{m2}$, medtem ko pri enačbi 41.4 to ni nujno. Upornost $R_1||R_2$ je manjša od upornosti R_1, po drugi strani pa je vsota $(C_{p1} + C_{p2})$ večja od kapacitivnosti C_{p1}. Katera mejna frekvenca nastopi prej, je odvisno od številskih vrednosti vseh štirih elementov na srednji sliki 41.1.

Pri nizkih frekvencah ($\omega \ll \omega_{m1}$ in $\omega \ll \omega_{m2}$) se delilnikovo obnašanje ne razlikuje od idealnega čisto ohmskega vezja.

$$|H(\omega)|_{(\omega \ll \omega_{m1}) \wedge (\omega \ll \omega_{m2})} \approx \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot \frac{1 + \cancel{j\left(\frac{\omega}{\omega_{m1}}\right)}}{1 + \cancel{j\left(\frac{\omega}{\omega_{m2}}\right)}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{41.5}$$

V vmesnem frekvenčnem področju, ko se eden izmed uporov obnaša pretežno ohmsko, drugi pa že pretežno kapacitivno, dobimo karakteristiko *CR* člena, če velja $\omega_{m1} < \omega_{m2}$. V nasprotnem primeru dobimo karakteristiko *RC* člena.

Primer 2. Pri delilniku iz uporov $R_1 = 5\ \mathrm{M\Omega}$ in $R_2 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ s $C_{p1} = C_{p2} = 0{,}8\ \mathrm{pF}$, je $\omega_{m1} \approx 40\ \mathrm{kHz}$ in $\omega_{m2} \approx 100\ \mathrm{MHz}$. V tem primeru velja enačba 41.6. Ker nadalje velja $R_1 \gg R_2$, se rezultat dodatno poenostavi v $j\omega R_2 C_{p1}$, kar je nizkofrekvenčna karakteristika *CR* člena, sestavljenega iz uporov R_2 in C_{p1} (slika 41.2, sredina). □

$$|H(\omega)|_{(\omega \gg \omega_{m1}) \wedge (\omega \ll \omega_{m2})} \approx \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot \frac{\cancel{1} + j\left(\frac{\omega}{\omega_{m1}}\right)}{1 + \cancel{j\left(\frac{\omega}{\omega_{m2}}\right)}} = j\omega (R_1||R_2) C_{p1} \tag{41.6}$$

Primer 3. Upora R_1 in R_2 med seboj zamenjamo in dobimo $R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ in $R_2 = 5\ \mathrm{M\Omega}$. Pripadajoči mejni frekvenci sta $\omega_{m1} \approx 200\ \mathrm{MHz}$ in $\omega_{m2} \approx 100\ \mathrm{MHz}$. Tokrat dobimo enačbo 41.7, ki razkriva visokofrekvenčno karakteristiko *RC* člena, sestavljenega iz upora R_1 in kondenzatorja s kapacitivnostjo $(C_{p1} + C_{p2})$. □

$$|H(\omega)|_{(\omega \ll \omega_{m1}) \wedge (\omega \gg \omega_{m2})} \approx \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot \frac{1 + \cancel{j\left(\frac{\omega}{\omega_{m1}}\right)}}{\cancel{1} + j\left(\frac{\omega}{\omega_{m2}}\right)} = \frac{1}{j\omega R_1 (C_{p1} + C_{p2})} \tag{41.7}$$

Pri čistem uporovnem delilniku (kar si pogosto domišljamo, da imamo v vezju) je izhodni signal v fazi z vhodnim, medtem ko v prikazanih primerih izhodni signal vhodnega prehiteva ali pa za njim zaostaja, odvisno od izbire elementov. Če vzbujanje ni sinusno, se oblika signala na izhodu spremeni, ker niso vsi harmoniki enako prevajani. Pri tem se pojavijo poteki signalov, ki so predstavljeni v poglavjih 31 (stran 191) in 32 (stran 204).

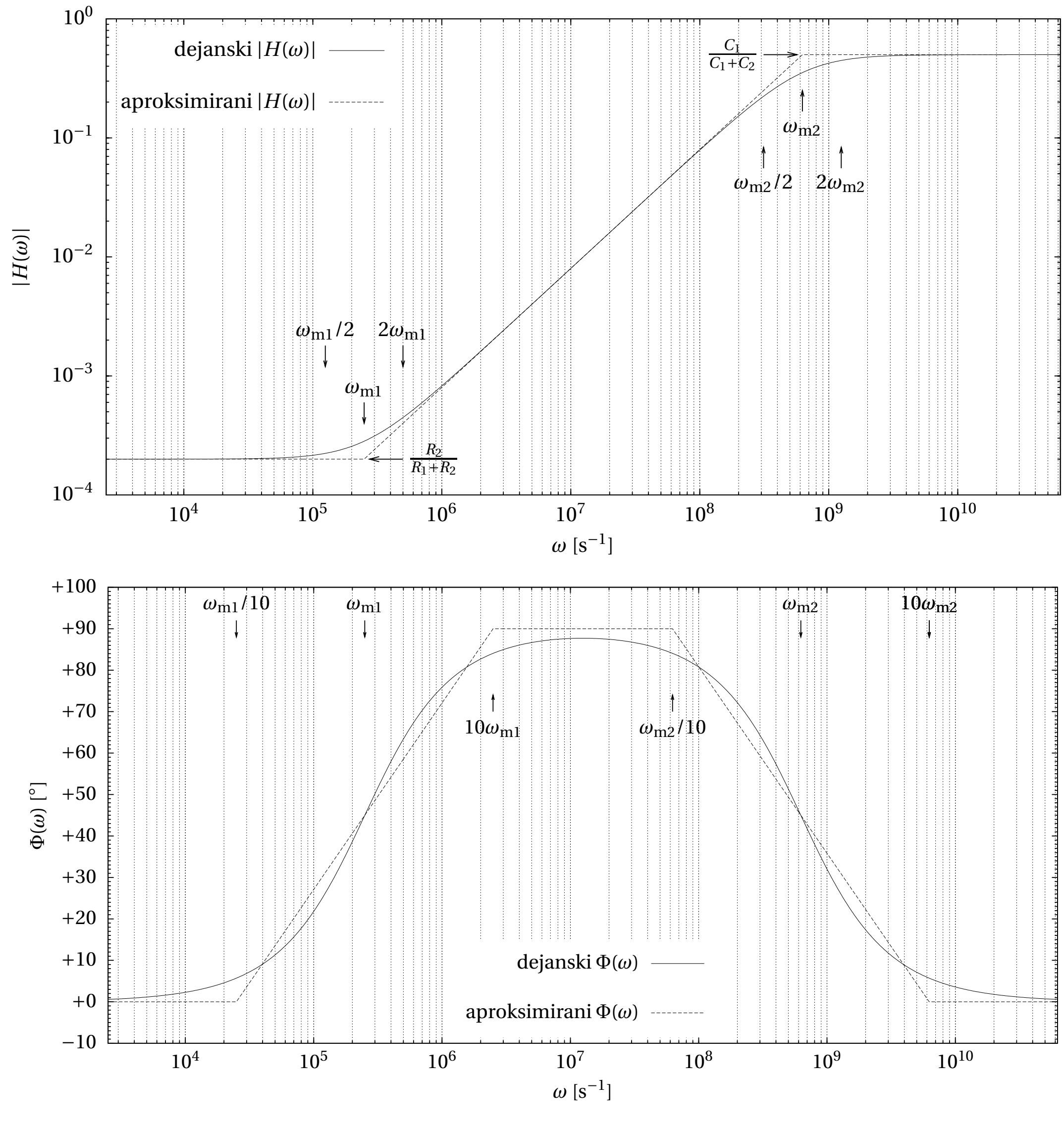
Pri visokih frekvencah sta obe konstanti 1 zanemarljivi, kar nam da naslednje.

$$|H(\omega)|_{\omega \gg \omega_{\mathrm{m2}}} \approx \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot \frac{\cancel{1} + j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m1}}}\right)}{\cancel{1} + j\left(\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{m2}}}\right)} = \frac{C_{\mathrm{p1}}}{C_{\mathrm{p1}} + C_{\mathrm{p2}}} \tag{41.8}$$

To je delilno razmerje kapacitivnega delilnika (poglavje 39 na strani 244), ki pride do izraza, ko imata obe ohmski upornosti zanemarljiv učinek na delovanje vezja.

Pri visokih frekvencah je delilno razmerje odvisno samo od parazitnih kapacitivnosti uporabljenih uporov in ne od njihovih ohmskih upornosti. Če sta upora geometrijsko enaka, pri čemer velja $C_{\mathrm{p1}} = C_{\mathrm{p2}}$, ima vsak delilnik visokofrekvenčno delilno razmerje 1:2. Pri tem smo zanemarili parazitne induktivnosti, kar pogosto ni upravičeno.

Ugotovitve ilustrira Bodejev diagram delilnika na sliki 41.3. Potek velja za vrednosti elementov $R_1 = 5\ \mathrm{M\Omega}$, $R_2 = 1\ \mathrm{k\Omega}$, $C_{\mathrm{p1}} = C_{\mathrm{p2}} = 0{,}8\ \mathrm{pF}$.



Slika 41.3. Bodejev diagram uporovnega delilnika s kapacitivnostmi.

Mnogo pod ω_{m1} je amplitudni odziv enak uporovnemu delilnemu razmerju, fazni odziv pa je 0°. Mnogo nad ω_{m2} je amplitudni odziv enak kapacitivnemu delilnemu razmerju, fazni odziv pa je ponovno 0°, kar ustreza čistemu kapacitivnemu delilniku. V vmesnem področju se vezje obnaša kot relativno dober diferenciator oziroma *CR* člen v njegovem nizkofrekvenčnem področju. Izrazitost karakteristike diferenciatorja je posledica dovolj razmaknjenih mejnih frekvenc, zaradi česar fazni kot doseže bližino 90°. Če tako vezje vzbujamo s trikotnim signalom frekvence 1 MHz, dobimo na izhodu skoraj pravokotni signal. To vsekakor ni obnašanje, ki ga naivno pričakujemo od dveh nedolžnih ☺ ohmskih uporov.

41.2 Frekvenčna kompenzacija delilnika

Enačba 41.4 razkriva rešitev problema frekvenčne odvisnosti delilnika. Izraz v oklepaju je tisto, kar želimo imeti, medtem ko je ulomek za njim parazitni del realne karakteristike. Če sta mejni frekvenci ω_{m1} in ω_{m2} enaki, se parazitni del izraza pokrajša in vezje izkazuje samo še uporovno delilno razmerje.

Pogoj $\omega_{\mathrm{m1}} = \omega_{\mathrm{m2}}$ določimo z naslednjo izpeljavo.

$$\omega_{\mathrm{m1}} = \frac{1}{R_1 C_1}, \quad \omega_{\mathrm{m2}} = \frac{1}{(R_1 || R_2)(C_1 + C_2)} \tag{41.9}$$

Izenačitev obeh frekvenčnih mej vodi do naslednjega izraza.

$$\cancel{R_1} C_1 = \frac{\cancel{R_1} R_2}{R_1 + R_2}(C_1 + C_2) \quad \Rightarrow \quad \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \tag{41.10}$$

Želene razmere dosežemo, ko je uporovno delilno razmerje enako kapacitivnemu delilnemu razmerju. Z zgornjega grafa slike 41.3 je razvidno, da približevanje temu pogoju naredi amplitudni odziv čedalje manj frekvenčno odvisen, saj postaja visokofrekvenčna asimptota $\frac{C_1}{C_1+C_2}$ čedalje bolj enaka nizkofrekvenčni asimptoti $\frac{R_2}{R_1+R_2}$. Ob popolni izpolnitvi nakazanega pogoja postane amplitudni odziv popolnoma frekvenčno neodvisen.

Prav tako je s spodnjega grafa slike 41.3 razvidno, da se s približevanjem k pogoju 41.10 manjša tudi frekvenčna odvisnost faznega odziva. Mejni frekvenci ω_{m1} in ω_{m2} se čedalje manj razlikujeta, zato največja (v absolutnem smislu) vrednost faznega odziva postaja čedalje manjša. To je analogija dogajanju na spodnjih grafih slik 36.4 (stran 226), 36.3 (stran 225) in 36.5 (stran 227) v podanem zaporedju. Ob popolni izpolnitvi pogoja 41.10 postaneta obe mejni frekvenci enaki, zato je fazni odziv popolnoma frekvenčno neodvisen.

41.3 Kompenzacija delilnika v praksi

Z navzkrižnim množenjem enačbe 41.10 dobimo alternativno izražen predhodni pogoj kompenzacije.

$$R_2(C_1 + C_2) = C_1(R_1 + R_2) \quad \Rightarrow \quad R_1C_1 = R_2C_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R_1C_1} = \frac{1}{R_2C_2} \tag{41.11}$$

Pri kompenziranem delilniku sta frekvenčni meji obeh uporov enaki. To dosežemo z vzporedno vezavo kondenzatorja C_{dod} k manjšemu uporu.

Primer 4. Pri izbranih elementih $R_1 = 5\ \text{M}\Omega$, $R_2 = 1\ \text{k}\Omega$ in $C_{\text{p1}} = C_{\text{p2}} = 0{,}8\ \text{pF}$ je izračun sledeč.

$$C_2 = (C_{\text{dod}} + C_{\text{p2}}) = \frac{R_1C_{\text{p1}}}{R_2} = \frac{5\ \text{M}\Omega \cdot 0{,}8\ \text{pF}}{1\ \text{k}\Omega} = 4\ \text{nF} \tag{41.12}$$

Pri izvedbi kompenzacije od dobljene vrednost C_2 odštejemo že prisotno kapacitivnost C_{p2}, s čimer kapacitivnost C_{dod} znaša 4 nF − 0,8 pF. V tem primeru je razlika minimalna, zato nakazana korekcija ni potrebna. Pri manjših razmerjih upornosti je tudi kapacitivnost C_{dod} manjša in s tem bolj primerljiva z že prisotno parazitno kapacitivnostjo. □

Popolna kompenzacija ni mogoča, ker je kompenzacijski kondenzator vezan k uporu preko parazitnih induktivnosti povezav. Prav tako realni kondenzator ne izkazuje samo kapacitivnega značaja, zato določena frekvenčna odvisnost delilnika vedno ostane. Kljub temu se karakteristika delilnika s kompenzacijo v nekaterih primerih opazno izboljša.

Ko lahko toleriramo le ekstremno majhno delilnikovo frekvenčno odvisnost, je najbolje vezje zasnovati tako, da potrebujemo delilnik z delilnim razmerjem 1:2, ki ga sestavimo iz enakih uporov. S tem sta frekvenčni meji uporov kar se da enaki in se malenkostno razlikujeta le zaradi toleranc v izdelavi elementov. Še manjšo frekvenčno odvisnost je v praksi težko doseči.

Pri načrtovanju delilnikov pazimo tudi na geometrijo vezja oziroma simetričnost parazitnih induktivnosti povezav ter kapacitivnosti, ki jih upori tvorijo z maso ter ostalimi vodniki vezja. Če vodnik mase napeljemo v bližini upora, med njima hitro nastane dodatna parazitna kapacitivnost velikostnega reda 1 pF ali več. Če dodatni kapacitivnosti pri obeh uporih nista enaki, se kompenzacijski pogoj poruši.

Prav tako ne smemo empirično iskati optimalne kompenzacijske kapacitivnosti ob prisotnosti osciloskopa, ki je priklopljen na izhod delilnika. Predhodno smo ugotovili, da ta instrument skupaj z navadno sondo doda velikostni red 50 pF dodatne kapacitivnosti v vozlišče. Po odklopu takega instrumenta dodana kapacitivnost ne obstaja več, zaradi česar kompenzacija velja samo, dokler je instrument prisoten. Pravi pristop je priklop instrumenta v točko vezja, ki ima nizko Theveninovo impedanco (kot je dodani napetostni sledilnik na izhodu delilnika). V nizkoimpedančni točki naj bi dodana kapacitivnost manj vplivala na delovanje vezja, čeprav se zaradi nje lahko pojavijo ali okrepijo prevzponi in oscilatorni odziv sledilnika (kot na sliki 40.3).

41.4 Koristne in škodljive poenostavitve ☾

V elektroniki smo neprestano podvrženi parazitnim dejavnikom, ki nam slabšajo delovanje vezij. Pogosto se proti tem dejavnikom borimo s kompenzacijami. Prvi korak pristopa je izpeljeva modela vezja, ki parazitne učinke upošteva. V drugem koraku skušamo parazitni del karakteristike izničiti z izpolnitvijo kompenzacijskega pogoja, ki ga razberemo iz modela.

Pri tem je pomembno, da je uporabljeni model ustrezen, kar je nadvse težko doseči. Kot primer zahrbtne pasti omenimo, da smo na začetku tega poglavja pri kvalitativnem opisu delilnikove frekvenčne odvisnosti zanemarili kapacitivnost C_{p2} (slika 41.1, desno). Razlog je bil v omejeni zmogljivosti signalnega generatorja, s katerim ni bilo mogoče doseči, da bi učinek C_{p2} postal opazen.

Kljub temu je to kapacitivnost potrebno upoštevati pri iskanju rešitve obravnavanega problema. Kompenzacijskega pogoja namreč ni mogoče izpeljati s proučevanjem enačbe 38.2, ki opisuje poenostavljeno vezje. Pri nakazani poenostavitvi vedno velja $\omega_{\mathrm{m1}} < \omega_{\mathrm{m2}}$, zato nobena izbira elementov ne naredi delilnika frekvenčno neodvisnega.

✎ Elektroniki in strokovnjaki ostalih ved se nenehno soočajo z modeli. Večna dilema pri tem je, kako kompleksen model določene realne situacije potrebujemo. Preobsežen model zamegli bistvo problema in po nepotrebnem zaplete izračune. Po drugi strani preveč preprost model ne zajame bistva problema, ki ga rešujemo, tako da se nehote znajdemo v slepi ulici. Največkrat je iskanje rešitve dolgotrajno, ker je ustrezen model problema zahrbtno skrit.

☕☕ V splošnem morajo enačbe za iskanje kompenzacijskih pogojev vsebovati tudi učinke, ki jih zaradi omejenosti izvajanja meritev ne moremo zaznati, kar pa močno otežuje iskanje ustreznih rešitev.

Ilustrativen primer podane ugotovitve je zgodovinski razvoj posebne teorije relativnosti. Do ustreznega modernega fizikalnega modela realnosti se je bilo možno dokopati šele, ko so bila opuščena dolgo zakoreninjena prepričanja o naravnih zakonitostih (na primer univerzalnost časa in zakon o ohranitvi mase). Ta prepričanja so bila do tedaj podkrepljena z neštetimi empiričnimi preizkusi, ki pri takratnih merilnih zmožnostih niso kazali nikakršnega odstopanja realnosti od ustaljenih fizikalnih zakonov.

Podobno situacijo imamo v tem poglavju. Pri ustrezno omejeni zmogljivosti signalnega generatorja nikakor ne moremo opaziti, da je zanemaritev kapacitivnosti C_{p2} na desni strani slike 41.1 neupravičena. Ravno tako v vsakdanjem življenju ne moremo opaziti, da vozniku na avtocesti ura teče drugače kot pešcu na pločniku. Po drugi strani šele integriranje teh spoznanj v razmišljanje omogoča razrešitev z njimi povezanih teoretičnih in praktičnih problemov.

41.5 Povzetek

- Uporovni delilnik iz plastnih uporov se pri visokih frekvencah prelevi v kapacitivni delilnik.
- Visokofrekvenčno delilno razmerje določata samo parazitni kapacitivnosti.
- Pri delilniku iz uporov različnih frekvenčnih mej se v vmesnem frekvenčnem področju pojavi učinek *CR* ali (redkeje) *RC* člena.
- Posledično ima realni delilnik frekvenčno odvisno delilno razmerje in izkazuje frekvenčno odvisni fazni odziv.
- Delilnik frekvenčno kompenziramo tako, da z vzporedno vezavo kondenzatorja k ustreznemu uporu izenačimo frekvenčni meji obeh uporov.

42 SONDA 10X

Predznanja vsebuje VIS poglavje 41.

V izdelavi...

Del VIII

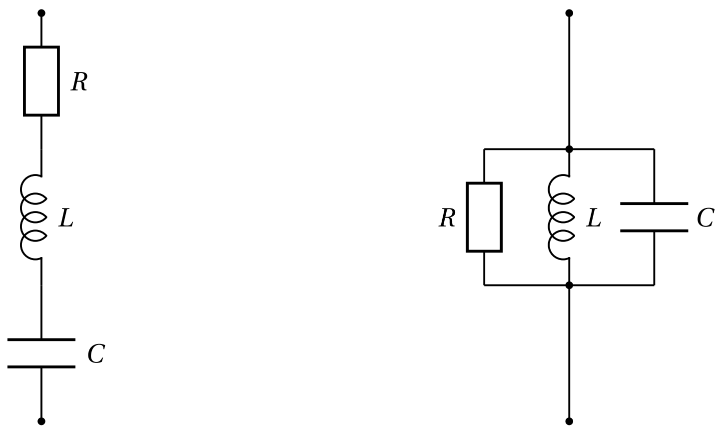
Vpeljava induktivnosti ⊕

Dosedaj smo preučevali lastnosti raznih kombinacij uporov in kondenzatorjev. Ko k tem elementom dodamo še tuljave in z njimi povezane induktivnosti, se v vezju pojavijo novi učinki, ki so lahko nadvse koristni ali parazitni. V našem kontekstu obravnavamo induktivne učinke izključno parazitno, pri čemer se osredotočamo na neidealnosti kondenzatorjev in napajalnih linij. Oboje izrazito vpliva na delovanje in načrtovanje tako višjefrekvenčnih elektronskih sistemov kot nizkofrekvenčnih senzorskih vezij, ki so naša rdeča nit.

43 VEZAVI $(R+L+C)$ IN $(R||L||C)$

V predznanja spadajo VIS poglavja 23, 24 in 27 ter osnove Bodejevih diagramov in z njimi povezana analiza impedanc v poglavjih 35 in 36.

Izhodiščno navezavo induktivnosti na delovanje vezij naredimo z vezavama na sliki 43.1. Obe kombinaciji srečamo tako pri nizkofrekvenčnih vezjih, kjer običajno nastopata parazitno, kot tudi pri višjefrekvenčnih vezjih, kjer imata tako parazitno kot koristno vlogo.



Slika 43.1. Zaporedna (levo) in vzporedna (desno) vezava upora, tuljave in kondenzatorja.

43.1 Zaporedna vezava RLC

Preučimo frekvenčno odvisnost impedance levega vezja na sliki 43.1. Ker gre za zaporedno vezavo elementov, izračunamo njihovo skupno impedanco tako, da seštejemo impedance posameznih elementov.

$$Z(\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \quad = \quad R + \frac{(j\omega L)\cdot j\omega C}{j\omega C} + \frac{1}{j\omega C} \quad = \quad R + \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega C} \tag{43.1}$$

Pri nizkih frekvencah, ko velja $\omega \to 0$, se imenovalec desnega ulomka asimptotično približuje nič, zato celoten ulomek in posledično $Z(\omega)$ narašča v neskončnost. To je skladno z intuitivnim dojemanjem vezja, po katerem se kondenzator pri nizkih frekvencah obnaša kot odprte sponke. Celotna impedanca $Z(\omega)$ se asimptotično približuje impedanci samega kondenzatorja, ki je v tem primeru dominanten element. To pokaže naslednja poenostavitev.

$$Z(\omega)|_{\omega\to 0} \approx R + \frac{1-\cancel{\omega^2 LC}}{j\omega C} = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega C\cdot R+1}{j\omega C} \approx \frac{\cancel{j\omega C\cdot R}+1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega C} \tag{43.2}$$

Pri visokih frekvencah, ko velja $\omega \to \infty$, impedanca celotne vezave ponovno narašča v neskončnost, ker se sedaj tuljava obnaša kot odprte sponke in je dominanten element. Ugotovitev potrdi naslednja poenostavitev.

$$Z(\omega)|_{\omega\to\infty} \approx R + \frac{\cancel{1} - \omega^2 LC}{j\omega C} = R + \frac{j\omega L \cdot j\omega C}{j\omega C} = R + j\omega L \approx \cancel{R} + j\omega L = j\omega L \tag{43.3}$$

V vmesnem frekvenčnem področju vezje izkazuje zanimiv pojav. Pri frekvenci, kjer velja $|1| = |\omega^2 LC|$, je števec ulomka v izrazu 43.1 enak nič, zato je skupna impedanca $Z(\omega)$ enaka zgolj impedanci upora R. Zaporedna kombinacija tuljave in kondenzatorja ne izkazuje nobene impedance, čeprav je absolutna vrednost impedance vsakega posameznega elementa večja od nič.

To se zgodi, ker je tok skozi tuljavo enak toku skozi kondenzator. Napetost na tuljavi prehiteva tok za 90°, medtem ko napetost na kondenzatorju zaostaja za tokom za −90°. Fazna kota napetosti na tuljavi in kondenzatorju se torej razlikujeta za 180°. Če sta impedanci tuljave in kondenzatorja enako veliki, sta pri skupnem toku tudi napetosti na obeh elementih enako veliki. Ker pa je fazna razlika obeh napetosti 180°, se le-ti ravno odštejeta med seboj (spodnji desni primer na sliki 23.3 na strani 130). Tako je napetost celotne vezave enaka padcu napetosti na uporu. Sledi, da se opisani pojav zgodi pri frekvenci ω_m, kjer se vzpostavi enakost obeh impedanc.

$$\left|j\omega_\mathrm{m} L\right| = \left|\frac{1}{j\omega_\mathrm{m} C}\right| \quad \Rightarrow \quad \omega_\mathrm{m} L = \frac{1}{\omega_\mathrm{m} C} \quad \Rightarrow \quad \omega_\mathrm{m} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{43.4}$$

Dobljeno vrednost imenujemo resonančna frekvenca. V nadaljnjih poglavjih jo večkrat srečamo, ker je to pomembna veličina pri LC vezavah.

Druga pomembna veličina je karakteristična impedanca Z_0, ki podaja absolutno vrednost impedance obeh reaktivnih elementov pri resonančni frekvenci.

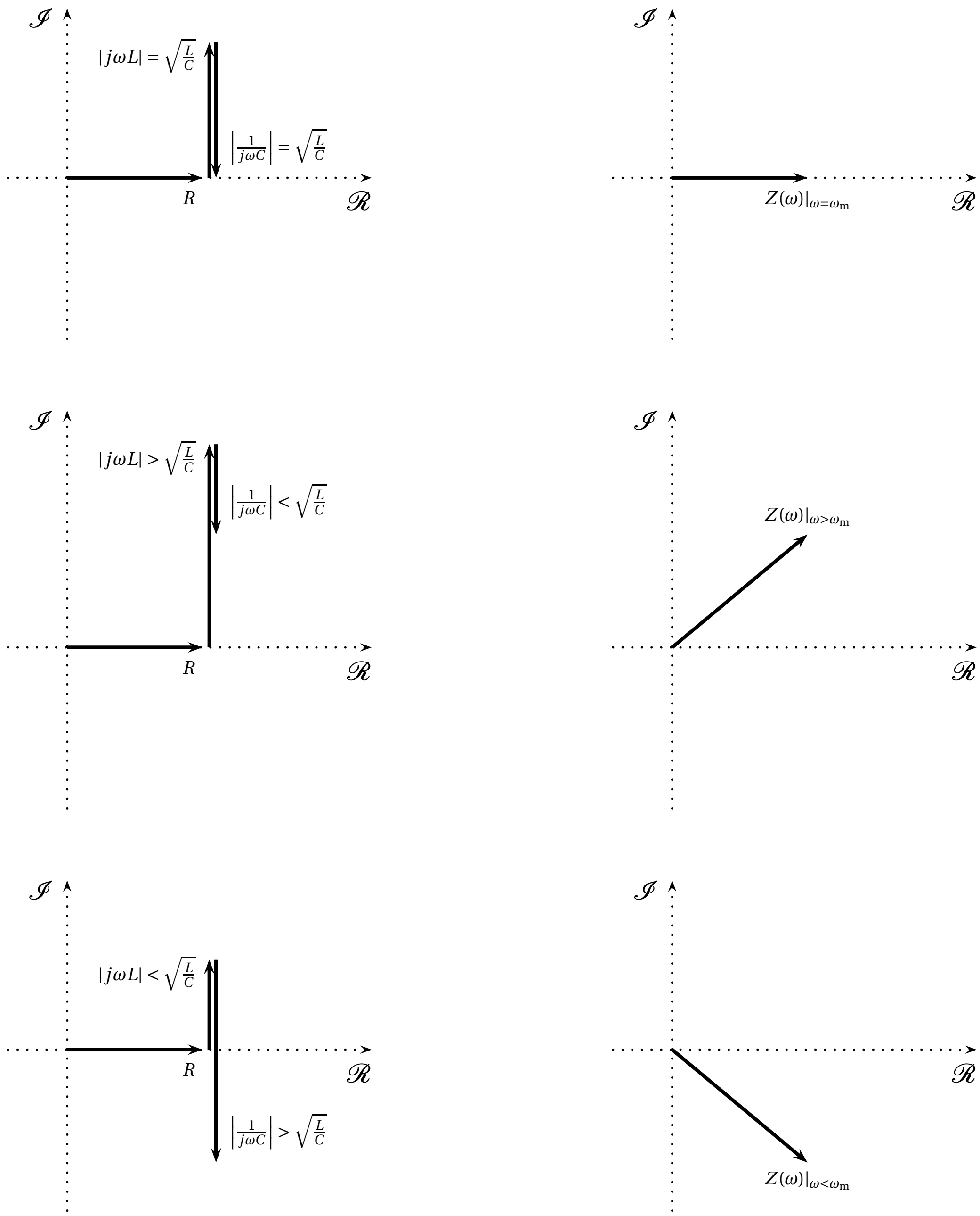
$$|j\omega L|_{\omega=\omega_\mathrm{m}} = \omega L|_{\omega=\omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0 \tag{43.5}$$

$$\left|\frac{1}{j\omega C}\right|_{\omega=\omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{\omega C}\bigg|_{\omega=\omega_\mathrm{m}} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0 \tag{43.6}$$

Pri resonančni frekvenci imata tuljava in kondenzator isto absolutno vrednost impedance, ki znaša Z_0. Zaradi fazne razlike 180° med napetostima na teh elementih pri istem toku, se pri resonančni frekvenci padca napetosti odštejeta med seboj. Celotna vezava ima izključno ohmski značaj.

V zaključku poglavja 24 (stran 135) je ugotovljeno, da imata pri mejni frekvenci RC člena upor in kondenzator isto absolutno vrednost impedance, ta ugotovitev pa transparentno velja tudi za CR člen. Iz tega razloga včasih stanje RC člena pri vzbujanju z mejno frekvenco imenujejo RC resonanca, čeprav v tem primeru pojav nima enakega pomena kot pri LC resonanci in tudi ne izkazuje tako pestrih karakteristik, kot LC resonanca, o katerih govorimo kasneje.

Podane ugotovitve ilustrirajo kazalčni diagrami na sliki 43.2. Grafi na levi strani prikazujejo posamezne impedančne komponente, ki so zaradi nazornosti narisane nekoliko razmaknjene, v resnici pa se rep posamezne puščice nadaljuje točno na konici predhodne puščice. Desni grafi prikazujejo pripadajoče vsote.



Slika 43.2. Kazalčni diagrami impedance zaporedne RLC vezave pri resonančni frekvenci (zgoraj), nad resonančno frekvenco (sredina) in pod njo (spodaj). Grafi na levi strani prikazujejo posamezne impedančne komponente, desna stran pa njihove vsote.

Zgornja grafa prikazujeta dogajanje pri resonančni frekvenci. Impedanci tuljave in kondenzatorja sta enako veliki, vendar nasprotno usmerjeni, zaradi česar se odštejeta med seboj. Impedanca celotne vezave je enaka impedanci upora. Ohmski karakter impedance je razviden iz njenega faznega kota 0°.

Srednja grafa ilustrirata stanje, ko je vzbujalna frekvenca nekoliko višja od resonančne frekvence. V tem primeru je impedanca tuljave po absolutni vrednosti večja od impedance kondenzatorja, zato vezje izkazuje ohmsko-induktivni značaj. Fazni kot skupne impedance je pozitiven, vendar znatno manjši od +90°.

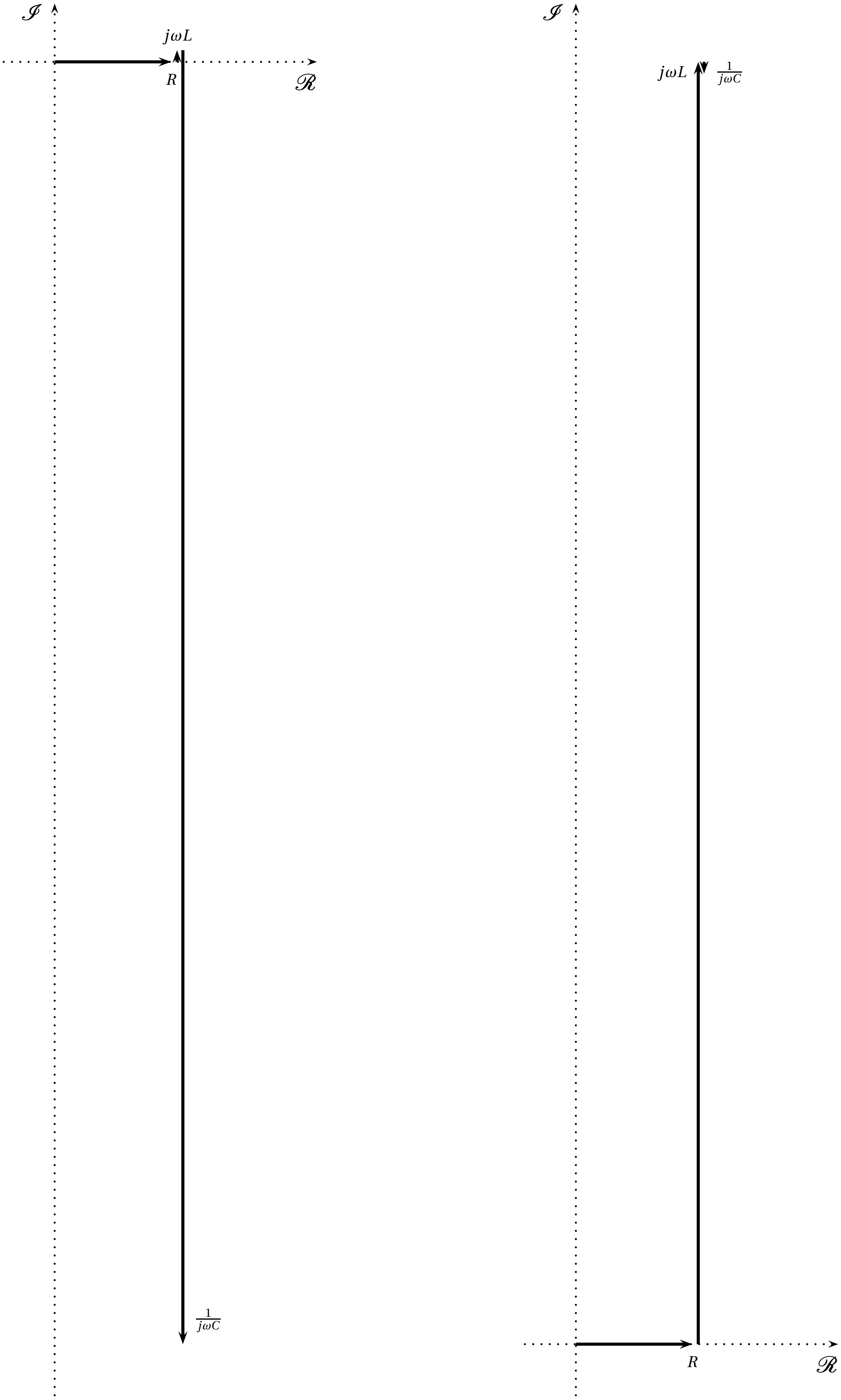
Spodnja grafa podajata dogajanje pri nekoliko nižji frekvenci od resonančne frekvence. Tokrat je absolutna vrednost impedance kondenzatorja večja od pripadajoče vrednosti pri tuljavi. Posledično vezje izkazuje ohmsko-kapacitivni značaj, saj je fazni kot skupne impedance negativen, vendar znatno večji od −90°.

Leva stran slike 43.3 ilustrira dogajanje pri izrazito nižjih frekvencah od resonančne frekvence. Impedanca tuljave postaja zanemarljiva, medtem ko impedanca kondenzatorja izrazito narašča in postaja dominantna. Z nadaljnjim manjšanjem frekvence se dogajanje nadaljuje v neskončnost, zato postaja kondenzatorjeva impedanca čedalje bolj dominantna, fazni kot impedance celotne vezave pa se asimptotično približuje −90°. To dogajanje algebraično uteleša enačba 43.2.

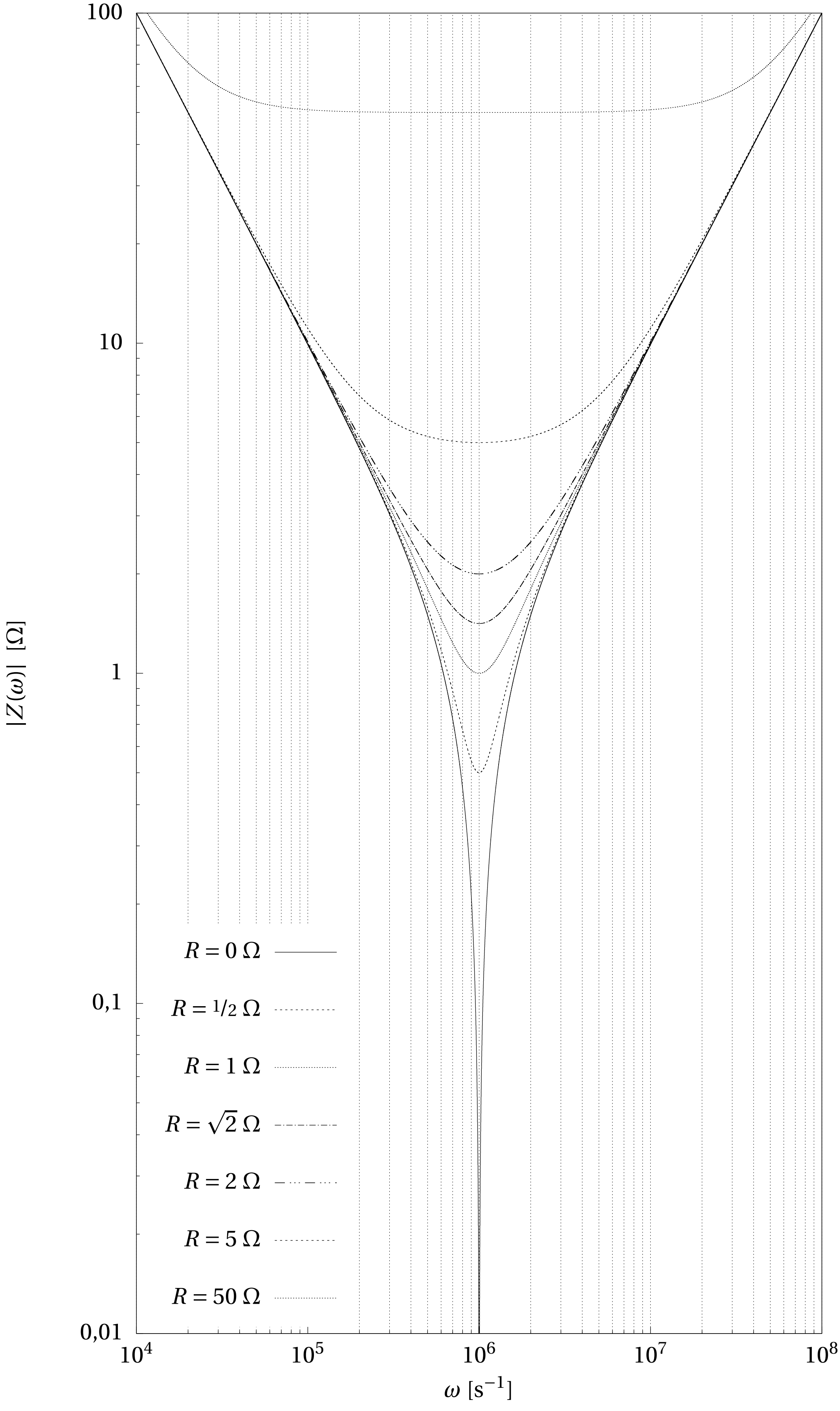
Desna stran slike 43.3 prikazuje stanje pri izrazito višjih frekvencah od resonančne frekvence. Tokrat je impedanca kondenzatorja zanemarljiva, impedanca tuljave pa izrazito narašča in postaja dominantna. Z nadaljnjim naraščanjem frekvence postaja impedanca tuljave čedalje bolj dominantna, fazni kot impedance celotne vezave pa se asimptotično približuje +90°. Dogajanje je v skladu z enačbo 43.3.

Slika 43.4 prikazuje frekvenčno odvisnost $Z(\omega)$ pri različnih vrednostih upornosti R. V prikazanem primeru je induktivnost tuljave 1 μH, kapacitivnost kondenzatorja pa znaša 1 μF. S tem sta določeni resonančna frekvenca $\omega_\mathrm{m} = 10^6\ \mathrm{s}^{-1}$ in karakteristična impedanca $Z_0 = 1\ \Omega$. Dogajanje pri različnih upornostih je odvisno od razmerja med R in Z_0. Na primer, če bi veljalo $Z_0 = 150\ \Omega$, bi pri upornosti $R = 150\ \Omega$ imeli *kvalitativno* enak potek grafa, kot ga imamo sedaj pri $R = 1\ \Omega$. Dejanske vrednosti impedance bi se razlikovale, saj se vrednost R prišteva impedancama ostalih elementov, oblika grafa pa bi se ohranila.

Pri nizkih frekvencah absolutna vrednost impedance upada linearno s frekvenco (pri velikih upornostih to pri konkretnem grafu ni očitno, bi pa bilo pri prikazu širšega frekvenčnega območja), kar je skladno z enačbo 43.2 in ugotovitvijo, da v tem frekvenčnem področju kondenzator predstavlja dominantno komponento celotne impedance. Pri visokih frekvencah absolutna vrednost impedance narašča linearno s frekvenco, kar se ujema z enačbo 43.3 in zaključkom, da tokrat tuljava predstavlja dominantno komponento celotne impedance.



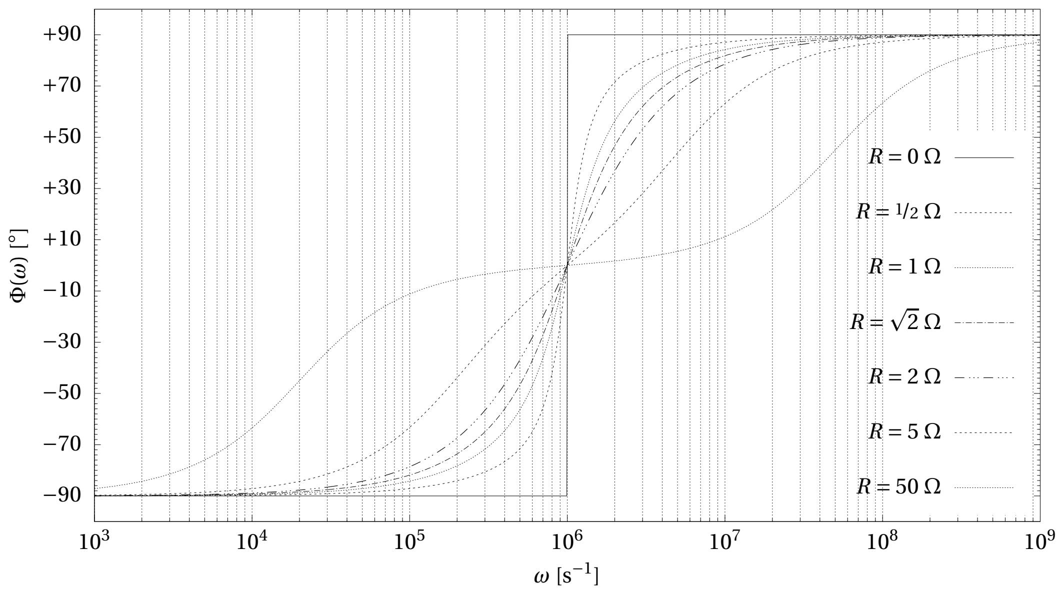
Slika 43.3. Kazalčna diagrama impedance zaporedne RLC vezave pri izrazito nizkih (levo) in visokih (desno) frekvencah.



Slika 43.4. Frekvenčna odvisnost absolutne vrednosti impedance zaporedne RLC vezave pri različnih vrednostih ohmske upornosti.

Ko je upornost R bistveno manjša od karakteristične impedance Z_0, opazimo v okolici resonančne frekvence izrazit resonančni pojav. Tu vrednost celotne impedance močno upade in doseže opazno manjšo vrednost, kot nam jo da seštevek absolutnih vrednosti posameznih impedanc. Pri resonančni frekvenci doseže absolutna vrednost impedance najmanjšo vrednost, ki je enaka upornosti R. Če ohmska upornost v vezju ni prisotna (kar je možno samo teoretično), je najmanjša vrednost impedance enaka nič. Z večanjem upornosti postaja resonančni pojav čedalje manj izrazit.

Oglejmo si še frekvenčno odvisnost faznega kota impedance na sliki 43.5. Pri nizkih frekvencah se fazni kot asimptotično približuje $-90°$, pri visokih frekvencah pa je njegova asimptotična vrednost $+90°$. Oboje se ujema s predhodnimi ugotovitvami. Večja kot je upornost R, bolj položen je prehod med obema asimptotičnima vrednostima. Ob odsotnosti upornosti, je fazni kot do resonančne frekvence konstantno $-90°$, nato pa nezvezno skoči na vrednost $+90°$. Pri resonančni frekvenci je fazni kot enak $0°$ neodvisno od vrednosti upornosti.



Slika 43.5. Frekvenčna odvisnost faznega kota impedance zaporedne RLC vezave pri različnih vrednostih ohmske upornosti.

43.2 Vzporedna vezava *RLC*

Analizirajmo še frekvenčno odvisnost impedance desnega vezja na sliki 43.1. Tokrat so elementi vezani vzporedno, zato se seštevajo njihove admitance.

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{R + j\omega L - \omega^2 RLC}{j\omega LR} \qquad (43.7)$$

V splošnem raje operiramo z impedancami, zato zgornji izraz obrnimo, čeprav je v tem primeru manj intuitiven.

$$Z(\omega) = \frac{1}{Y(\omega)} = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L - \omega^2 RLC} = \frac{j\omega LR}{R\cdot\left[1+\frac{j\omega L}{R} - \omega^2 LC\right]} = \frac{j\omega L}{\frac{j\omega L}{R} + 1 - \omega^2 LC} \tag{43.8}$$

Po dosedanjem zgledu preučimo dogajanje v različnih frekvenčnih področjih. Pri pogoju $\omega \to 0$, se impedanca poenostavi v naslednjo obliko.

$$Z(\omega)|_{\omega\to 0} \approx \frac{j\omega L}{\cancel{\frac{j\omega L}{R}} + 1 - \cancel{\omega^2 LC}} = j\omega L \tag{43.9}$$

V tem frekvenčnem področju je tuljava dominantni element, saj predstavlja približek kratkega stika. Posledično (zaradi enake napetosti na vseh elementih) teče večina toka celotne vezave preko nje, medtem ko ostala elementa prispevata zanemarljivi komponenti toka.

Pri pogoju $\omega \to \infty$, v imenovalcu zanemarimo člene, ki ne vsebujejo najvišje potence ω (tudi konstanto $1 = \omega^0$), kar nam da naslednje.

$$Z(\omega)|_{\omega\to 0} \approx \frac{j\omega L}{\cancel{\frac{j\omega L}{R}} + \cancel{1} - \omega^2 LC} = \frac{j\omega L}{(j\omega L)\cdot(j\omega C)} = \frac{1}{j\omega C} \tag{43.10}$$

V tem frekvenčnem področju je dominanten kondenzator, ki je približek kratkega stika. Ostala dva elementa prevajata zanemarljivi komponenti toka.

Tudi vzporedni RLC vezavi pripišemo resonančno frekvenco ω_m. Resonanca nastopi, ko sta člena 1 in $\omega^2 LC$ v imenovalcu izraza 43.8 enako velika po absolutni vrednosti. Sledi, da je resonančna frekvenca enaka kot pri zaporedni vezavi, saj jo določa isti pogoj. Pri vzbujanju s frekvenco ω_m se celotna vezava obnaša kot ohmski upor R.

$$Z(\omega)|_{\omega\to\omega_\mathrm{m}} = \frac{j\omega L}{\frac{j\omega L}{R} + 1 - \frac{LC}{LC}} = R \tag{43.11}$$

Rezultat je intuitivneje dojemljiv iz enačbe 43.7, kjer ugotovimo, da se pri resonanci admitanci tuljave in kondenzatorja odštejeta med seboj.

$$Y(\omega)|_{\omega=\omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega_\mathrm{m} L} + j\omega_\mathrm{m} C = \frac{1}{R} + \frac{\sqrt{LC}}{jL} + \frac{jC}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{R} - j\cdot\sqrt{\frac{C}{L}} + j\cdot\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{R} \tag{43.12}$$

Dogajanje je dualno resonanci zaporedne vezave, kjer se odštejeta impedanci tuljave in kondenzatorja. Tako pri zaporedni kot vzporedni resonanci sta absolutni vrednosti impedanc tuljave in kondenzatorja enaki karakteristični impedanci Z_0. Posledično sta absolutni vrednosti admitanc teh dveh elementov enaki $1/Z_0$, zato se zaradi fazne razlike 180° odštejeta med seboj. To se zgodi pri isti resonančni frekvenci, kot je značilna za zaporedno vezavo, saj le pri njej nastopi enakost absolutnih vrednosti admitanc.

Pri vzporedni resonanci kombinacija tuljave in kondenzatorja ne prevaja nobenega toka, čeprav vsak element zase prevaja ustrezen tok pri določeni vsiljeni napetosti. Pri skupni napetosti se fazna kota toka tuljava in kondenzatorja razlikujeta za 180°. Za vzdrževanje napetosti tako na tuljavi kot na kondenzatorju je potreben tok, ki ga določa pripadajoča admitanca elementa. Ker pa je tok tuljave ravno nasprotno usmerjen od toka kondenzatorja, se potrebni tok za vzdrževanje napetosti na tema elementoma zagotovi zgolj z njegovim pretakanjem med tuljavo in kondenzatorjem. V resonanci ni potrebno dovajati nobenega zunanjega toka za vzdrževanje napetosti na vzporedni LC kombinaciji. Tok, ki teče preko zunanjih sponk, pokriva izključno tokovno porabo upora R.

Podane ugotovitve ilustrirajo kazalčni diagrami admitanc na sliki 43.6. Podobno kot na sliki 43.2, prikazujejo levi grafi posamezne admitančne komponente, desni grafi pa pripadajoče vsote.

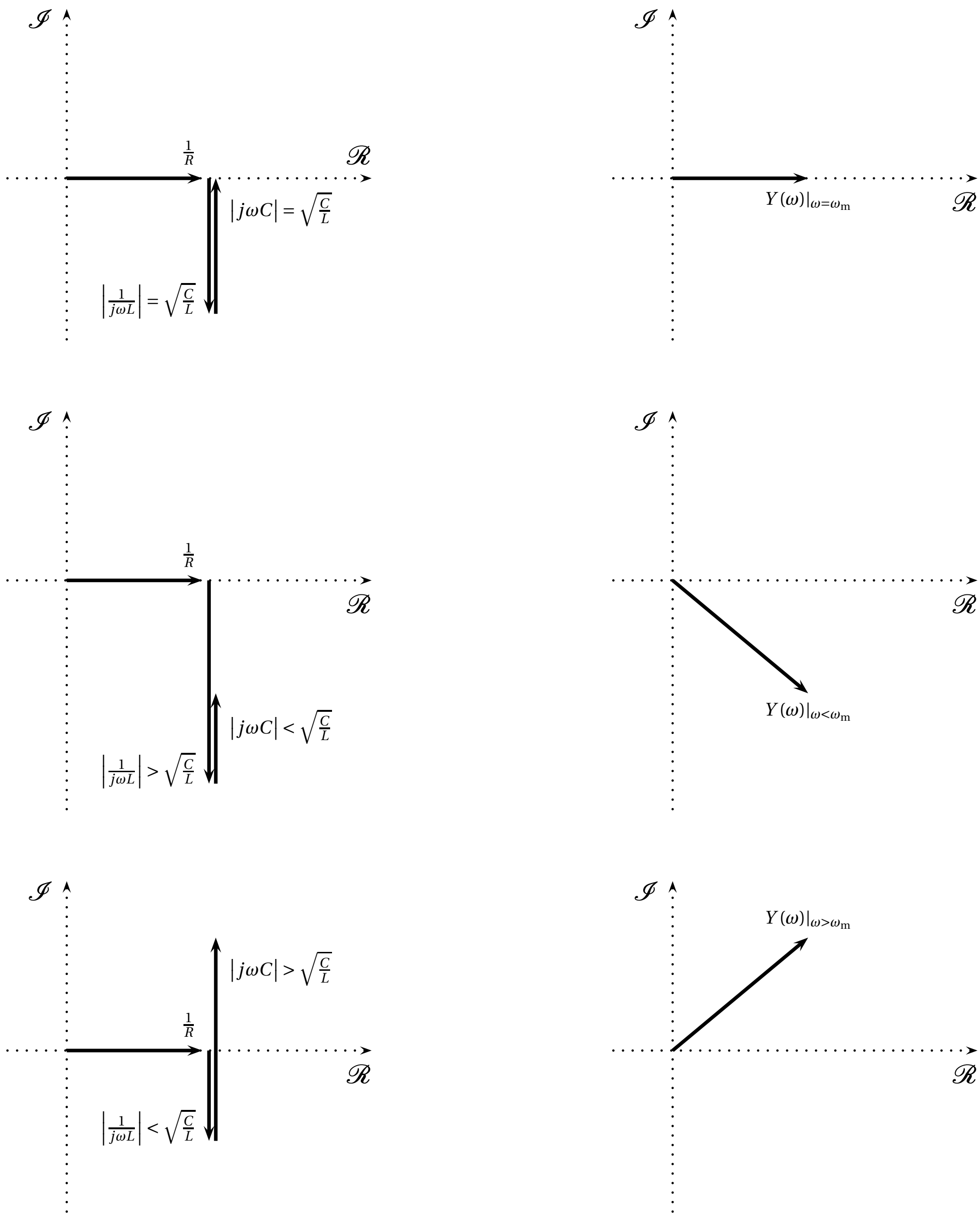
Zgornja grafa prikazujeta dogajanje pri resonančni frekvenci. Admitanci tuljave in kondenzatorja sta enako veliki in nasprotno usmerjeni, tako da se odštejeta med seboj. Rezultirajoča admitanca ima čisto ohmski karakter.

Srednja grafa ilustrirata stanje, ko je vzbujalna frekvenca nekoliko nižja od resonančne frekvence. Admitanca tuljave je po absolutni vrednosti večja od admitance kondenzatorja, zato vezje izkazuje ohmsko-induktivni značaj, kar je razvidno iz negativnega faznega kota skupne admitance.

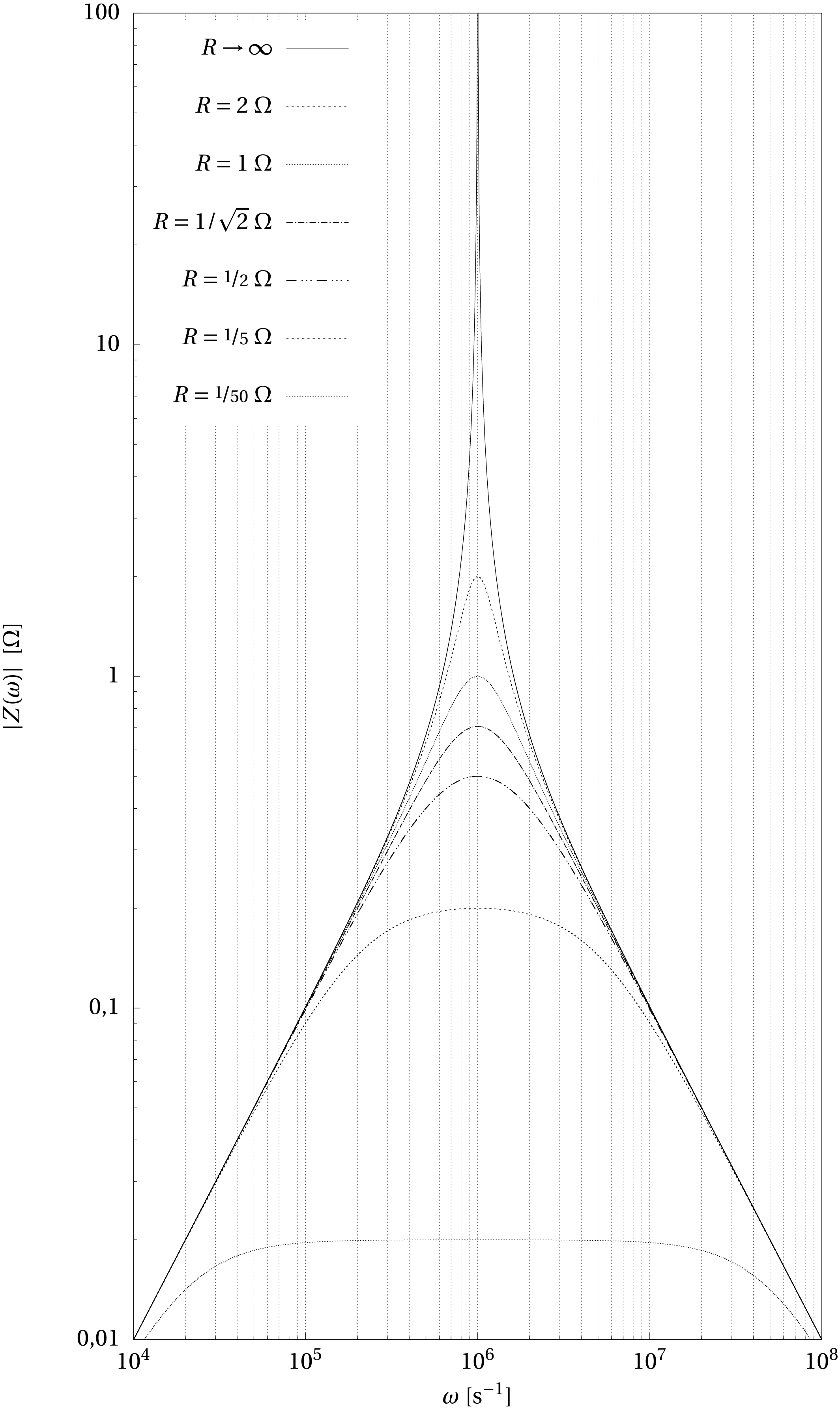
Spodnja grafa podajata dogajanje pri nekoliko višji frekvenci od resonančne frekvence, kjer je absolutna vrednost admitance kondenzatorja večja od pripadajoče vrednosti pri tuljavi. Posledično vezje izkazuje ohmsko-kapacitivni značaj, fazni kot skupne admitance pa je pozitiven.

Slika 43.7 prikazuje frekvenčno odvisnost impedance (in ne admitance) $Z(\omega)$ pri različnih upornostih R. Induktivnost tuljave in kapacitivnost kondenzatorja ponovno znašata 1 μH in 1 μF, čemur ustrezata resonančna frekvenca $\omega_\mathrm{m} = 10^6\ \mathrm{s}^{-1}$ in karakteristična impedanca $Z_0 = 1\ \Omega$. Pri zaporedni vezavi opazujemo dogajanje pri upornostih, ki naraščajo od nič navzgor, saj s tem štartamo pri čistem LC vezju, kjer je resonanca najbolj izrazita, in nadaljujemo do situacije, kjer se resonančni pojav v veliki meri zaduši. Pri vzporedni vezavi pričnemo opazovanje pri neskončni upornosti, kar tokrat predstavlja čisto LC vezje, manjšanje upornosti pa povzroča čedalje močnejše dušenje resonančnega pojava.

Pri nizkih frekvencah absolutna vrednost impedance narašča linearno s frekvenco, kar je skladno z enačbo 43.9 in ugotovitvijo, da v tem frekvenčnem področju tuljava dominantno določa karakter celotne impedance. Pri visokih frekvencah absolutna vrednost impedance upada linearno s frekvenco, kar se sklada z ugotovitvijo, da je sedaj kondenzator dominantni element, kot napoveduje enačba 43.10.



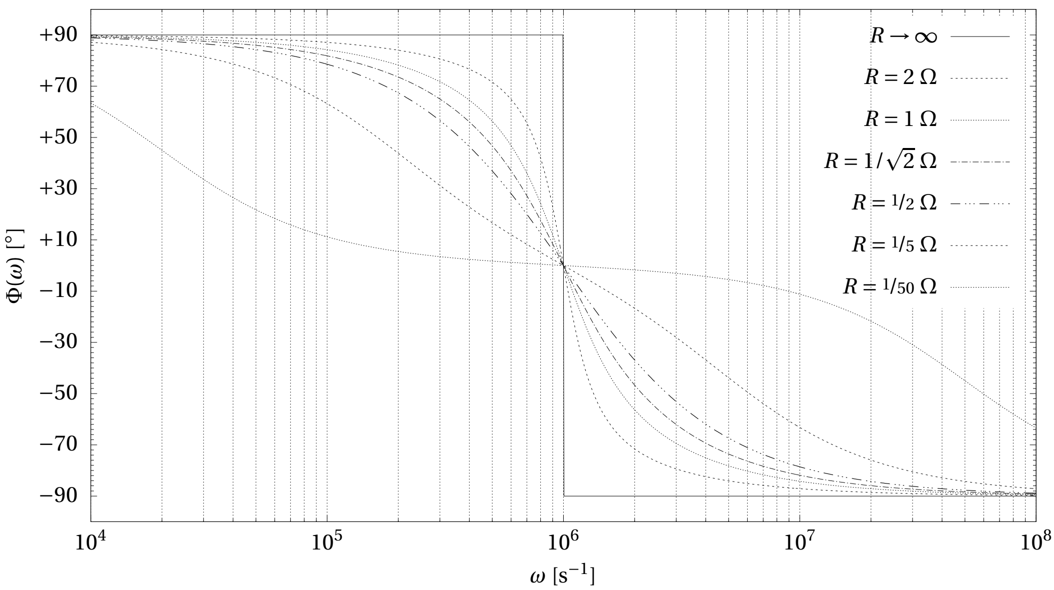
Slika 43.6. Kazalčni diagrami admitance vzporedne RLC vezave pri resonančni frekvenci (zgoraj), pod resonančno frekvenco (sredina) in nad njo (spodaj). Grafi na levi strani prikazujejo posamezne admitančne komponente, desna stran pa njihove vsote.



Slika 43.7. Frekvenčna odvisnost absolutne vrednosti impedance vzporedne RLC vezave pri različnih vrednostih ohmske upornosti.

Pri vzporedni RLC vezavi je resonančni pojav izrazit, ko je upornost R bistveno večja od karakteristične impedance Z_0. Pri resonančni frekvenci doseže absolutna vrednost impedance največjo vrednost, ki je enaka upornosti R. Če je ohmska upornost neskončna, čemur se približamo tako, da v vezje vgradimo samo tuljavo in kondenzator, je največja vrednost impedance neskončna. Z manjšanjem upornosti postaja resonančni pojav čedalje manj izrazit.

Slika 43.8 prikazuje fazni kot impedance vzporedne RLC vezave v odvisnosti od frekvence. Pri nizkih frekvencah se fazni kot asimptotično približuje +90°, kar je skladno z dominantnostjo tuljave v tem frekvenčnem področju. Pri visokih frekvencah je asimptotična vrednost faze −90°, kar se ujema s kapacitivnim značajem vezja. Manjša kot je upornost R, bolj položen je prehod med obema asimptotičnima vrednostima. Pri neskončni upornosti je fazni kot do resonančne frekvence konstantno +90°, nato se nezvezno spremeni v −90°. Pri resonančni frekvenci je fazni kot enak 0° neodvisno od vrednosti upornosti.



Slika 43.8. Frekvenčna odvisnost faznega kota impedance vzporedne RLC vezave pri različnih vrednostih ohmske upornosti.

43.3 Povzetek

- Pri resonančni frekvenci sta impedanci oziroma admitanci tuljave in kondenzatorja enaki po absolutni vrednosti. Ta vrednost se imenuje karakteristična impedanca.
- Resonančna frekvenca in karakteristična impedanca imata enako vrednost pri zaporedni in vzporedni vezavi tuljave in kondenzatorja.
- Pri zaporedni vezavi je pri nizkih frekvencah dominanten kondenzator, pri visokih frekvencah pa tuljava. Pri vzporedni vezavi je situacija obratna.
- Pri resonančni frekvenci ima vezje v obeh primerih čisto ohmski značaj.
- Pri zaporedni vezavi je resonančni pojav izrazit, ko je upornost mnogo manjša od karakteristične impedance, pri vzporedni vezavi pa, ko je upornost mnogo večja od nje.

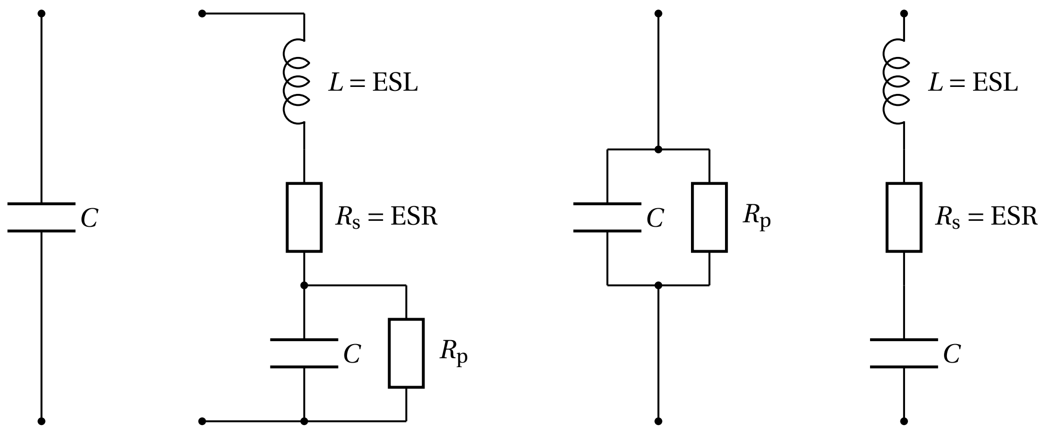
44 Realnejši kondenzator

Predznanja vsebujeta VIS sekciji 43.1 in 35.1.

Idealni kondenzator je teoretični element, ki izkazuje izključno lastnost kapacitivnosti, katere številska vrednost se ne spreminja pod vplivom nobene fizikalne veličine. Realni kondenzatorji se temu idealu relativno slabo približajo, saj je nemogoče izdelati kondenzator, ki ne bi izkazoval mnogih parazitnih vplivov, ki opazno vplivajo na delovanje vezij. Pri realnih kondenzatorjih ne moremo pričakovati niti točne niti konstantne kapacitivnosti, saj nanjo vplivajo ostale fizikalne veličine, od katerih je pomembna zlasti temperatura.

Časovno spreminjanje kapacitivnosti pa še zdaleč ni edini problem in v mnogih situacijah niti ni najbolj pereč in opazen. Realni kondenzatorji zlasti izrazito odstopajo od idealnih elementov zaradi parazitnih induktivnosti in upornosti. Vzrok zanje so upornosti in induktivnosti priključnih sponk ter samih elektrod. Parazitne upornosti so tudi posledica lastnosti in dogajanja v dielektriku.

Leva stran slike 44.1 prikazuje simbol kondenzatorja, ki nakazuje izključno prisotnost kapacitivnosti. Mnogokrat si tako predstavljamo tudi realne kondenzatorje, vendar je tako dojemanje teh elementov največkrat povsem neupravičeno.



Slika 44.1. Idealni kondenzator (levo), univerzalno nadomestno vezje (levo-sredina), nizkofrekvenčno nadomestno vezje (desno-sredina) in visokofrekvenčno nadomestno vezje (desno).

Slika levo-sredina podaja univerzalno nadomestno vezje kondenzatorja, ki poleg kapacitivnosti vsebuje dodatne elemente za modeliranje (nekaterih) parazitnih učinkov. Vzporedna upornost R_p modelira končno prevodnost dielektrika med elektrodama, zaradi katere se kondenzator pri nizkih frekvencah ne obnaša kot odprte sponke. Zaporedna upornost R_s (efektivna serijska upornost; ang. effective serial resistance, ESR) modelira ohmsko upornost priključnih sponk, elektrod in nekatere parazitne učinke dielektrika. Zaporedna induktivnost L (efektivna serijska induktivnost; ang. effective serial inductance, ESL), ki je nadvse pomembna neidealnost, modelira induktivnost elektrod in priključnih sponk.

Številske vrednosti navedenih elementov se pri različnih tipih in kapacitivnostih kondenzatorjev radikalno razlikujejo. Vedno pa pri brezhibnem kondenzatorju velja vsaj relacija $R_\mathrm{p} \gg R_\mathrm{s}$, saj R_p modelira upornost dielektrika oziroma *izolatorja* med kondenzatorjevima elektrodama, medtem ko R_s vsaj v prvem približku lahko obravnavamo kot ohmsko upornost kovinskih elektrod in priključkov, zato je to upornost dobro prevodne kovinske strukture.

44.1 Lastnosti kondenzatorja pri nizkih frekvencah

Ko kondenzator prevaja nizkofrekvenčne signale, lahko zanemarimo njegovo induktivnost L, saj je njena impedanca $j\omega L$ po absolutni vrednosti mnogo manjša od ostalih zaporedno vezanih impedanc. V tem frekvenčnem področju lahko zanemarimo tudi upornost R_s, ker je mnogo manjša tako od impedance $1/j\omega C$ kot tudi od upornosti R_p. Iz teh ugotovitev sledi poenostavitev nadomestnega vezja kondenzatorja na sliki 44.1 v sredini desno.

Pri nizkih frekvencah se kondenzator obnaša kot vzporedna vezava upornosti R_p in kapacitivnosti C z vsemi značilnostmi, ki tej kombinaciji pripadajo (sekcija 35.1 na strani 217). Posledično kondenzatorju pripišemo spodnjo frekvenčno mejo, pod katero ne izkazuje več pretežno kapacitivnega značaja, ampak se obnaša asimptotično ohmsko.

$$\omega_\mathrm{m} = \frac{1}{R_\mathrm{p} \cdot C} \qquad f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi \cdot R_\mathrm{p} \cdot C}$$

Ko velja $\omega \to 0$, se impedanca idealnega kondenzatorja povečuje v neskončnost. Ker pa je v realnosti vzporedno h kapacitivnosti vezana ohmska upornost, je maksimalna vrednost impedance, ki jo realni kondenzator lahko izkazuje, enaka vrednosti R_p. Za signale, ki imajo znatno manjšo frekvenco od nakazane frekvenčne meje, kondenzator v vezju sploh ne obstaja, ampak se na njegovem mestu nahaja upor R_p.

Vrednost upornosti R_p je izrazito odvisna od tipa kondenzatorja, dielektrika v njem in pri isti družini kondenzatorjev od same kapacitivnosti. Pri nekaterih keramičnih in polipropilenskih kondenzatorjih lahko ta upornost doseže 100 GΩ in več, po drugi strani imajo lahko elektrolitski kondenzatorji vrednost te upornosti tudi samo v velikostnem redu 1 MΩ ali celo zgolj 100 kΩ. Posledično je zelo težko na kratko podati kakršnekoli splošne zaključke o tej upornosti, ampak se pri načrtovanju vezij naslanjamo na podatkovne preglednice kondenzatorjev.

Pri nizkih frekvencah se realni kondenzator obnaša kot ohmski upor. Frekvenčno mejo, pod katero kondenzator izkazuje ohmske karakteristike, določata njegova kapacitivnost in upornost dielektrika. Vrednost te upornosti je izrazito odvisna od tipa kondenzatorja in vanj grajenega dielektrika, pri isti družini kondenzatorjev pa tudi od konkretne kapacitivnosti.

Upornost R_p povzroča, da se nabit kondenzator prazni sam od sebe tudi, če je odklopljen iz vezja. Pojav je moteč, ko napetost kondenzatorja nosi določeno informacijo. Tak primer sta vezje za zajem temenske vrednosti napetosti in vzorčno-zadrževalno vezje na vhodu AD pretvornika. V zvezi s tem definiramo RC časovno konstanto kondenzatorja $\tau = R_\mathrm{p} \cdot C$, ki določa, kako hitro se kondenzator prazni, ko je odklopljen iz vezja. Pri različnih kondenzatorjih je vrednost te konstante zelo različna. Elektrolitski kondenzatorji s pregovorno majhnimi vrednostmi R_p izkazujejo ustrezno majhno vrednost τ v velikostnem redu minut. Keramični in folijski kondenzatorji rutinsko dosegajo τ velikosti ur ali več dni, komercialno dostopni pa so tudi kondenzatorji s τ velikostnega reda mesecev.

44.2 Lastnosti kondenzatorja pri visokih frekvencah

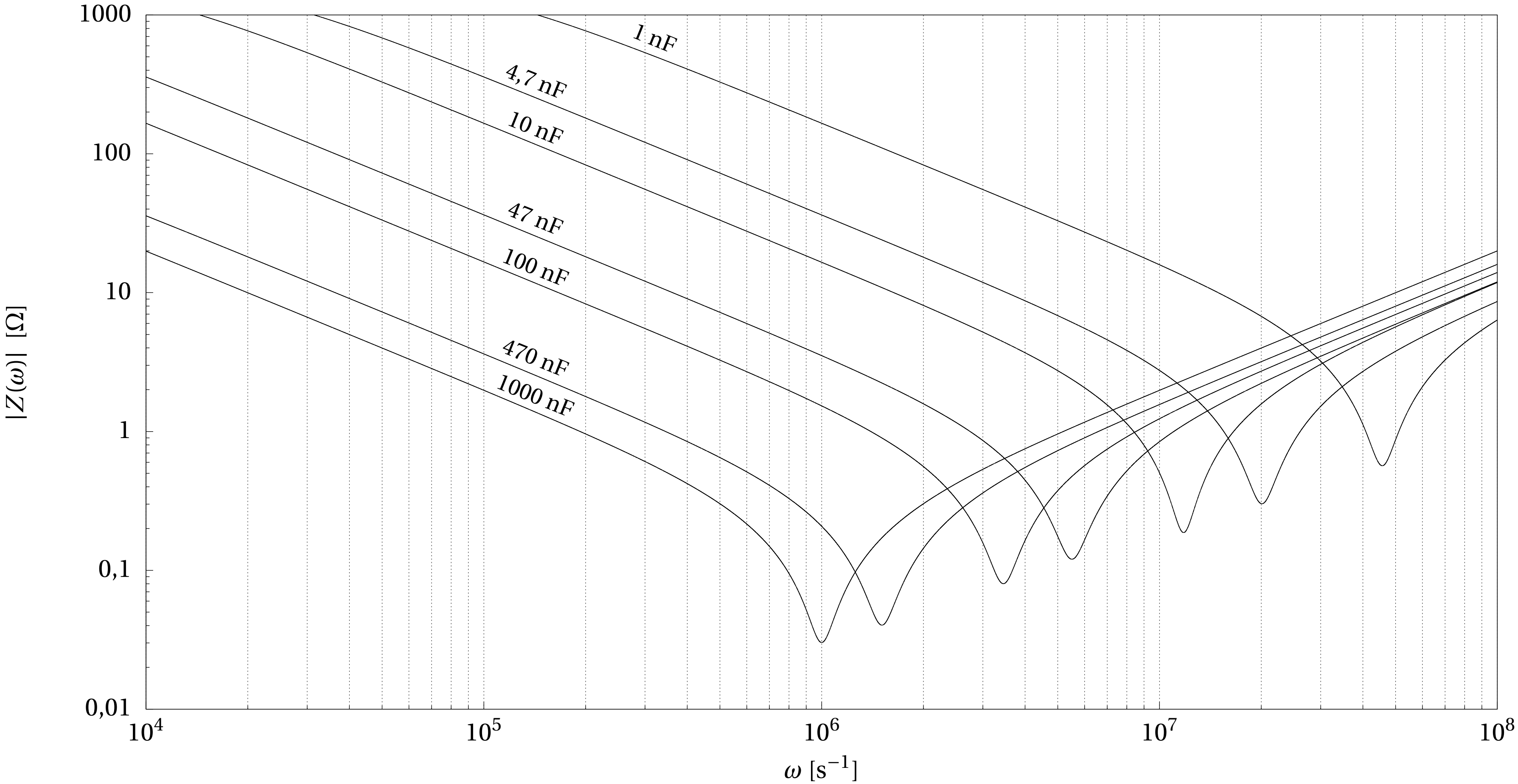
Približno obnašanje kondenzatorja pri visokih frekvencah modelira desno vezje na sliki 44.1. V tem frekvenčnem področju zanemarimo upornost R_p, ki je mnogo večja od absolutne vrednosti impedance kapacitivnosti $1/\omega C$. Sledi, da se kondenzator pri visokih frekvencah obnaša kot zaporedna RLC vezava, ki jo opisuje sekcija 43.1 na strani 263.

Posledično je induktivnost ESL *najhujša* kondenzatorjeva neidealnost. Zaradi nje se kondenzator pri visokih frekvencah obnaša kot *tuljava* (enačba 43.3 na strani 264). Induktivnost skupaj s kapacitivnostjo tudi povzroča resonančni pojav, zaradi česar impedanca kondenzatorja opazno upade ob prehodu med področjema s kapacitivnim in induktivnim značajem. Najnižja vrednost impedance v resonanci je enaka serijski upornosti ESR (slika 43.4 na strani 268). Temu dogajanju se pridruži tudi relativno hitra sprememba faznega kota med tokom in napetostjo v odvisnosti od frekvence (slika 43.5 na strani 269).

Različni tipi kondenzatorjev izkazujejo opazno različne vrednosti ESR. Keramični in folijski kondenzatorji imajo lahko to vrednost manjšo od 0,01 Ω, medtem ko je lahko ta upornost pri aluminijastih elektrolitskih kondenzatorjih tudi velikostnega reda 10 Ω. Obstajajo dražje izvedbe aluminijastih elektrolitskih kondenzatorjev, pri katerih je vrednost ESR zmanjšana nekaj manj kot za faktor 10 (ang. low-ESR aluminium electrolytic capacitor). Tantalovi elektrolitski kondenzatorji imajo vrednost ESR okvirno petkrat manjšo od primerljivih aluminijastih kondenzatorjev in tudi pri njih obstajajo posebne izvedbe s še dodatno zmanjšano vrednostjo tega parametra.

Vrednost ESR upada s kapacitivnostjo znotraj iste družine in tehnologije kondenzatorjev, ker večja kapacitivnost zahteva večje površine elektrod, kar pri prevajanju toka učinkuje kot večje število vzporedno vezanih uporov. Zaradi vseh nakazanih učinkov je v nekaj stavkih nemogoče podati kakršnekoli dokončne številke tega parametra, ampak se pri načrtovanju vezij intenzivno naslanjamo na kondenzatorjeve podatkovne preglednice.

Za načrtovanje vezij je še posebej neugodno, da se pri isti družini kondenzatorjev resonančna frekvenca niža z večanjem kapacitivnosti. Dogajanje za izbrano družino polipropilenskih kondenzatorjev prikazuje slika 44.2.



Slika 44.2. Impedanca kondenzatorja v odvisnosti od frekvence pri različnih kapacitivnostih znotraj iste izbrane družine kondenzatorjev.

Kondenzator 1 nF izkazuje kapacitivni značaj do okvirno 30 MHz, medtem ko se ta meja pri kondenzatorju 1000 nF spusti na okvirno 700 kHz. Razlog je v tem, da se resonančna frekvenca $1/\sqrt{LC}$ niža z večanjem kapacitivnosti pri *recimo* enaki induktivnosti (čeprav je slednja odvisna od geometrije kondenzatorja, ki se spreminja s kapacitivnostjo). S slike je tudi razvidno naraščanje ESR z manjšanjem kapacitivnosti, saj se v resonanci dosežena najmanjša impedanca dviga z manjšanjem kapacitivnosti.

Karakteristike na sliki 44.2 so tipične za neelektrolitske kondenzatorje, medtem ko je pri elektrolitskih kondenzatorjih resonanca bistveno manj izrazita oziroma bolj zadušena zaradi njihove večje vrednosti ESR. Ravno tako imajo elektrolitski kondenzatorji bistveno manjše frekvenčne meje in izkazujejo kapacitivne lastnosti zgolj do okvirno nekaj 10 kHz.

Podane ugotovitve diktirajo mnogo odločitev pri načrtovanju vezij. Pri izbiri kondenzatorjev za glajenje napajalnih napetosti ne izbiramo stihijsko pretirano velikih kapacitivnosti. Naiven teoretični izračun ob upoštevanju karakteristik *idealnega* kondenzatorja sicer pokaže, da večanje kapacitivnosti čedalje bolj učinkovito duši napajalne motnje, vendar se v praksi lahko zgodi ravno obratno. Pri realnih kondenzatorjih se z večanjem kapacitivnosti motnje manjšajo zgolj do določene meje. Ko v vezje vgradimo kondenzator s preveliko kapacitivnostjo, se nam tak element v frekvenčnem območju motnje obnaša kot tuljava in ne opravlja več svoje funkcije.

Drug pogost ukrep, povezan z dogajanjem na sliki 44.2, je vzporedna vezava dveh ali več izrazito različnih kondenzatorjev. V shemah vezij mnogokrat srečamo na primer kombinacijo aluminijevega elektrolitskega kondenzatorja 10 μF, kateremu je vzporedno vezan keramični kondenzator 100 nF. Razlog nikakor ni v tem, da je načrtovalec vezja izračunal, da je kapacitivnost 10 μF za 1 % premajhna glede na potrebe vezja. Tako razmišljanje je napačno iz dveh razlogov. Kot prvo elektrolitski kondenzatorji izkazujejo ogromne tolerance kapacitivnosti, tipično 20 %, zato je izračunani primanjkljaj dvajsetkrat manjši od same tolerance elementa. Kot drugo bi lahko ta problem rešili z vgradnjo elektrolitskega kondenzatorja 12 μF, namesto da vgrajujemo dva kondenzatorja, kar napravo podraži, veča porabo prostora in komplicira logistiko nabave elementov.

Pravi razlog za vzporedno vezavo dveh kondenzatorjev je, da večji kondenzator 10 μF filtrira zgolj motnje do frekvenc velikostnega reda 10 kHz, od tu naprej pa se obnaša kot tuljava in ne opravlja več svoje funkcije. Višjefrekvenčne motnje filtriramo z manjšim kondenzatorjem 100 nF, ki pa sam zase nima dovolj kapacitivnosti, da bi hkrati dušil tudi nižjefrekvenčne motnje. Tako oba kondenzatorja opravljata svojo vlogo v *različnih* frekvenčnih območjih.

Če bi naivno zamenjali oba kondenzatorja z enim 12 µF, bi naredili hudo napako. Najprej bi s tem v celoti izgubili filtriranje višjefrekvenčnih motenj. Poleg tega bi tudi dodatno spustili frekvenčno mejo, do katere se večji kondenzator obnaša kapacitivno, zaradi česar bi se lahko zgodilo, da tudi nižjefrekvenčne motnje ne bi bile več ustrezno filtrirane. Pri zamenjavi kondenzatorja 10 µF z 12 µF se to verjetno ne bi zgodilo, lahko pa bi naleteli na tako past, če bi se na slepo odločili za kondenzator 100 µF z razlogom, da bodo z njim motnje še bolj zadušene.

Izbira kondenzatorjev pri načrtovanju vezij zahteva poglobljeno poznavanje njihovih karakteristik in skrbno analizo vpliva z njimi povezanih neidealnosti. Predvsem se moramo zavedati, v katerem frekvenčnem območju naj kondenzator opravlja svojo funkcijo. Pri glajenju napajalnih napetosti to pomeni, da moramo poznati uporabno frekvenčno področje napajanega sklopa in frekvenčno vsebino motenj, ki jih želimo zadušiti. Brez upoštevanja teh podatkov je načrtovanje napajanja zgolj tavanje v temi.

Dodaten hud problem pri uporabi kondenzatorjev je tudi dejstvo, da se parazitne induktivnosti priključnih sponk in žic, s katerimi je kondenzator povezav v vezje, prišteva k induktivnosti samega kondenzatorja. Frekvenčne meje na sliki 44.2 veljajo zgolj za sam kondenzator pri podani dolžini priključnih sponk. Ko tak element priklopimo v vezje preko krajših ali daljših žic, se prikazane frekvenčne meje še dodatno spustijo. Že v manj zahtevnih situacijah lahko nekaj centimetrov povezave povsem onesposobi kondenzator za opravljanje svoje vloge, v bolj zahtevnih situacijah pa dobesedno odločajo že milimetri. Od tu sledi znano navodilo, da moramo kondenzatorje povezati z operacijskimi ojačevalniki in digitalnimi integriranimi vezji preko čim krajših povezav.

Pri predhodno omenjeni uporabi dveh ali več vzporednih kondenzatorjev je vitalnega pomena, da se kondenzator z *najmanjšo* kapacitivnostjo nahaja *najbližje* sklopu, katerega napajanje gladi. Na ta način je induktivnost povezav ustrezno majhna, zato kondenzator ohrani kapacitivni značaj do zadovoljive frekvenčne meje. Večji kondenzatorji v taki kombinaciji so nižjefrekvenčni, zato jim malenkost dodane induktivnosti karakteristike ne spremeni tako radikalno.

Podoben primer je stabilizacija napajanja mikroprocesorjev z veliko frekvenco ure. Hitri mikroprocesorji imajo običajno več parov napajalnih sponk. Delno je razlog v veliki tokovni porabi, ravno tako pomembno pa je, da zaradi parazitnih induktivnosti znotraj integriranega vezja en sam blokirni kondenzator ne more ustrezno gladiti napetosti znotraj celotnega vezja. Pri uporabi mikroprocesorjev je vitalnega pomena, da dodamo blokirni kondenzator med vsak par obstoječih napajalnih sponk.

44.3 Povzetek

- Realni kondenzator poleg kapacitivnosti izkazuje mnogo parazitnih lastnosti, ki pogosto dominantno vplivajo na njegovo delovanje v vezju.
- Pri nizkih frekvencah se kondenzator obnaša kot ohmski upor. Največja absolutna vrednost impedance, ki jo kondenzator izkazuje pri nizkih frekvencah, je enaka upornosti njegovega dielektrika.
- Pri visokih frekvencah se kondenzator obnaša kot zaporedna vezava kondenzatorja upora in tuljave.
- Kombinacija tuljave in kondenzatorja povzroča resonančni pojav.
- Nad resonančno frekvenco se kondenzator obnaša kot tuljava.
- Pri isti družini kondenzatorjev se resonančna frekvenca niža z večanjem kapacitivnosti.
- Pri isti družini kondenzatorjev se efektivna serijska upornost veča z manjšanjem kapacitivnostjo.
- Izbira kondenzatorja s preveliko kapacitivnostjo povzroči, da tak element izkazuje induktivni karakter v frekvenčnem področju, kjer potrebujemo kapacitivno delovanje.
- K induktivnosti kondenzatorja se prištevajo induktivnosti priključnih povezav.

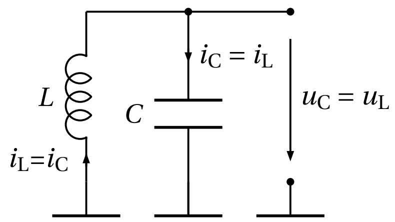
45 *LC* NIHAJNI KROG

Predznanja vsebujeta VIS poglavje 43 in sekcija 23.2.

Poglavje 43 (stran 263) analizira zaporedno in vzporedno *RLC* vezavo s stališča njunega odziva na vzbujanje, pri čemer je jedro razprave frekvenčna odvisnost impedance obeh kombinacij. V tem poglavju nas zanima povsem drug pogled na isti vezavi, vendar najprej ob odsotnosti upornosti. Tokrat je naš namen preučiti njun *lastni* odziv na *začetno stanje*. Glavna tema tekoče obravnave so nihajni krogi, ki jih tvorijo *RLC* vezave. Zaradi njih v vezju nastane dušeno sinusno nihanje zgolj na podlagi ustreznega začetnega stanja in brez prisotnosti vzbujanja. Ta lastnost je tesno povezana s predhodno frekvenčno odvisnostjo impedance v okolici resonančne frekvence, zato sta to in nekaj naslednjih poglavij (tudi) nadgradnja dosedanje diskusije.

Slika 45.1 prikazuje idealiziran *LC* nihajni krog brez ohmske upornosti, kar je zgolj teoretična situacija. Prikazana elementa sta vezana vzporedno, zato je napetost kondenzatorja enaka napetosti tuljave. Elementa sta vezana tudi zaporedno, zato je tok tuljave enak toku kondenzatorja.

Slika 45.1. *LC* nihajni krog z označenimi tokovi in napetostmi.



V tem vezju se ob ustreznem začetnem pogoju pojavi sinusna napetost na kondenzatorju (in tuljavi) ter sinusni tok skozi tuljavo (in kondenzator). Obe veličini imata isto frekvenco nihanja. Ustrezen začetni pogoj je neničelna napetost na kondenzatorju, neničelni tok skozi tuljavo, kot tudi večina njunih kombinacij.

Nastanek sinusnega nihanja kvalitativno razložimo na naslednji način. Predpostavimo začetno stanje, v katerem je na kondenzatorju napetost U_0, skozi tuljavo pa tok ne teče. Če bi bil kondenzator vezan v kratek stik z idealno žico brez upornosti in induktivnosti, bi se v hipu spraznil. Pri tem bi skozi žico in kondenzator stekel Diracov impulz toka.

Ker pa je na kondenzatorjevi sponki vezana tuljava, se tok skozi njo ne more hipno povečati. Napetost kondenzatorja je hkrati napetost tuljave, zato ta napetost določa odvod toka i_L, ki ima končno vrednost zaradi končne napetosti U_0. Tok skozi tuljavo prične zvezno naraščati. Hkrati se prične kondenzator prazniti, saj prisotnost toka pomeni odtekanje naboja s kondenzatorjevih elektrod. Kondenzatorjeva napetost torej upada.

V nekem trenutku se kondenzator sprazni ($u_C = u_L = 0$), zato ne poganja več toka skozi tuljavo. Stanje $u_L = 0$ pomeni, da je odvod toka i_L enak nič, zato v tem trenutku tok preneha *naraščati* in doseže maksimalno vrednost I_0.

To stanje karakterizira tudi bilanca energij v elementih. V izhodiščnem stanju kondenzator skladišči energijo $U_0^2 \cdot (C/2)$, medtem ko v stanju $u_\mathrm{C} = 0$ kondenzator ne vsebuje nobene energije. Med procesom praznjenja kondenzatorja se njegova energija pretoči v tuljavo. Maksimalni tok I_0 skozi tuljavo določa njegova vrednost, pri kateri ima sedaj tuljava enako energijo $I_0^2 \cdot (L/2)$, kot jo ima kondenzator ob pričetku dogajanja. Posledično velja naslednja zveza.

$$\frac{C \cdot U_0^2}{2} = \frac{L \cdot I_0^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_0^2}{I_0^2} = \frac{L}{C} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$$

V zadnjem zapisu prepoznamo karakteristično impedanco Z_0 (enačbi 43.5 in 43.6 na strani 264), kar tej veličini priredi že drug pomen. V sekciji 43.1 je ugotovljeno, da je Z_0 absolutna vrednost impedance kondenzatorja in tuljave pri resonančni frekvenci. Sedaj vidimo, da ista veličina podaja tudi razmerje amplitud napetosti kondenzatorja in toka tuljave pri *LC* nihajnem krogu. Ti vlogi sta povezani.

Nadaljujmo z opisom dogajanja od trenutka, ko velja $u_\mathrm{C} = 0$ in $i_\mathrm{L} = I_0$. Kondenzator ne poganja več toka skozi tuljavo. Ker pa se tuljava upira spremembi toka, sedaj ona poganja tok i_L naprej. S tem postaja u_C negativna, saj tok i_L povzroča dodatno odtekanje pozitivnega naboja iz kondenzatorjeve elektrode, ki je bila na začetku pozitivna, ob stanju $u_\mathrm{C} = 0$ pa je bila ravno razelektrena. Kondenzator se torej *polni* v nasprotni smeri, saj sedaj njegova druga elektroda postaja pozitivna.

Ko se kondenzator nabije na napetost $-U_0$, je tok skozi tuljavo nič, saj celoten izhodiščni naboj na kondenzatorju, ki ustvari tok I_0 v tuljavi, ravno v celoti zamenja elektrodi. Ravno tako se v tem procesu energija tuljave $I_0^2 \cdot (L/2)$ ponovno pretoči v kondenzator, ki ima sedaj enako energijo $U_0^2 \cdot (C/2)$, kot jo ima na začetku.

Posledično imamo v vezju enako stanje kot v izhodišču, le da je kondenzator nasprotno polariziran. Dogajanje se torej ponovi v drugo smer, s čimer se na kondenzatorju zopet vzpostavi prvotna napetost U_0. Opisani proces pretakanja energije ter nihanja napetosti in toka se v idealu ponavlja v nedogled.

Nihanje v kateremkoli fizikalnem sistemu nastane le, če sta v njem vsebovani dve različni obliki energije, ki se med seboj pretakata. Pri mehanskem nihalu se med seboj pretakata kinetična energija in gravitacijska potencialna energija. Analogno se pri *LC* nihajnem krogu med seboj pretakata elektrostatična energija v kondenzatorju, in magnetostatična energija v tuljavi.

RC vezja lahko shranjujejo izključno elektrostatično energijo, zato nobena kombinacija kondenzatorjev in uporov ne omogoča nastanka nihanja. To velja samo za čista *RC* vezja brez aktivnih elementov, kot so ojačevalniki.

Vrnimo se k sliki 45.1. Glede na nakazano polariteto napetosti u_C teče tok i_C algebraično v *pozitivno* kondenzatorjevo sponko. Za kombinacijo u_C in i_C torej veljata vezani polariteti. Tok i_L pa teče v tuljavino *negativno* sponko, zato polariteti napetosti u_L in i_L nista vezani. (Vezane in nevezane polaritete omenja sekcija 4.1 na strani 29). Obe polariteti sta namerno tako izbrani zaradi naslednjega razloga.

Za nastanek nihanja je ključno, da sta oba elementa vezana tako vzporedno kot zaporedno. Na njima je torej ista napetost, skozi njiju pa teče isti tok. Vendar teče tok skozi kondenzator v nasprotni smeri od toka skozi tuljavo glede na algebraično izbrano skupno polariteto napetosti na elementih. Tok skozi kondenzator prehiteva napetost za 90°, tok skozi tuljavo pa zaostaja za napetostjo za 90°. Obe karakteristiki izkazujeta fazno razliko 180°, kar povzroča ravno nasprotno smer toka skozi tuljavo in kondenzator pri isti napetosti na njima.

Fazna razlika 180° med tokoma kondenzatorja in tuljave zagotavlja, da se tok pretaka po zanki. Če bi oba tokova tekla v isto smer (kar bi bilo na sliki 45.1 označeno z obema puščicama navzdol ali navzgor), bi to bilo očitno kršenje tokovega Kirchoffovega zakona.

Nasprotni smeri tokov pri isti napetosti omogočata pretakanje energije med elementoma. V časovnih intervalih, ko je produkt $u_C \cdot i_C$ pozitiven, je produkt $u_L \cdot (-i_L)$ negativen (minus predznak pri i_L je posledica nevezanih polaritet na tuljavi). S tem energija v kondenzatorju narašča ravno takrat, ko energija v tuljavi upada in obratno. Take razmere v vezju so skladne z zakonom o ohranitvi energije. Za nastanek nihanja je torej ključno, da se dejanska napetost in tok na enem od elementov skladata z vezanimi polaritetami, na drugem elementu pa ne.

Če dosedanjo razlago povzamemo, ugotovimo, da sta za nastanek nihanja ključna dva pogoja. Prvi pogoj sta enaki amplitudi tokov i_C in i_L pri isti napetosti na obeh elementih. Drugi pogoj je, da pri isti napetosti tokova tečeta v nasprotnih smereh. Slednji pogoj je avtomatično izpolnjen s fazno razliko impedanc kondenzatorja in tuljave. Enaki amplitudi tokov pa je pri isti napetosti možno doseči le, če sta impedanci obeh elementov enako veliki. Iz te ugotovitve sledi naslednja zveza, ki smo jo predhodno že srečali (enačba 43.4 na strani 264).

$$\left|j\omega_m L\right| = \left|\frac{1}{j\omega_m C}\right| \quad \Rightarrow \quad \omega_m L = \frac{1}{\omega_m C} \quad \Rightarrow \quad \omega_m = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Frekvenca *lastnega* nihanja *LC* nihajnega kroga je enaka resonančni frekvenci predhodno obravnavanih *RLC* vezav. To ni naključje, kar pojasnijo naslednja poglavja. Absolutna vrednost impedanc tuljave in kondenzatorja pri frekvenci vzpostavljenega nihanja pa je enaka karakteristični impedanci Z_0. To pojasni tudi drugo vlogo karakteristične impedance. V splošnem je razmerje amplitud napetosti na elementu in toka skozi element enako absolutni vrednosti impedance tega elementa. V našem primeru sta pripadajoči amplitudi U_0 in I_0, absolutna vrednost impedanc obeh elementov pa je Z_0.

Nihanje ne more nastati pri večji frekvenci od ω_m, ker je v tem primeru impedanca tuljave večja od impedance kondenzatorja, zato pri isti napetosti teče skozi kondenzator večji tok kot skozi tuljavo, kar je protislovno zaradi zaporedne vezave elementov. Ravno tako nihanje ne more nastati pri manjši frekvenci od ω_m, ker je tokrat tok skozi tuljavo večji od toka skozi kondenzator. (Naštete situacije prikazujejo kazalčni diagrami na levi strani slike 43.2, če odmislimo ohmsko komponento impedanc, ker v tokratnem vezju velja $R = 0$).

Podane ugotovitve tudi pojasnijo, zakaj je časovni potek tokov in napetosti nujno sinusne oblike. Drugačna oblika časovnega poteka pomeni, da so v signalu poleg osnovne harmonske komponente prisotni tudi višji harmoniki (poglavje 29 na strani 165). Ker so frekvence teh harmonikov višje od ω_m, zanje velja predhodno opisano protislovje v vezju pri pogoju $\omega > \omega_\mathrm{m}$. S tem je obstoj višjih harmonikov fizikalno nemogoč. Razmere v vezju podpirajo zgolj obstoj harmonske komponente signala s frekvenco ω_m.

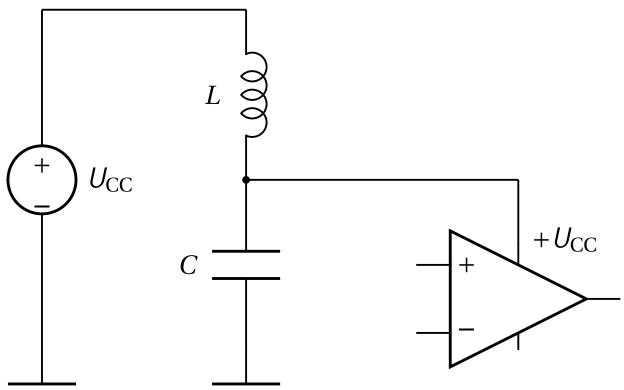
45.1 Povzetek

- Vzporedna (in s tem hkrati tudi zaporedna) vezava tuljave na kondenzator ustvari *LC* nihajni krog, ki se na začetno stanje v vezju odzove s sinusnim časovnim potekom napetosti na elementih in s sinusnim časovnim potekom toka, ki teče skozi oba elementa.
- Razmerje amplitud napetosti in toka je enako karakteristični impedanci *LC* nihajnega kroga.
- Frekvenca lastnega nihanja je enaka resonančni frekvenci zaporedne in vzporedne vezave upora, kondenzatorja in tuljave.
- Nihanje nastane le, če v sistemu obstajata dve obliki energije, ki se med seboj pretakata. Pri *LC* nihajnem krogu se pretakata elektrostatična energija kondenzatorja in magnetostatična energija tuljave.
- V *RC* vezjih nihanje ne more nastati, ker se v njih skladišči zgolj ena oblika energije, ki je elektrostatična energija v kondenzatorjih.
- Napetost in tok nihajnega kroga imata nujno sinusni časovni potek, saj se enakost impedanc kondenzatorja in tuljave vzpostavi samo pri eni frekvenci. Posledično višji harmoniki v signalu ne morejo obstajati.

46 *LC* NAPETOSTNI DELILNIK

Predznanja vsebujejo VIS poglavja 43, 45, 14 in 24.

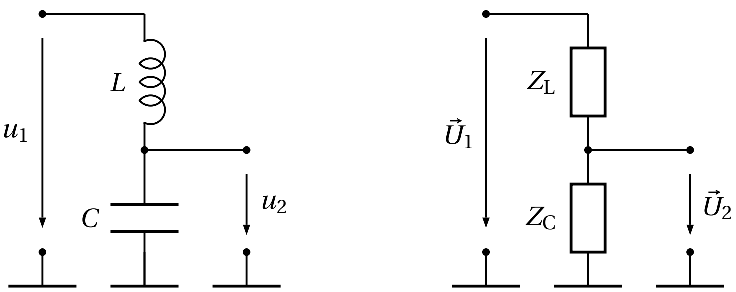
Slika 46.1 prikazuje tipično situacijo napajanja operacijskega ojačevalnika. Induktivnost L je parazitna induktivnost napajalne povezave. Zaradi nje je brez dodatnih ukrepov Theveninova impedanca linije pri visokih frekvencah prevelika. Posledično se napajalna napetost nesprejemljivo seseda pri hitro spremenljivih napajalnih tokovih.



Slika 46.1. Napajalni *LC* napetostni delilnik.

Pojav skušamo omiliti z dodatkom blokirnega kondenzatorja C, ki zmanjša visokofrekvenčno Theveninovo impedanco izvedenega napajanja. O tem ukrepu podrobneje govori glavna knjiga.

Blokirni kondenzator skupaj s parazitno induktivnostjo tvori *LC* napetostni delilnik na levi strani slike 46.2. Posledično je podrobno poznavanje tega sklopa vitalnega pomena za uspešno načrtovanje napajanja. To in naslednja tri poglavja podajajo potrebna znanja o *LC* delilniku, ki jih v ta namen potrebujemo.



Slika 46.2. *LC* delilnik (levo) in njegov impedančni model (desno).

Pri izvedbi napajanja stremimo k naslednjim trem ciljem.

1. Prenosna funkcija pri frekvenci nič, naj bo enaka ena, da se napajalna napetost U_{CC} nespremenjena prenese do ojačevalnikove napajalne sponke.
2. Prenosna funkcija pri višjih frekvencah naj bo čim manjša, da se napajalne motnje čim bolj zadušijo. Napajalna napetost naj bi bila časovno konstantna veličina, zato vsako njeno spreminjanje predstavlja motnjo in povzroča parazitne učinke vezja.
3. Theveninova impedanca napajanja na strani ojačevalnika naj bo pri vseh frekvencah čim manjša. S tem se ojačevalnikova napajalna napetost zadovoljivo malo seseda, kljub hitrim spremembam napajalnega toka.

Prva zahteva je zadovoljivo izpolnjena v večini primerov. Tuljava pri frekvenci nič predstavlja kratek stik, kondenzator pa odprti sponki. Tako je prenosna funkcija *LC* delilnika pri tej frekvenci enaka ena. Ostali dve zahtevi je bistveno težje izpolniti, saj sta si med seboj protislovni. Obstaja tudi rešitev, ki zadovoljivo realizira vse tri zahteve, vendar povzroča nesprejemljivo porabo toka. Od tu sledi potreba po poglobljenem poznavanju *LC* delilnikov, da lahko na podlagi teh znanj iščemo optimalne kompromise znotraj nakazanih protislovij.

46.1 Prenosna funkcija *LC* delilnika

V prvem koraku analize obravnavajmo *LC* delilnik kot generični delilnik na desni strani slike 46.2. To vodi v izpeljavo naslednjega delilnega razmerja oziroma prenosne funkcije.

$$H(\omega) = \frac{Z_{\mathrm{C}}}{Z_{\mathrm{L}}+Z_{\mathrm{C}}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{(j\omega)^2 LC+1} = \frac{1}{1-\omega^2 LC} \tag{46.1}$$

Kot pri *RC* in *CR* členu ima tudi tokrat imenovalec prenosne funkcije dva člena, od katerih je en konstanten, drugi pa je frekvenčno odvisen (tokrat kvadratno). Na podlagi dosedanjih izkušenj sklepamo, da tudi pri tem vezju ločimo dve frekvenčni področji.

Pri nizkih frekvencah, ko velja $\omega \to 0$, se prenosna funkcija poenostavi v naslednjo obliko, ki razkriva, da se nizkofrekvenčni signali prevajajo nespremenjeni.

$$H(\omega)|_{\omega\to 0} \approx \frac{1}{1-\cancel{\omega^2 LC}} = 1 \tag{46.2}$$

Pri nizkih frekvencah se kondenzator obnaša kot odprti sponki, tuljava pa kot kratek stik. S tem je izhodna napetost direktno povezana z vhodno napetostjo, medtem ko kondenzator ne predstavlja nikakršne obremenitve te povezave.

Pri visokih frekvencah oziroma pri pogoju $\omega \to \infty$ dobimo naslednje.

$$H(\omega)|_{\omega\to\infty} \;\approx\; \frac{1}{\cancel{1} - \omega^2 LC} \;=\; -\frac{1}{\omega^2 LC} \tag{46.3}$$

Amplitudni odziv, ki je absolutna vrednost dobljenega izraza, tokrat upada kvadratno s frekvenco, kar pojasnimo na naslednji način. Z večanjem frekvence se impedanca tuljave linearno povečuje, zato sta vhodni in izhodni signal čedalje slabše povezana. Vhodni signal u_1 in tuljavo lahko obravnavamo kot Theveninov vir, katerega impedanca narašča linearno s frekvenco. Če bi kondenzator zamenjali z ohmskim uporom, bi zaradi povečevanja Theveninove impedance vira izhodna napetost (asimptotično) upadala linearno s frekvenco. (Podobno situacijo imamo pri *CR* členu pri *nizkih* frekvencah, kjer impedanca kondenzatorja med vhodom in izhodom narašča obratnosorazmerno s frekvenco.)

V *LC* delilniku pa Theveninovega vira u_1 s tuljavo ne bremeni upor ampak kondenzator, ki z višanjem frekvence postaja čedalje boljši kratek stik, saj njegova impedanca upada linearno s frekvenco. To dodatno bremeni Theveninov vir, ki ga sestavljata vhodni signal in tuljava. Theveninova upornost vira torej narašča linearno s frekvenco, kar bi pri *konstantnem* bremenu povzročilo linearno upadanje izhodnega signala s frekvenco. Hkrati pa obremenitev vira ni konstantna, ampak se linearno povečuje s frekvenco, kar povzroča dodatno sesedanje izhodne napetosti. Oba učinka skupaj povzročita, da izhodna napetost upada kvadratno s frekvenco. V tem frekvenčnem področju je vhodni signal pri prehodu skozi *LC* delilnik močno dušen, zato velja $u_2 \approx 0$. Podobno se obnaša *RC* člen pri visokih frekvencah (slika 26.7 na strani 152), le da je sedaj dušenje bistveno močnejše zaradi kvadratnega upadanja odziva s frekvenco.

Nadalje ugotovimo, da je prenosna funkcija v visokofrekvenčnem področju (asimptotično) realna in negativna, kar pomeni fazni zamik izhodne napetosti proti vhodni napetosti za $-180°$, oziroma zaostajanje izhoda za polovico periode glede na vhod (spodnji levi primer na sliki 23.3 na strani 130). Vzrok je naslednji.

Napetost na kondenzatorju, ki je hkrati izhodna napetost, zaostaja za tokom skozenj. Če bi vezje vzbujal tokovni vir, bi bila izhodna napetost premaknjena glede na vhodni tok za $-90°$. Pri *LC* delilniku pa tok v kondenzator priteče preko tuljave. Napetost na njej je pri visokih frekvencah skoraj enaka vhodni napetosti, saj je izhodna napetost praktično nič (dejanska napetost na tuljavi je $u_1 - u_2$, pri čemer velja $u_2 \approx 0$). Tok skozi tuljavo zaostaja za napetostjo na njej in je glede na njo premaknjen za $-90°$, kar pomeni, da isti tok zaostaja za toliko tudi glede na vhodno napetost. Skupni rezultat obeh učinkov je fazni zamik $-180°$.

46.2 Mejna frekvenca *LC* delilnika

Opisali smo dve frekvenčni področji *LC* delilnika, med katerima po že utečeni praksi določimo mejo pri frekvenci, kjer sta oba člena imenovalca prenosne funkcije enako velika.

$$|1| = \left|-\omega_{\mathrm{m}}^2 LC\right| \quad \Rightarrow \quad \omega_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Ker je tokrat drugi člen imenovalca kvadratno odvisen od frekvence, se pri izračunu ω_{m} pojavi kvadratni koren za razliko od predhodnih *RC* kombinacij, kjer smo vedno imeli v pripadajočem izrazu vrednosti elementov na prvo potenco.

Z vpeljano mejno frekvenco zapišemo prenosno funkcijo *LC* delilnika na naslednji način.

$$H(\omega) \;=\; \frac{1}{1-\omega^2 LC} \;=\; \frac{1}{1-\frac{\omega^2}{\omega_{\mathrm{m}}^2}} \;=\; \frac{1}{1+\left(\frac{j\omega}{\omega_{\mathrm{m}}}\right)^2}$$

Prenosne funkcije *LC* delilnika ne določata posamezni vrednosti L in C ampak izključno njun produkt oziroma rezultirajoča mejna frekvenca. Ugotovitev je podobna kot pri *RC* in *CR* členu, kjer za določitev njunih prenosnih funkcij zadostuje poznavanje njima lastni mejni frekvenci.

Pri visokih frekvencah se dobljeni izraz poenostavi v naslednje oblike.

$$H(\omega)|_{\omega\to\infty} \;\approx\; \frac{1}{\cancel{1}+\left(\frac{j\omega}{\omega_{\mathrm{m}}}\right)^2} \;=\; \left(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{j\omega}\right)^2 \;=\; \omega_{\mathrm{m}}^2\cdot\left(\frac{1}{j\omega}\right)^2 \;=\; -\left(\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{\omega}\right)^2$$

Iz zadnjega zapisa je razvidno, da je amplituda izhodnega signala tolikokrat manjša od vhodne amplitude, kolikor znaša kvadrat razmerja med frekvenco vzbujanja in mejno frekvenco *LC* delilnika.

> **Primer 1.** *LC* delilnik ima mejno frekvenco 10 kHz. Pri vzbujanju s sinusnim signalom 50 kHz dobimo na izhodu 25-krat manjšo amplitudo od vhodne. □

Kot pri *RC* členu je faktor dušenja vhodnega signala asimptotično odvisen od tega, kolikokrat frekvenca vzbujanja prekorači mejno frekvenco, le da tokrat dušenje narašča kvadratno s prekoračitvijo.

Iz predzadnjega zapisa predhodne enačbe je razvidno, da *LC* delilnik pri visokih frekvencah izvaja funkcijo dvojnega integriranja. To razberemo tudi neposredno iz prvotne prenosne funkcije.

$$H(\omega)|_{\omega\to\infty} \;=\; -\frac{1}{\omega^2 LC} \;=\; \frac{1}{(-1)\cdot\omega^2\cdot LC} \;=\; \frac{1}{j^2\cdot\omega^2\cdot LC} \;=\; \left(\frac{1}{j\omega}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{LC}\right)$$

Ugotovitev fizikalno razložimo s tem, da je tok skozi tuljavo integral njene napetosti (v tem primeru napetosti u_1 pri pogoju $u_2 \approx 0$). Isti tok teče skozi kondenzator, katerega napetost je integral tega toka.

46.3 Mejna frekvenca je resonančna frekvenca

Ko pri *RC* ali *CR* členu vstavimo vrednost mejne frekvence v prenosno funkcijo, določimo amplitudni in fazni odziv vezja, ki je karakterističen za vzbujanje s to frekvenco. Pri *LC* delilniku nas v tem pogledu čaka presenečenje.

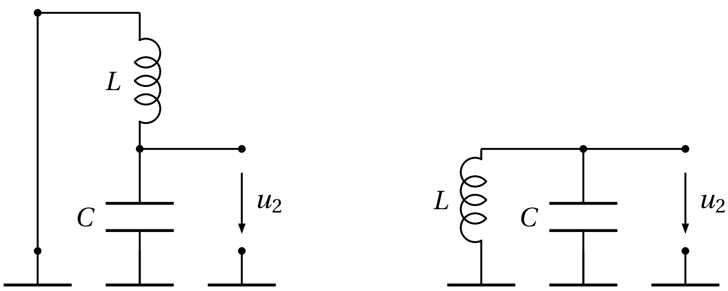
$$H(\omega)|_{\omega\to\omega_\mathrm{m}} = \frac{1}{1-\omega_\mathrm{m}^2 LC} = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2 LC} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0} \Rightarrow H(\omega)|_{\omega\to\omega_\mathrm{m}} \to \infty$$

Pri tej frekvenci je prenosna funkcija neskončna, česar še nismo srečali. Sekcija 43.2 (stran 269) sicer obravnava neskončno vrednost *impedance*, kar zgolj pomeni, da tok ne teče v vezje kljub prisotnosti napetosti. To se zgodi tudi pri odprtih sponkah, zato rezultat ni težko dojemljiv.

Tokratna neskončna vrednost *prenosne funkcije* pa pomeni, da je amplituda izhodne napetosti u_2 neskončnokrat večja od amplitude vhodne vzbujalne napetosti u_1. Ta rezultat je bistveno težje dojemljiv, zato se poglobimo v njegov pomen. Pojavu v vezju, ki ob tem nastane, pravimo resonanca (enako kot pri impedanci v poglavju 43), frekvenci ω_m pa resonančna frekvenca *LC* delilnika. V nadaljevanju se izkaže, da je to lastna frekvenca *LC* nihajnega kroga v ozadju, ki povzroča opisano dogajanje.

Neskončna vrednost prenosne funkcije oziroma amplitudnega odziva matematično formalno pomeni, da pri končnem vzbujanju dobimo na izhodu neskončen odziv; $\vec{U}_2 = H(\omega)\cdot\vec{U}_1 = \infty\cdot\vec{U}_1 = \infty$. Po drugi strani lahko pri $H(\omega) \to \infty$ dobimo končno vrednost odziva ob *odsotnosti* vzbujanja, saj vrednost matematičnega izraza $\vec{U}_2 = H(\omega)\cdot\vec{U}_1 = \infty\cdot 0$ ni nujno enaka nič. (Teoretično ta pogled ni povsem pravilen, na kar opozorimo kasneje). Sledi, da imamo lahko na izhodu vezja določen odziv, kljub odsotnosti vhodne napetosti. Tak odziv je nujno sinusna funkcija frekvence u_m, saj stanje $H(\omega) \to \infty$ nastopi samo pri tej frekvenci in posledično velja samo za njej pripadajoče sinusno nihanje.

Podano razmišljanje ima fizikalno utemeljitev. Leva stran 46.3 prikazuje obravnavani *LC* delilnik z izklopljenim vzbujanjem. Vir u_1 je vezan v kratek stik, kot to zahteva načelo superpozicije. Desna stran slike poudari, da sta po izklopu vzbujanja tuljava in kondenzator vezana vzporedno. Dobljeno vezje je *LC* nihajni krog iz poglavja 45 (stran 282).



Slika 46.3. *LC* delilnik z izklopljenim virom (levo) in njegovo ekvivalentno vezje vzporednega nihajnega kroga (desno).

V takem vezju se ob ustrezni začetni napetosti na kondenzatorju in/ali toku skozi tuljavo pojavi sinusna napetost na kondenzatorju in sinusni tok skozi tuljavo. Frekvenca te napetosti in toka je enaka mejni frekvenci *LC* delilnika. Frekvenca ω_m je torej lastna oziroma resonančna frekvenca *LC* nihajnega kroga, ki ga imamo nehote v vezju, ko k napajalni liniji vežemo blokirni kondenzator.

Vrnimo se k izhodiščnemu vprašanju: kaj pomeni $H(\omega) \to \infty$. Prenosna funkcija $H(\omega)$ je razmerje med odzivom in vzbujanjem vezja: $\vec{U}_2 = H(\omega) \cdot \vec{U}_1$. V primeru uporovnega delilnika iz enakih uporov velja $H(\omega) = 1/2$, kar pomeni, da pri sinusnem vzbujanju amplitude $\vec{U}_1$ dobimo na izhodu sinusni odziv polovične amplitude od vhodne (in enake faze, ker je $1/2$ realno število).

Relacijo $\vec{U}_2 = H(\omega) \cdot \vec{U}_1 = 1/2 \cdot \vec{U}_1$ lahko beremo tudi v obratni smeri. Če želimo na izhodu imeti odziv določene amplitude, vhod vzbujamo z dvakrat večjo amplitudo. Izraz $H(\omega)$ torej opisuje povezavo med vzrokom (vzbujanjem) in posledico (odzivom). Pri znanem vzbujanju lahko s $H(\omega)$ napovemo odziv, pri znanem odzivu pa lahko izračunamo vzbujanje, ki ta odziv povzroči.

Rezultat $H(\omega) \to \infty$ pri $\omega = \omega_\mathrm{m}$ pomeni, da je izhodni sinusni signal *lastni* odziv vezja na *začetno stanje*, zato za njegovo generiranje *LC* delilnik ne potrebuje vzbujanja. Tudi če je vhodna napetost vezana v kratek stik in velja $\vec{U}_1 = 0$, kot prikazuje leva stran slike 46.3, je vezje zmožno generirati sinusno izhodno napetost s tem, da pretaka elektromagnetno energijo med kondenzatorjem in tuljavo. Če pa vezje vzbujamo in velja $\vec{U}_1 \neq 0$, mu neprestano dovajamo dodatno energijo, ki se (v idealu) ne porablja, zato se v vezju nakopičena energija povečuje. Teoretično postane po neskončnem času vzbujanja nakopičena energija v vezju neskončna, zaradi česar je neskončna tudi izhodna amplituda, kar napove relacija $\vec{U}_2 = H(\omega) \cdot \vec{U}_1 = \infty \cdot \vec{U}_1 = \infty$.

Prenosne funkcije opisujejo ustaljeno stanje, ki nastopi po *neskončnem* času vzbujanja in ko prehodni pojav v vezju povsem izzveni. V tem smislu je izračunana neskončna vrednost izhodne amplitude *teoretično* korektna, čeprav se zavedamo, da je v praksi ne moremo doseči, ker vsako realno vezje ima izgube in ker ga ne moremo vzbujati neskončno časa. Rezultat $\vec{U}_2 \to \infty$ podaja *asimptotično* vrednost odziva, ki se ji realni odziv približuje, ko izgube v vezju manjšamo proti nič in ko podaljšujemo čas vzbujanja v neskončnost.

Ista ugotovitev velja tudi za druge vrednosti prenosnih funkcij, vendar se v običajnih situacijah, kjer je $H(\omega)$ končna, dejanski odziv vezja relativno hitro približa napovedanemu asimptotičnemu odzivu, zato težje opazimo razhajanje med izračunanim odzivom ob teoretični predpostavki neskončno trajajočega vzbujanja in dejanskim obnašanjem vezja pri končnem času vzbujanja.

V praksi nobena prenosna funkcija ne doseže neskončne vrednosti pri nobeni frekvenci (*LC* nihajni krog v realnosti vedno izkazuje tudi ohmske izgube), se pa temu stanju včasih dovolj približamo, da so posledice usodne. Dobro znani so zlasti primeri rušenja visečih mostov zaradi sunkov vetra ali korakanja vojakov.

Viseči most je primer mehanskega nihala, zato ima določeno lastno frekvenco. *Realni* mehanski most ni analogija čistega *LC* vezja, je pa približna analogija *LC* nihajnega kroga z dodatkom ohmskega upora (več o tem v naslednjem poglavju). Podobni primeri mehanskih sistemov so še glasbene vilice, strune na kitari, činele in cerkveni zvonovi. Ko tak sistem vzbudimo (udarimo s kladivom ali drugače izmaknemo iz mirovanja, s čimer vzpostavimo določeno začetno stanje), se odzove z *dušenim* nihanjem.

Podana ugotovitev se prenese tudi v realnost elektronike. Zaradi parazitnih *LC* nihajnih krogov so nepravilno zasnovane napajalne linije podvržene oscilatornim napajalnim napetostim. Še posebej nevarne so situacije, kjer taka linija napaja ojačevalnik z velikim ojačenjem in/ali majhnim PSRR in/ali z velikimi časovnimi odvodi izhodnih napetosti; ang. slew-rate.

V realnosti se med vzpostavljenim sinusnim nihanjem energija v vezju manjša zaradi ohmskih izgub v žicah in elektrodah kondenzatorja, ki niso idealni prevodniki. Posledično ob odsotnosti vzbujanja amplituda nihanja upada s časom, prenosna funkcija realnega *LC* delilnika pa pri mejni frekvenci nima neskončne absolutne vrednosti. To opisuje naslednje poglavje.

Od stopnje dušenja (vrednosti dodane upornosti v *LC* nihajni krog), ki je povezana s stopnjo porabe energije, je odvisno, kako hitro se amplituda nihanja manjša. Od tega je tudi odvisno, za koliko vrednost prenosne funkcije pri mejni frekvenci odstopa od neskončnosti. Pri činelah zvok relativno hitro pojema, medtem ko glasbene vilice ali cerkveni zvon slišimo še relativno dolgo po začetnem vzbujanju (relativno glede na periodo nihanja).

Posledično je cerkveni zvon boljša analogija čistega *LC* nihajnega kroga od činel, zato pri njem lažje opazujemo pomen izraza $H(\omega) \to \infty$, ki opisuje ravno dogajanje po tem, ko zvon udarimo: zvonjenje se nadaljuje, kljub odsotnosti vzbujanja, ker je rezultirajoče sinusno nihanje lastni odziv zvona na začetno stanje. Dogajanje torej opisuje analogija enačbe $\vec{U}_2 = H(\omega) \cdot \vec{U}_1$, pri čemer je $\vec{U}_1$ enaka nič, $\vec{U}_2$ pa ne, iz česar sledi približna relacija $H(\omega) \to \infty$.

Predhodni opis ni teoretično korekten. Prenosna funkcija opisuje izključno odziv sistema na *periodično* vzbujanje, ki traja *neskončno* časa. Prenosna funkcija ne opisuje odziva na začetno stanje ali na aperiodično vzbujanje (kot je enkraten udarec kladiva). Tako prehodni pojav kot odziv na aperiodično vzbujanje izzvenita po neskončnem času (razen v teoretično idealiziranih situacijah, kamor spada tudi *LC* nihajni krog brez ohmskih upornosti). Matematično korektna obravnava cerkvenega zvona, ki ga vzbudimo s kladivom, zahteva uporabo drugih prijemov (Laplaceovo transformacijo ali reševanje diferencialne enačbe sistema). Predhodna razlaga, da $H(\omega) \to \infty$ pomeni odziv brez vzbujanja, torej ni pravilna. Cerkveni zvon niha zaradi določenega začetnega stanja, ki je vedno doseženo z vzbujanjem, čeprav ne s periodičnim. Sporni del pri tem je, da odziv $\vec{U}_2$ pripada drugemu vzbujanju in ne $\vec{U}_1 = 0$.

Če ob tej ugotovitvi zamižimo, iz relacije $H(\omega) \to \infty$ korektno ugotovimo, da imamo neničelno amplitudo $\vec{U}_2$ ob odsotnosti $\vec{U}_1$. *Idealni* zvon in *LC* nihajni krog izkazujeta sinusni odziv na začetno stanje tudi po neskončnem času opazovanja in to brez *dodatnega* periodičnega vzbujanja $\vec{U}_1$, kar napeljuje na razmišljanje $H(\omega) = \vec{U}_2/\vec{U}_1 \to \vec{U}_2/0 \to \infty$.

Teoretično nesporna pa je interpretacija, da $H(\omega) \to \infty$ pomeni neskončen odziv ob prisotnosti kakršnegakoli neskončno trajajočega periodičnega vzbujanja frekvence ω_{m} (ali s harmonsko komponento frekvence ω_{m}). V tem primeru je neskončen odziv rezultat kopičenja energije v vezju preko neskončnega časa. Ker kopičenje energije traja neskončno časa, za dosego neskončnega odziva zadostuje še tako majhno vzbujanje na njegovo posamezno periodo.

Vrnimo se k visečemu mostu, ki ga ruši veter. Posamezni sunek vetra most zgolj nekoliko izmakne iz ravnovesne lege, da zaniha. Če temu ne sledi ponoven sunek vetra, se most po določenem času umiri. Problem nastane, če se pojavi novi sunek vetra ravno takrat, ko most prenihava v isto smer, kot piha veter. Takrat se energija novega sunka vetra doda predhodno nakopičeni energiji v mostu, zato se amplituda nihanja poveča. Ko se to nadaljuje preko večih period, postane amplituda nihanja dovolj velika, da se most poruši. Pogoj zato je, da se sunki vetra vrstijo s skoraj enako frekvenco kot je mejna (lastna, resonančna) frekvenca nihanja mosta. V nasprotnem primeru veter mosta ne more porušiti. Na primer če se naslednji sunek vetra pojavi po polovici periode nihanja, se ob njegovem nastanku most giba v nasprotni smeri od vetra, zato veter most upočasni.

Podoben primer je korakanje vojakov. Če le-ti udarjajo z nogo ob tla s frekvenco, ki je dovolj podobna lastni frekvenci nihanja mosta, se z vsakim korakom v mostu nakopiči dodatna energija, s čimer se amplituda nihanja poveča. Na enak način pričné opazno nihati napetost na obravnavani *LC* napajalni liniji. Če se na njej pojavi signal frekvence, ki je dovolj blizu mejni frekvenci *LC* delilnika (nihajnega kroga), prične napajalna napetost bremena, ki ga napaja u_2, izrazito prenihavati. To ima nadvse neugodne ali celo usodne posledice za vezje, kar je razlog, da *LC* delilnik sedaj tako natančno analiziramo.

V zvezi z matematičnim zapisom $H(\omega) \to \infty$ razčistimo še en možen nesporazum, ki smo ga med vrsticami predhodno že pojasnili. Ker se pri končnem vzbujanju pojavi neskončen odziv, bi lahko zmotno sklepali, da *LC* delilnik energijo ustvarja, saj je vhodna energija končna, izhodna energija pa je neskončno velika. To vsekakor ne drži. Vsa *RLC* vezja, med katere spadajo tudi čista *LC* vezja, so pasivni sistemi brez lastnih virov energije, zato energije izhodnemu signalu ne morejo prispevati. Neskončna energija izhodnega signala je rezultat akumuliranja *vhodne* energije preko *neskončnega* intervala vzbujanja.

Popolnoma nič energije izhodnega signala ne prispeva samo *RLC* vezje. Vloga *RLC* vezij pri doseganju amplitudnih odzivov oziroma absolutnih vrednosti prenosnih funkcij, ki so večje od ena, je *usmerjanje* energije *vhodnega* signala na tak način, da se v vezju kopiči.

Zamislimo si rezervoar za shranjevanje kurilnega olja s končno površino dna in neskončno visokimi stenami. (Rezervoar sedaj ni analogija *LC* delilnika, ker ne vsebuje dveh vrst energij, ki se med seboj pretakata.) Za odziv sistema izberimo višino olja, vzbujanje pa je trenutna količina olja, ki ga vlivamo vanj.

Neskončno visoke stene rezervoarja omogočajo skladiščenje poljubne količine olja, tako kot idealni kondenzator omogoča skladiščenje poljubne količine elektrostatične energije, ker ne omejuje možne napetosti na njem. Podobno lahko idealna tuljava skladišči poljubno količino magnetostatične energije, saj tok preko nje ni omejen. Realnost je seveda drugačna. Pri realnem rezervoarju pride od prelivanja, če ga preveč napolnimo, realni kondenzator uničimo s preveliko napetostjo zaradi poškodb dielektrika, realna tuljava pa se pri prevelikem toku stali zaradi Joulskih izgub v lastni žici. Teh omejitev prenosna funkcija ne more opisati, ker v model sistema uvajajo nelinearnosti.

V rezervoar v enakomernih časovnih intervalih dodajamo olje s čajno skodelico. Ker je slednja relativno majhna, je tudi vzbujanje majhno, vendar ni enako nič. Kljub majhnemu vzbujanju po neskončnem času v rezervoar natočimo neskončno količino olja, zato sta neskončna tudi višina olja in s tem pripadajoči odziv sistema. Neskončna višina olja se ne pojavi, ker rezervoar olje ustvarja, ampak je to rezultat neskončno dolgega vzbujanja, med katerim se prispevki posameznih čajnih skodelic akumulirajo v sistemu.

Analogno s tem se viseči most poruši, ker vsak sunek vetra ali vojaški korak doda v sistem posamezno skodelico energije, ki se do naslednjega sunka ali koraka ne potroši (v celoti) preko mehanskih izgub. Napajalna linija v vezju pa izrazito zaniha, ker določen motilni učinek periodično prispeva svojo skodelico energije v nekem časovnem intervalu, pri čemer se nakopičena energija predhodnih skodelic ne potroši (v celoti) zaradi Joulskih izgub.

Drastičnost učinkov pri sistemih z dvema vrstama energije, ki se med seboj pretakata, je rezultat akumuliranja energije vzbujanja, ki se preko določenega časovnega intervala dovaja sistemu v ustreznih časovnih presledkih oziroma z ustrezno frekvenco. Energija se v sistemu učinkovito akumulira zgolj pri vzbujanju z določenimi frekvencami. Viseči most in *LC* delilnik izkazujeta zgolj eno tako frekvenco (v idealu oziroma pri ustrezno poenostavljenem modelu), lahko pa jih je tudi več (na primer vezje z večjim številom kondenzatorjev in tuljav ali večje število sklopljenih mehanskih nihal).

46.4 Theveninova impedanca *LC* delilnika

Theveninova impedanca kateregakoli delilnika je enaka impedanci vzporedne vezave obeh elementov, ki delilnik sestavljata (poglavje 14 na strani 85).

$$Z_{\mathrm{LC}} = j\omega L \Big\| \frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{(j\omega)^2 LC + 1} = \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC} \tag{46.4}$$

Imenovalec dobljenega izraza vsebuje ista dva člena kot predhodno izpeljana prenosna funkcija, zato ponovno izvedimo ločeno analizo impedančnih karakteristik v različnih frekvenčnih področjih.

Pri nizkih frekvencah se predhodni izraz poenostavi v naslednjo obliko.

$$Z_{\mathrm{LC}}(\omega \to 0) \approx \frac{j\omega L}{1-\cancel{\omega^2 LC}} = j\omega L \tag{46.5}$$

V tem primeru se kondenzator obnaša kot odprti sponki in ne vpliva na delovanje vezja. To se v enačbi odraža tako, da kapacitivnost C v njej ni vsebovana. Nizkofrekvenčna Theveninova impedanca *LC* delilnika je enaka impedanci tuljave L. Pri pogoju $\omega \to 0$ je to dober približek kratkega stika, iz česar sledi običajno in mnogokrat *preveč poenostavljeno* dojemanje napajalne linije, skladno s katerim se napetost vira nespremenjena prenese do napajalnih sponk bremena.

Pri visokih frekvencah v imenovalcu prevladuje izraz $\omega^2 LC$, člen 1 pa je zanemarljiv. V tem področju se delilnikova impedanca poenostavi v naslednjo obliko.

$$Z_{\mathrm{LC}}(\omega \to \infty) \approx \frac{j\omega L}{\cancel{1} - \omega^2 LC} = \frac{j\omega L}{-\omega^2 LC} = \frac{j}{-\omega C} = \frac{j}{j \cdot j \cdot \omega C} = \frac{1}{j\omega C} \tag{46.6}$$

V tem področju se tuljava obnaša kot odprti sponki, s čimer ne vpliva na delovanje vezja, zato njegovo karakteristiko določa zgolj kondenzator.

Imenovalec izraza za izračun impedance *LC* delilnika je enak imenovalcu delilnikove prenosne funkcije, zato je pri mejni frekvenci delilnikova impedanca neskončna: $Z_{\mathrm{LC}}(\omega \to \omega_{\mathrm{m}}) \to j\omega L/0 \to \infty$. Za izvedbo napajalnih linij je ta ugotovitev ključnega pomena. Breme, ki ga napajamo preko *LC* delilnika, ni ustrezno napajano, če potrebuje tok frekvence ω_{m} ali časovno obliko toka, ki vsebuje harmonsko komponento ω_{m}. Pri tej frekvenci se zaradi neskončne delilnikove Theveninove impedance napetost u_2 popolnoma sesede, s čimer se sesede napajalna napetost elementa, ki je preko takega delilnika napajan.

Praktični primeri, kjer taka situacija nastane, niso redki. Naj bo breme operacijski ojačevalnik, ki uteleša napetostni sledilnik. Ko vezje vzbujamo s pravokotnimi pulzi, tako vzbujalni kot izhodni signal vsebujeta mnogo harmonskih komponent, od katerih se ena izmed njih lahko nahaja dovolj blizu frekvence ω_{m}. Drug razlog so šumi v vezju, ki so prisotni pri *vseh* frekvencah, zato je *vsako* realno vezje *vedno* vzbujano z *vsemi* frekvencami.

46.5 Povzetek

Uvod

- Blokirni kondenzatorji v kombinaciji s parazitnimi induktivnostmi napajalnih linij tvorijo *LC* delilnike in s tem parazitne *LC* nihajne kroge.
- Pri načrtovanju napajalnih linij imamo (vsaj) tri zahteve, ki so med seboj protislovne.
- Posledično je nemogoče načrtati napajalno linijo, ki je optimalna za vse situacije, ampak v vsaki konkretni situaciji iščemo ravnotežje kompromisov, ki je v danih okoliščinah najboljše.

Sekcija 46.1

- Pri nizkih frekvencah prehaja vzbujanje skozi *LC* delilnik nespremenjeno.
- Pri visokih frekvencah *LC* delilnik duši prehajanje vhodnega signala.
- Pri visokih frekvencah izhodni signal zaostaja za 180° za vhodnim signalom.

Sekcija 46.2

- Pri visokih frekvencah je amplituda odziva tolikokrat manjša od vhodne amplitude, kolikor znaša kvadrat razmerja med frekvenco vzbujanja in mejno frekvenco *LC* delilnika.
- Pri visokih frekvencah *LC* delilnik izvaja operacijo dvojnega integriranja.

Sekcija 46.3

- Pri mejni frekvenci sta prenosna funkcija in amplitudni odziv neskončna.
- Mejna frekvenca je resonančna oziroma lastna frekvenca *LC* nihajnega kroga.
- Prenosna funkcija podaja zgolj odziv na periodično vzbujanje, ki traja neskončno časa.
- Neskončna vrednost prenosne funkcije pomeni, da se v neskončnem času vzbujanja v sistemu nakopiči neskončno energije.
- Vso energijo sistema in izhodnega signala prispeva vhodni signal, nič pa *RLC* vezje, ki je pasivno in nima lastnih virov energije.
- Dejanske *RLC* prenosne funkcije ne izkazujejo neskončnih vrednosti zaradi ohmskih upornosti in z njimi povezanih Joulskih izgub, ki so vedno prisotne.

Sekcija 46.4

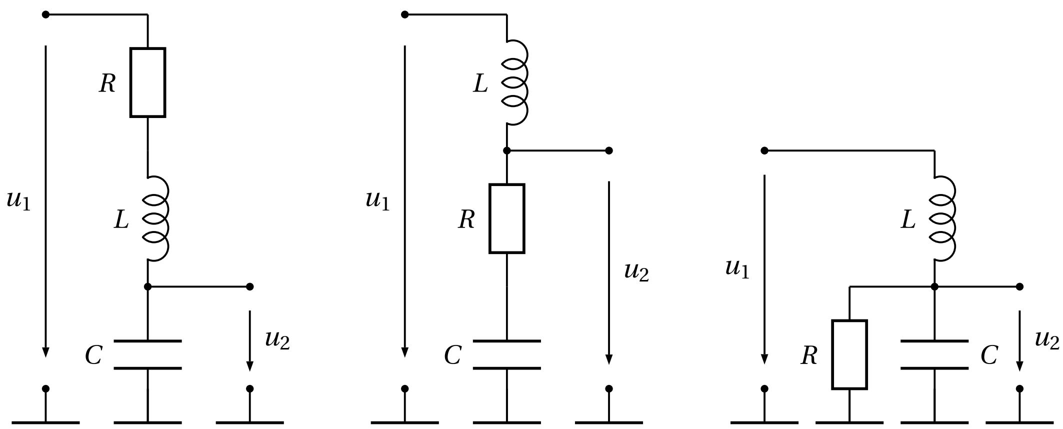
- Pri nizkih frekvencah Theveninovo impedanco *LC* delilnika določa tuljava.
- Pri visokih frekvencah Theveninovo impedanco *LC* delilnika določa kondenzator.
- Pri mejni frekvenci je Theveninova impedanca *LC* delilnika neskončna.

47 *LC* DELILNIK Z UPOROM

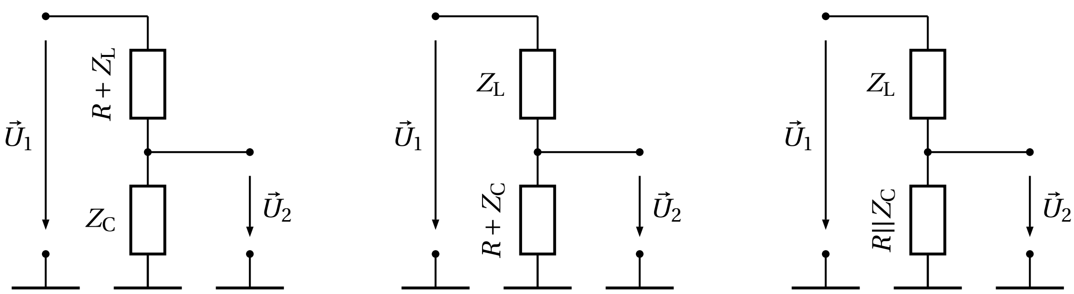
To poglavje je direktno nadaljevanje VIS poglavja 46.

Prenosna funkcija in Theveninova impedanca čistega *LC* delilnika sta izpeljani ob idealizaciji, ki predpostavi popolno odsotnost ohmskih upornosti v vezju. To je fizikalno nemogoče doseči, saj noben kos kovine ni idealen prevodnik. Prisotnost že relativno majhne ohmske upornosti razmere v vezju opazno spremeni, s čimer se tudi odpravijo fizikalno nesmiselni rezultati, kot so neskončna vrednost prenosne funkcije ali Theveninove impedance. Poznavanje vpliva ohmskih upornosti na karakteristike *LC* vezij (ki s tem postanejo *RLC* vezja) je vitalnega pomena za uspešno načrtovanje elektronskih naprav.

Slika 47.1 prikazuje *LC* delilnik z dodanim ohmskim uporom na treh različnih priključnih mestih. Pripadajoči impedančni modeli tako dobljenih vezij so podani na sliki 47.2. Prikazane so zgolj situacije z enim uporom, čeprav je včasih smiselno obravnavati prisotnost večih prikazanih upornosti hkrati. Dodane upornosti so lahko izvedene z namerno vgrajenimi upori, lahko pa zgolj modelirajo neidealnosti vgrajenih elementov. Tuljava izkazuje določeno serijsko upornost žice, iz katere je izdelana, kondenzator pa izkazuje tako zaporedno kot vzporedno upornost (poglavje 44 na strani 275).



Slika 47.1. *LC* delilnik z dodano ohmsko upornostjo na različnih mestih v vezju.



Slika 47.2. Impedančni modeli *LC* delilnika z dodano ohmsko upornostjo.

V realnem *LC* delilniku so *vedno* prisotne *vse tri* nakazane upornosti. Le-te imajo tipično zelo različne številske vrednosti, zato lahko pogosto nekatere izmed njih zanemarimo.

Za prikazana vezja izpeljimo prenosne funkcije in Theveninove impedance. Pri levem vezju na sliki 47.1 dobimo naslednja rezultata.

$$H(\omega) = \frac{Z_\mathrm{C}}{(R+Z_\mathrm{L})+Z_\mathrm{C}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{(R+j\omega L)+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1-\omega^2 LC+j\omega RC} \tag{47.1}$$

$$Z_\mathrm{T} = (R+Z_\mathrm{L})\parallel Z_\mathrm{C} = \frac{(R+j\omega L)\cdot\frac{1}{j\omega C}}{(R+j\omega L)+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{R+j\omega L}{1-\omega^2 LC+j\omega RC} \tag{47.2}$$

Za razliko od čistega *LC* delilnika (enačbi 46.1 in 46.4 na straneh 287 in 295) imamo v imenovalcu obeh izrazov dodatni člen $j\omega RC$, ki je ključnega pomena. Zaradi njega tako prenosna funkcija kot Theveninova impedanca pri nobeni frekvenci nista neskončni, kar je fizikalno bistveno bolj smiseln model kot pri čistem *LC* vezju, ki obstaja zgolj teoretično. Imenovalec ni enak nič, ker je izraz $(1-\omega^2 LC)$ čisto realen, izraz $j\omega RC$ pa je čisto imaginaren. Posledično se ta dva člena pri nobeni vrednosti ω ne odštejeta med seboj.

Upor troši energijo, medtem ko se tok pretaka med tuljavo in kondenzatorjem, kar preprečuje njeno brezizgubno kopičenje v vezju. Ob odsotnosti vzbujanja se zato morebitna energija v vezju neprestano zmanjšuje proti nič. Ob prisotnosti vzbujanja pa se na uporu sproti troši del energije, ki je vezju dovedena znotraj posamezne periode vzbujanja. Izgubna moč na uporu narašča (kvadratno) z napetostjo na uporu ali s tokom preko njega. Posledično se pri še tako velikem vzbujanju vedno vzpostavi neka amplituda napetosti na kondenzatorju ali ekvivalentno toka skozi tuljavo, pri kateri je izgubna moč enaka dovedeni moči. Od te amplitude naprej odziv ne narašča več in je končen pri vsaki končni amplitudi vzbujanja.

Tudi če kondenzator, tuljavo in povezave med njima izvedemo z idealnim prevodnim materialom, amplituda nihanja še vedno s časom upada, ker se energija v sistemu še vedno s časom manjša. Tega teorija linearnih (strnjenih) vezij ne more napovedati. V teoriji elektromagnetnih polj, ki se omejuje zgolj na elektrostatične in magnetostatične pojave, se energija lahko troši oziroma izgublja le zaradi Joulskih izgub na uporovnem materialu. Elektrodinamika, ki je izredno pomembna in obsežna nadgradnja teorije statičnih elektromagnetnih polj, pa ustrezno obravnava pojav sevanja, ki spremlja časovno spremenljiva elektromagnetna polja in je drug fizikalni mehanizem, preko katerega energija odteka iz *LC* nihajnega kroga, tudi če v njem ni Joulskih izgub.

Naslednja izraza podajata prenosno funkcijo in Theveninovo impedanco srednjega vezja na sliki 47.1.

$$H(\omega) = \frac{R+Z_\mathrm{C}}{Z_\mathrm{L}+(R+Z_\mathrm{C})} = \frac{R+\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)} = \frac{1+j\omega RC}{1-\omega^2 LC+j\omega RC} \tag{47.3}$$

$$Z_\mathrm{T} = Z_\mathrm{L}\,\|\,(R+Z_\mathrm{C}) = \frac{j\omega L\cdot\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)}{j\omega L+\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)} = \frac{j\omega L-\omega^2 RLC}{1-\omega^2 LC+j\omega RC} \tag{47.4}$$

Imenovalca obeh izrazov sta enaka kot pri levem vezju, zato sta obe veličini končni pri vseh frekvencah. Oglejmo si še pripadajoča izraza desnega vezja na sliki. Tokrat je izpeljava malenkost bolj zapletena, ker sta upor in kondenzator vezana vzporedno, zato potrebujemo naslednji izraz za njuno skupno impedanco.

$$R||Z_\mathrm{C} = R\left\|\frac{1}{j\omega C}\right. = \frac{R\cdot\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1+j\omega RC}$$

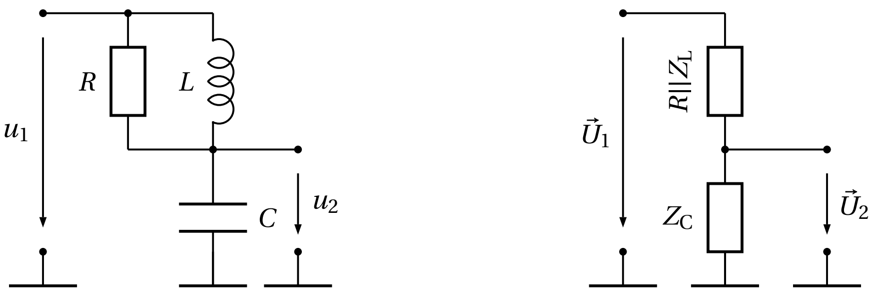
Z upoštevanjem dobljene zveze je postopek določanja prenosne funkcije in Theveninove impedance enak kot dosedaj.

$$H(\omega) = \frac{R||Z_\mathrm{C}}{Z_\mathrm{L}+(R||Z_\mathrm{C})} = \frac{\frac{R}{1+j\omega RC}}{j\omega L+\frac{R}{1+j\omega RC}} = \frac{1}{1-\omega^2 LC+\frac{j\omega L}{R}} \tag{47.5}$$

$$Z_\mathrm{T} = Z_\mathrm{L}\,\|\,(R||Z_\mathrm{C}) = \frac{j\omega L\cdot\frac{R}{1+j\omega RC}}{j\omega L+\frac{R}{1+j\omega RC}} = \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC+\frac{j\omega L}{R}}$$

Tokrat imenovalca nista enaka predhodno dobljenim imenovalcem, zopet pa vsebujeta del $(1-\omega^2 LC)$, ki je čisto realen, in del $j\omega L/R$, ki je čisto imaginaren. Posledično se člena pri nobeni frekvenci ne odštejeta med seboj, zato imata prenosna funkcija in Theveninova impedanca vedno končno vrednost.

Slika 47.3 prikazuje še preostali možen priklop ohmskega upora v *LC* delilnik.



Slika 47.3. *LC* delilnik z uporom, vezanim vzporedno s tuljavo (levo) in njegov impedančni model (desno).

Tokrat pri izpeljavi prenosne funkcije in Theveninove impedance potrebujemo izraz za impedanco vzporedne vezave upora in tuljave.

$$R||Z_\mathrm{L} \;=\; R\,\|\,j\omega L \;=\; \frac{R\cdot j\omega L}{R+j\omega L}$$

Pripadajoča prenosna funkcija in Theveninova impedanca sta naslednji.

$$H(\omega) \;=\; \frac{Z_\mathrm{C}}{(R||Z_\mathrm{L})+Z_\mathrm{C}} \;=\; \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{R\cdot j\omega L}{R+j\omega L}+\frac{1}{j\omega C}} \;=\; \frac{1+\frac{j\omega L}{R}}{1-\omega^2 LC+\frac{j\omega L}{R}} \tag{47.6}$$

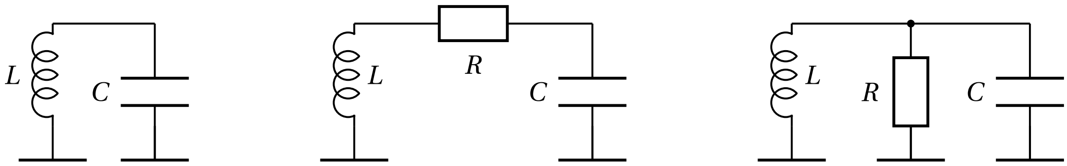
$$Z_\mathrm{T} \;=\; (R||Z_\mathrm{L})\,\|\,Z_\mathrm{C} \;=\; \frac{\frac{R\cdot j\omega L}{R+j\omega L}\cdot\frac{1}{j\omega C}}{\frac{R\cdot j\omega L}{R+j\omega L}+\frac{1}{j\omega C}} \;=\; \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC+\frac{j\omega L}{R}} \tag{47.7}$$

Dobljena Theveninova impedanca je enaka kot v prejšnjem primeru, saj po izklopu vira u_1 ni razlike, ali je upor vezan vzporedno s tuljavo ali s kondenzatorjem. Celotna prenosna funkcija v tem primeru ni enaka kot pri vzporedni vezavi upora s kondenzatorjem, saj ob prisotnosti vzbujanja vezji nista enaki.

V odvisnosti od tega ali upor vežemo zaporedno ali vzporedno z enim od prvotnih reaktančnih elementov, dobimo prvo ali drugo obliko imenovalca. Skupna značilnost obeh je, da sta sestavljena iz čisto realnega in čisto imaginarnega dela, ki nimata nobene skupne realne ničle. Posledično celoten imenovalec nima ničel v območju realnih frekvenc.

Dve obliki imenovalca nakazujeta, da imamo v osnovi zgolj dve različni vezji. Pri obeh vezjih lahko vzbujamo različne vhodne veličine in opazujemo različne izhodne veličine, kar nam da večji nabor prenosnih funkcij, ki se razlikujejo v *števcu*. Situacija je podobna, kot če avtomobilski motor opazujemo enkrat z vrha pri odprtem motorjevem pokrovu, drugič pa spodaj, ko ležimo pod avtomobilom. Opazovano dogajanje se pri tem razlikuje, čeprav je v njegovem ozadju delovanje istega motorja, zato se določene značilnosti ohranijo neglede na položaj opazovanja. Karakteristike *samega motorja* (in ne mesta opazovanja) opisuje *imenovalec* motorjeve prenosne funkcije (kar se v resnici uporablja pri modeliranju motorjev za namen njihove regulacije). Ravno tako v našem primeru imenovalec prenosne funkcije opisuje karakteristike samega vezja, števec pa se spreminja v odvisnosti od izbranega odziva (in vzbujanja). Podan zaključek sledi iz poglobljene teorije linearnih sistemov, ki presega nivo tekoče knjige, zato ga zgolj omenjamo, ne da bi ga teoretično ustrezno utemeljili.

Ko vzbujalno napetost predhodnih *LC* vezij izklopimo (vežemo v kratek stik) in pozabimo na opazovano izhodno veličino, dobimo situacije na sliki 47.4.



Slika 47.4. Idealiziran brezizgubni nihajni krog (levo), zaporedni nihajni krog (sredina) in vzporedni nihajni krog (desno).

Leva slika podaja idealiziran *LC* nihajni krog brez prisotnosti ohmske upornosti. Ko v to vezje vgradimo upor zaporedno s tuljavo in kondenzatorjem, kot prikazuje srednje vezje na sliki, dobimo dušen zaporedni *LC* nihajni krog. Tako dogajanje imamo v prvih dveh vezjih na sliki 47.1, ko izklopimo vzbujanje. Ko pa upor vežemo vzporedno s tuljavo in kondenzatorjem, kar prikazuje desno vezje na sliki 47.4, dobimo dušen vzporedni *LC* nihajni krog. Taka situacija nastopi po izklopu vzbujanja v zadnjem vezju na sliki 47.1 in v vezju na sliki 47.3.

V prvih dveh vezjih na sliki 47.1 se energija med tuljavo in kondenzatorjem pretaka na povsem enak način, saj permutiranje zaporedno vezanih elementov vezja ne spremeni. Tok tuljave je enak toku kondenzatorja, napetost tuljave pa zaradi prisotnosti zaporedno vezanega upora ni enaka kondenzatorjevi napetosti.

Ravno tako se v zadnjem vezju na sliki 47.1 in v vezju na sliki 47.3 energija med tuljavo in kondenzatorjem pretaka na povsem enak način. Napetost tuljave je enaka napetosti kondenzatorja, tok skozi tuljavo pa ni enak toku skozi kondenzator zaradi prisotnosti vzporedno vezanega upora (oziroma prevodnosti).

Obe situaciji se torej razlikujeta po tem, katera od obeh veličin je skupna tuljavi in kondenzatorju. Ta veličina je karakteristična tipu nihajnega kroga in je neodvisna od izbire opazovanega izhoda. Pomembno pri tem je, da znamo oba tipa nihajnih krogov ustrezno prepoznati, saj zahtevata drugačno obravnavo. Dušen zaporedni nihajni krog dobimo tako, da v čistem *LC* nihajnem krogu zaporedno upornost *večamo* od nič navzgor. Po drugi strani dobimo dušen vzporedni nihajni krog tako, da vzporedno upornost *manjšamo* iz neskončnosti navzdol.

Pri načrtovanju vezij to predstavlja pomembno razliko. Ko načrtujemo napajalne povezave, si prizadevamo zadušiti z njimi povezane resonančne pojave. Pri tem je lahko večje število resonanc povezanih z eno samo napajalno linijo, poleg tega nekatere od teh resonanc tvorijo parazitni zaporedni nihajni krogi, druge pa vzporedni nihajni krogi. V principu je možno oba tipa resonanc zadušiti z dodatkom ustrezne upornosti, vendar pogosto to zahteva preveliko zaporedno upornost (in z njo povezano nesprejemljivo sesedanje napetosti) ali premajhno vzporedno upornost (in posledično stalno prisotnost prevelikih tokov). Podrobno poznavanje obeh tipov resonanc nam omogoča, da v praksi dosežemo kolikor se da dober kompromis med nakazanimi protislovnimi karakteristikami (izrazitost resonance, sesedanje napetosti, tokovna poraba, poraba energije, segrevanje, cena in zasedenost prostora z dodatnimi elementi) in izdelamo zadovoljivo vezje.

47.1 Povzetek

- Dodatek upornosti na katerokoli mesto v *LC* delilnik prepreči neskončno vrednost njegove prenosne funkcije in Theveninove impedance.
- Upornosti lahko utelešajo namerno vgrajeni upori ali parazitne lastnosti tuljav in kondenzatorjev.
- Upori trošijo energijo, kar preprečuje njeno brezmejno kopičenje v vezju.
- Kljub štirim obravnavanim situacijam obstajata zgolj dva tipa dušenega *LC* nihajnega kroga.
- Pri zaporednem nihajnem krogu je tok preko tuljave enak toku preko kondenzatorja, njuni napetosti pa se razlikujeta. Pri vzporednem nihajnem krogu je napetost na tuljavi enaka napetosti na kondenzatorju, njuna tokova pa se razlikujeta.
- Imenovalec prenosne funkcije odraža inherentne lastnosti vezja, števec pa je odvisen (tudi) od izbranega odziva in vzbujanja.

48 PRIKAZ *LC* KARAKTERISTIK

To poglavje je direktno nadaljevanje VIS poglavij 46 in 47.

Podrobneje si oglejmo prenosno funkcijo in Theveninovo impedanco levega vezja na sliki 47.1 (stran 297). Ta vezava temelji na zaporednem LC nihajnem krogu. Najprej izpeljimo amplitudni odziv, ki je absolutna vrednost prenosne funkcije po enačbi 47.1 (stran 298). V prvem koraku števec in imenovalec izraza za $H(\omega)$ pomnožimo s konjugirano kompleksno vrednostjo imenovalca, s čimer imenovalec postane realen.

$$H(\omega) = \frac{1}{(1-\omega^2 LC) + j\omega RC} = \frac{(1-\omega^2 LC) - j\omega RC}{[(1-\omega^2 LC) + j\omega RC] \cdot [(1-\omega^2 LC) - j\omega RC]}$$

Sedaj izraz razdelimo na realni in imaginarni del, iz česar neposredno sledi amplitudni odziv $|H(\omega)|$.

$$H(\omega) = \underbrace{\frac{1-\omega^2 LC}{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}}_{\text{realni del}} + j \cdot \underbrace{\frac{-\omega RC}{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}}_{\text{imaginarni del}}$$

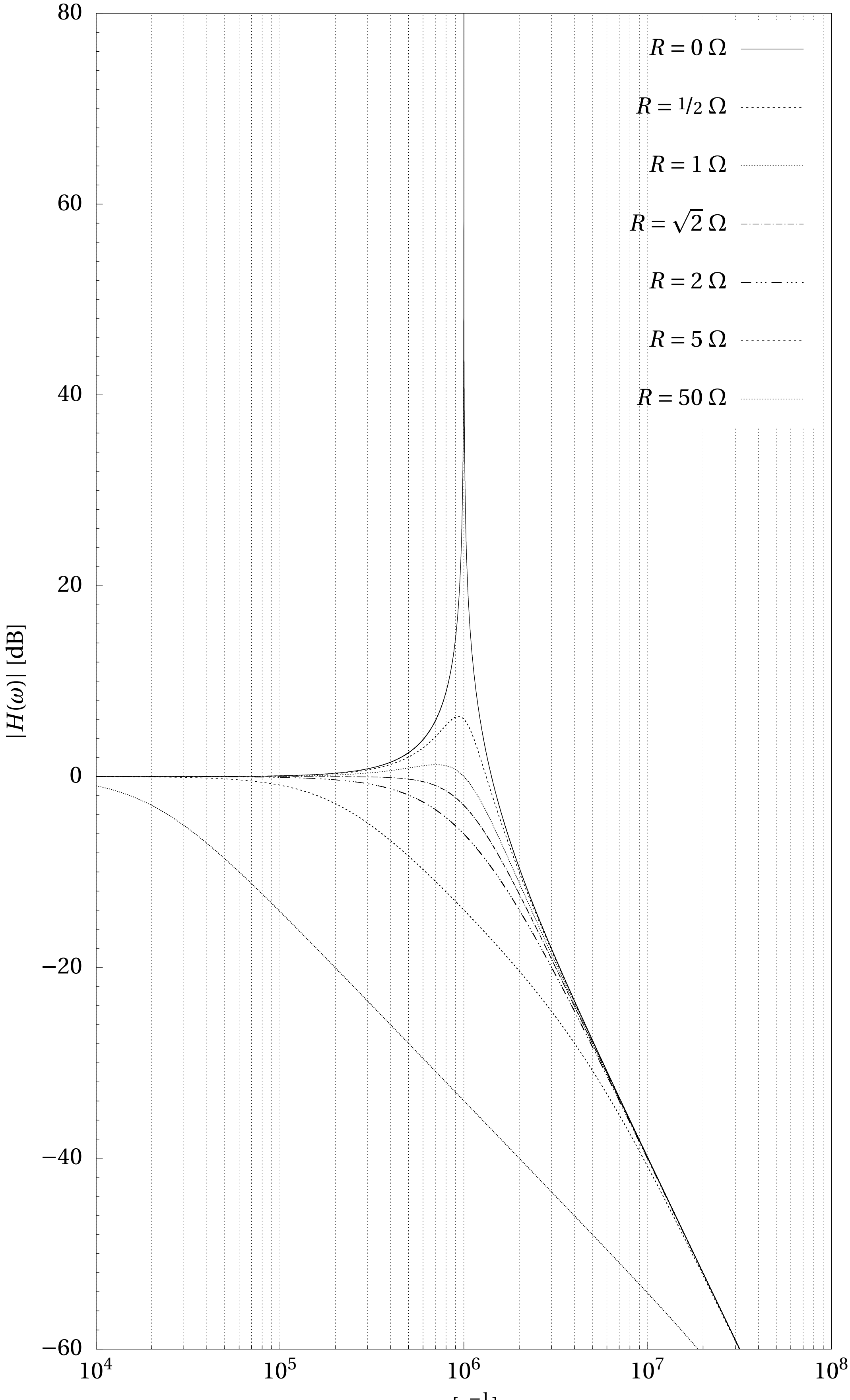
$$|H(\omega)| = \sqrt{\Re[H(\omega)]^2 + \Im[H(\omega)]^2} = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}} \tag{48.1}$$

Slika 48.1 prikazuje poteke amplitudnega odziva LC delilnika pri različnih vrednostih dodane upornosti. Prikazane karakteristike veljajo za delilnik z resonančno frekvenco 1 MHz in karakteristično impedanco 1 Ω, ki nam jo da izbira tuljave $L = 1$ μH in kondenzatorja $C = 1$ μF.

Neodvisno od vrednosti dodane upornosti ima prenosna funkcija pri nizkih frekvencah asimptotično vrednost 1 oziroma 0 dB (enačba 46.2). To je razvidno iz naslednjega izraza, ki ga dobimo iz predhodnega zapisa s kvadriranjem prvega člena pod korenom imenovalca. Pri pogoju $\omega \to 0$ zanemarimo vse člene, ki vsebujejo ω, s čemer dobimo izraz $^1/_1$.

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1-2\omega^2 LC + \omega^4 (LC)^2 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \big((RC)^2 - 2LC\big)\,\omega^2 + (LC)^2 \omega^4}}$$

Ravno tako se amplitudni odziv pri visokih frekvencah asimptotično približa strmini grafa −40 dB/dek neodvisno od upornosti, kar pomeni kvadratno upadanje vrednosti s frekvenco (enačba 46.3). Na sliki 48.1 to ni očitno za $R = 50\ \Omega$, vendar je dogajanje enako kot pri ostalih uporih, ko se graf nadaljuje izven prikazanega območja. Kvadratna odvisnost je razvidna iz predhodnega izraza, ko v imenovalcu zanemarimo vse člene, v katerih ω ne nastopa z najvišjo vsebovano potenco (tudi $1 = \omega^0$). Ob pogoju $\omega \to \infty$ postanejo členi z nižjimi potencami zanemarljivi.

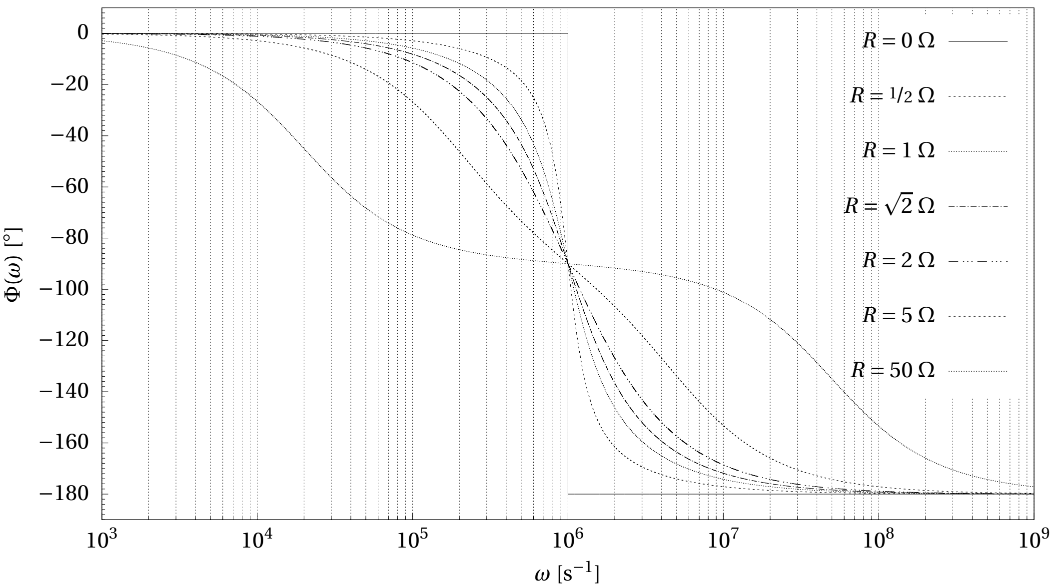


Slika 48.1. Amplitudni odziv LC delilnika pri različnih vrednostih dodane upornosti zaporedno s tuljavo ($\omega_{\mathrm{m}} = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

V okolici resonančne frekvence dodana upornost izrazito vpliva na potek karakteristike. Pri čistem LC delilniku se v tem območju amplitudni odziv močno poveča v primerjavi z njegovo nizkofrekvenčno vrednostjo 0 dB in točno pri resonančni frekvenci doseže neskončno vrednost. Dodatek že relativno majhne upornosti v vezje pa dobljeno karakteristiko opazno zgladi. Večji upor hitreje troši energijo v vezju, zato je resonanca čedalje manj izrazita.

Preučimo še fazni odziv istega vezja, ki ga izračunamo z naslednjim izrazom. Potek faze pri različnih dodanih upornostih prikazuje slika 48.2.

$$\Phi(\omega) \;=\; \arctan\left(\frac{\Im[H(\omega)]}{\Re[H(\omega)]}\right) = \arctan\left(\frac{-\omega RC}{1-\omega^2 LC}\right)$$



Slika 48.2. Fazni odziv LC delilnika pri različnih vrednostih dodane upornosti zaporedno s tuljavo ($\omega_\mathrm{m} = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

Pri LC delilniku brez dodane upornosti je do resonančne frekvence faza enaka 0°, po prekoračitvi resonančne frekvence pa faza nezvezno skoči na −180°. Ob prisotnosti kakršnekoli še tako majhne upornosti postane prehod med tema vrednostima zvezen, je pa pri majhnih upornostih izrazito strm. Sklopi, ki izkazujejo velike spremembe faznega odziva v ozkem frekvenčnem področju in se nahajajo znotraj negativne povratne zveze, so nadvse problematični, saj povzročajo nestabilnosti zaradi nepredvidlive vrednosti kumulativne faze, ki jo signal pridobi pri prehodu skozi celotno zanko negativne povratne zveze.

V našem kontekstu obravnavamo LC člen in z njim povezane oscilacije kot parazitne, saj se osredotočamo na neidealnosti napajanja. Če pa s takim sklopom izdelamo oscilator, je strm prehod zaželen, saj s tem vezje oscilira na dobro določeni frekvenci. Kljub temu da pojav resonance ruši mostove, je ključen za delovanje mnogih naprav, kot so prenosni telefoni, mikroprocesorski sistemi, digitalne ure, oddajniki in sprejemniki.

☾ Pri velikih upornostih se obravnavano vezje obnaša kot dva ločena RC člena z izrazito različnima mejnima frekvencama. Pri dodani upornosti $R = 50\ \Omega$ opazimo v intervalu pod resonančno frekvenco skoraj enak potek faze kot pri navadnem RC členu (spodnji graf slike 26.1 na strani 147), kjer se med drugim faza asimptotično približuje vrednosti $-90°$. Nad resonančno frekvenco se prične kazati vpliv drugega navideznega RC člena, ki povzroči podobno dogajanje.

48.1 Grafični prikaz Theveninove impedance prvega vezja

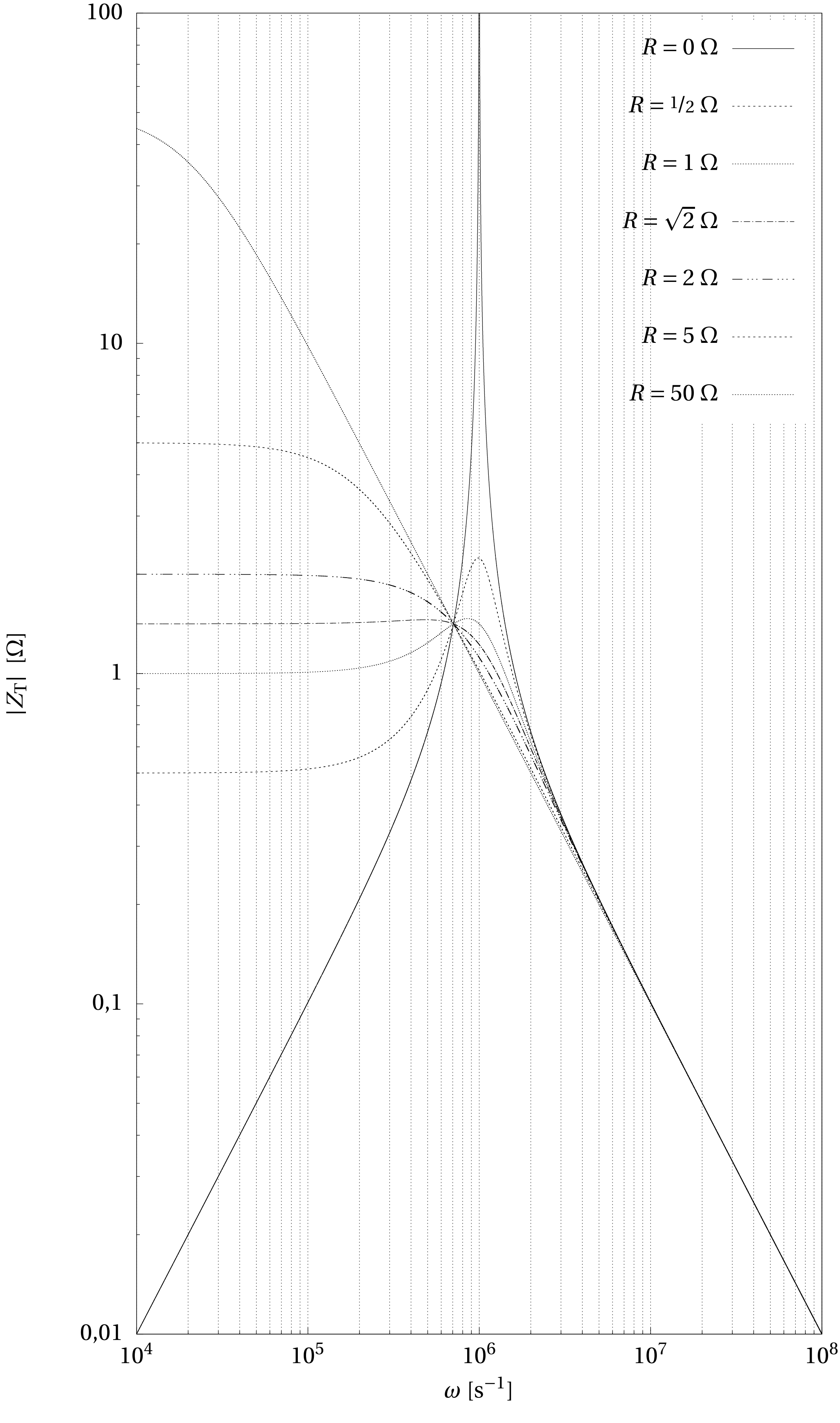
Pri odpravljanju parazitnih vplivov napajalnih linij je nadvse pomemben potek Theveninove impedance LC delilnika v odvisnosti od frekvence (enačba 47.2 na strani 298). Izraz za njeno absolutno vrednost določimo konceptualno na enak način, kot je to storjeno pri predhodnem izračunu amplitudnega odziva. Potek absolutne vrednosti Theveninove impedance prikazuje slika 48.3.

Najprej se osredotočimo na izbrani LC delilnik brez dodane upornosti. Njegova Theveninova impedanca pri nizkih frekvencah do okvirno $4 \cdot 10^5\ \mathrm{s}^{-1}$ narašča linearno s frekvenco. To je skladno z ugotovitvijo, da je pri nizkih frekvencah delilnikova impedanca enaka impedanci njegove tuljave (enačba 46.5 na strani 295). Pri visokih frekvencah od okvirno $6 \cdot 10^6\ \mathrm{s}^{-1}$ navzgor Theveninova impedanca upada linearno s frekvenco, kar se ujema z enačbo 46.6 (stran 295), ki razkriva, da v tem frekvenčnem področju delilnikovo impedanco določa njegov kondenzator.

Dogajanje v okolici resonančne frekvence povzroča hud problem pri izvedbi ustreznega napajanja. V tem območju Theveninova impedanca LC delilnika doseže velike vrednosti, zaradi česar je izhodno breme neustrezno napajano.

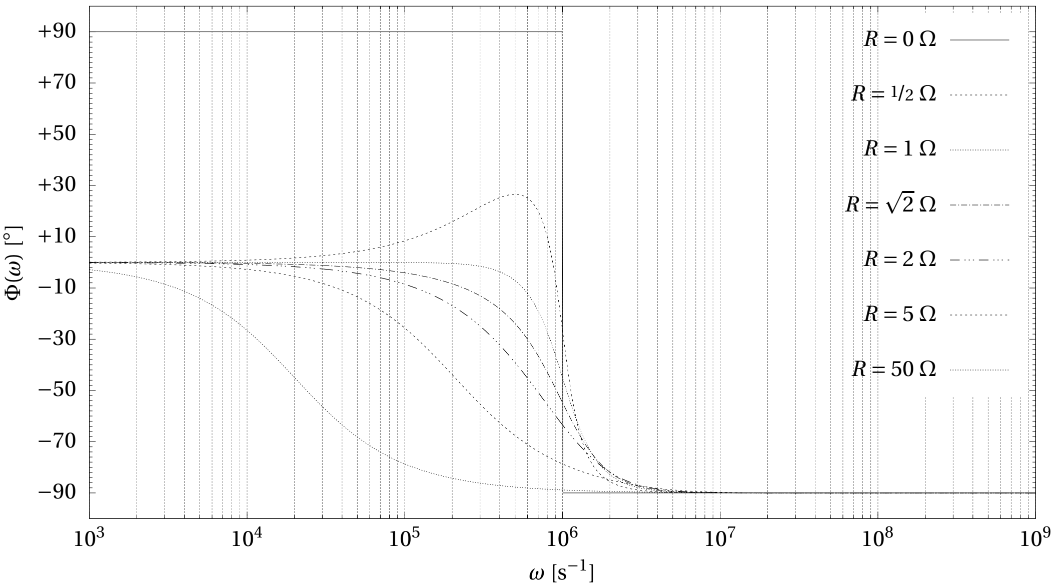
Dodatek upornosti razmere močno popravi, vendar pri tem naredimo kompromis, saj z njegovo vgradnjo povečamo Theveninovo impedanco pri nizkih frekvencah. V našem primeru je dodatek upora $R = 1/2\ \Omega$ verjetno smiseln, saj močno izboljša razmere v okolici resonančne frekvence, nizkofrekvenčne karakteristike pa ne poslabša toliko, da bi bilo usodno. (Diskusija se nanaša na napajanje operacijskih ojačevalnikov in drugih sklopov, ki imajo tokovno porabo velikostnega reda 10 mA, medtem ko je tako povečanje Theveninove impedance povsem nesprejemljivo pri bistveno močnejših bremenih.)

S slike je razvidno, da je s stališča odpravljanja prevzpona absolutne vrednosti impedance smiselno upornost povečevati do okvirno $\sqrt{2}\ \Omega = \sqrt{2} \cdot Z_0$. Večje upornosti v *ta namen* nima smisla dodajati, saj je edini učinek njenega dodatnega povečevanja slabšanje razmer pri nizkih frekvencah. Kasneje spoznamo, da je iz drugega razloga morda smiselno upornost povečati do $2 \cdot Z_0$. Maksimalna smiselna upornost je torej določena s karakteristično impedanco, ki jo določa kombinacija induktivnosti in kapacitivnosti, ki sestavljata LC delilnik.



Slika 48.3. Absolutna vrednost Theveninove impedance *LC* delilnika pri različnih dodanih upornostih zaporedno s tuljavo ($\omega_m = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

Slika 48.4 prikazuje potek faze Theveninove impedance pri različnih vrednostih upornosti. Pri čistem *LC* delilniku je pri nizkih frekvencah faza enaka +90°. To se ujema z ugotovitvijo, da se tak delilnik v tem območju obnaša induktivno. Po prekoračitvi resonančne frekvence faza nezvezno skoči na −90°, kar razkriva njen kapacitivni karakter pri visokih frekvencah.



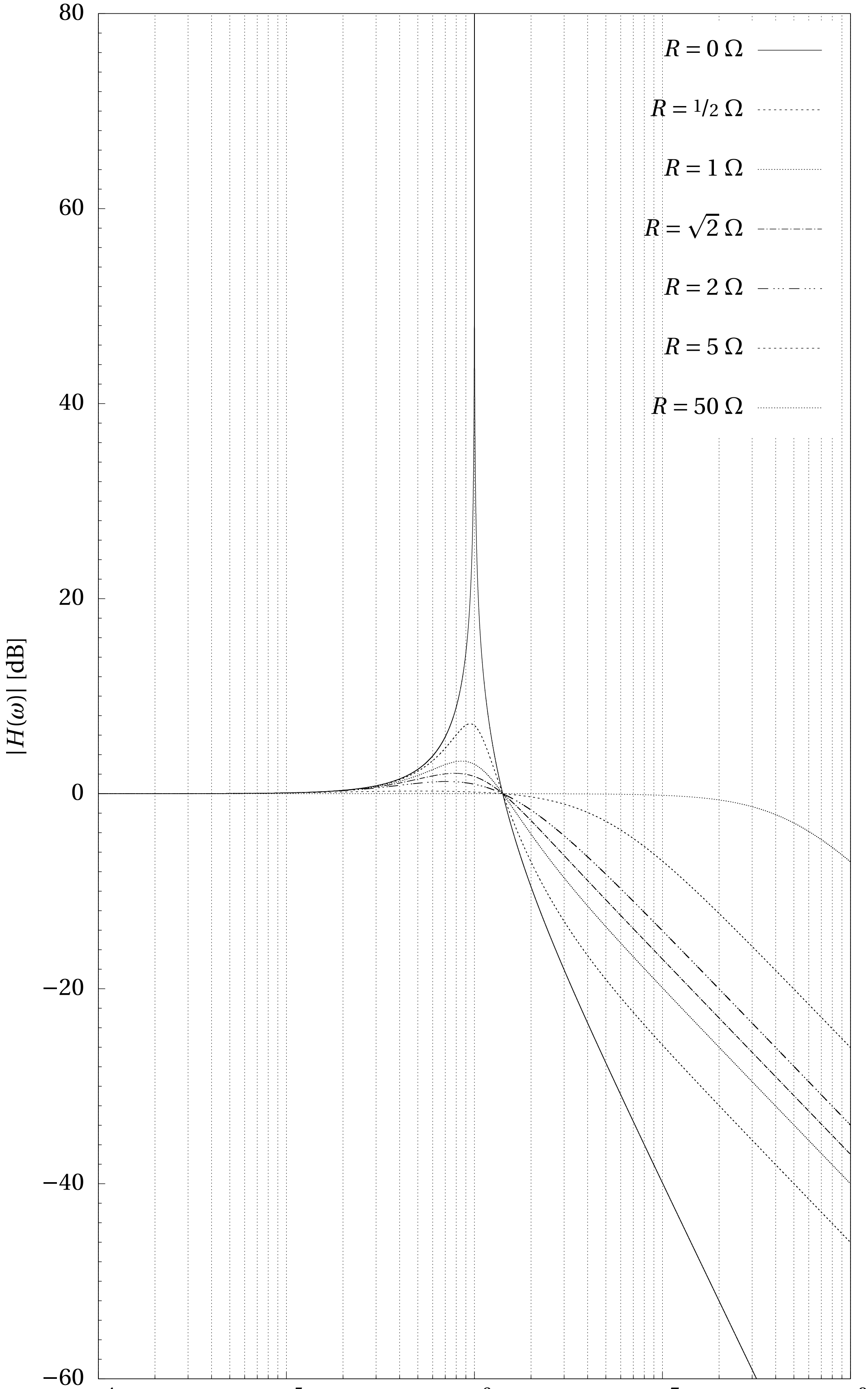
Slika 48.4. Faza Theveninove impedance *LC* delilnika pri različnih vrednostih dodane upornosti zaporedno s tuljavo ($\omega_m = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

Že dodatek majhne upornosti premakne nizkofrekvenčno fazo na 0°, kar nakazuje ohmski karakter impedance. Dogajanje je skladno s sliko 48.3, kjer je nizkofrekvenčna impedanca pri pogoju $R > 0$ skoraj frekvenčno neodvisna, kar je karakteristika ohmskega upora. Lastnost je pričakovana, saj je impedanca zaporedne vezave upora in kondenzatorja enaka $(R + j\omega L)$, kar nam ob pogoju $\omega \to 0$ da asimptotično vrednost R.

V okolici resonančne frekvence postane faza pri zadosti majhnih upornostih pozitivna, kar nakazuje, da v tem področju vpliv tuljave ni zanemarljiv. Pri dovolj veliki dodani upornosti pa faza monotono upada od 0° proti −90°, kar pomeni, da se karakter vezja zvezno spremeni iz uporovnega v kapacitivnega, ne da bi se vmes čutil vpliv tuljave.

48.2 Karakteristike drugega vezja

Slika 48.5 prikazuje potek amplitudnega odziva srednjega delilnika na sliki 47.1 (stran 297). Pripadajočo prenosno funkcijo podaja enačba 47.3 (stran 299). V tem vezju dodani upor sicer omili prevzpon amplitudnega odziva, kar je zaželeno, vendar se hkrati tudi zmanjša vpliv kondenzatorja pri visokih frekvencah. Posledica je neugodna karakteristika v visokofrekvenčnem področju, kjer rezultirajoči delilnik bistveno slabše filtrira motnje, saj amplitudni odziv upada izrazito počasneje kot pri predhodnem vezju.



Slika 48.5. Amplitudni odziv LC delilnika pri različnih vrednostih dodane upornosti zaporedno s kondenzatorjem ($\omega_\mathrm{m} = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

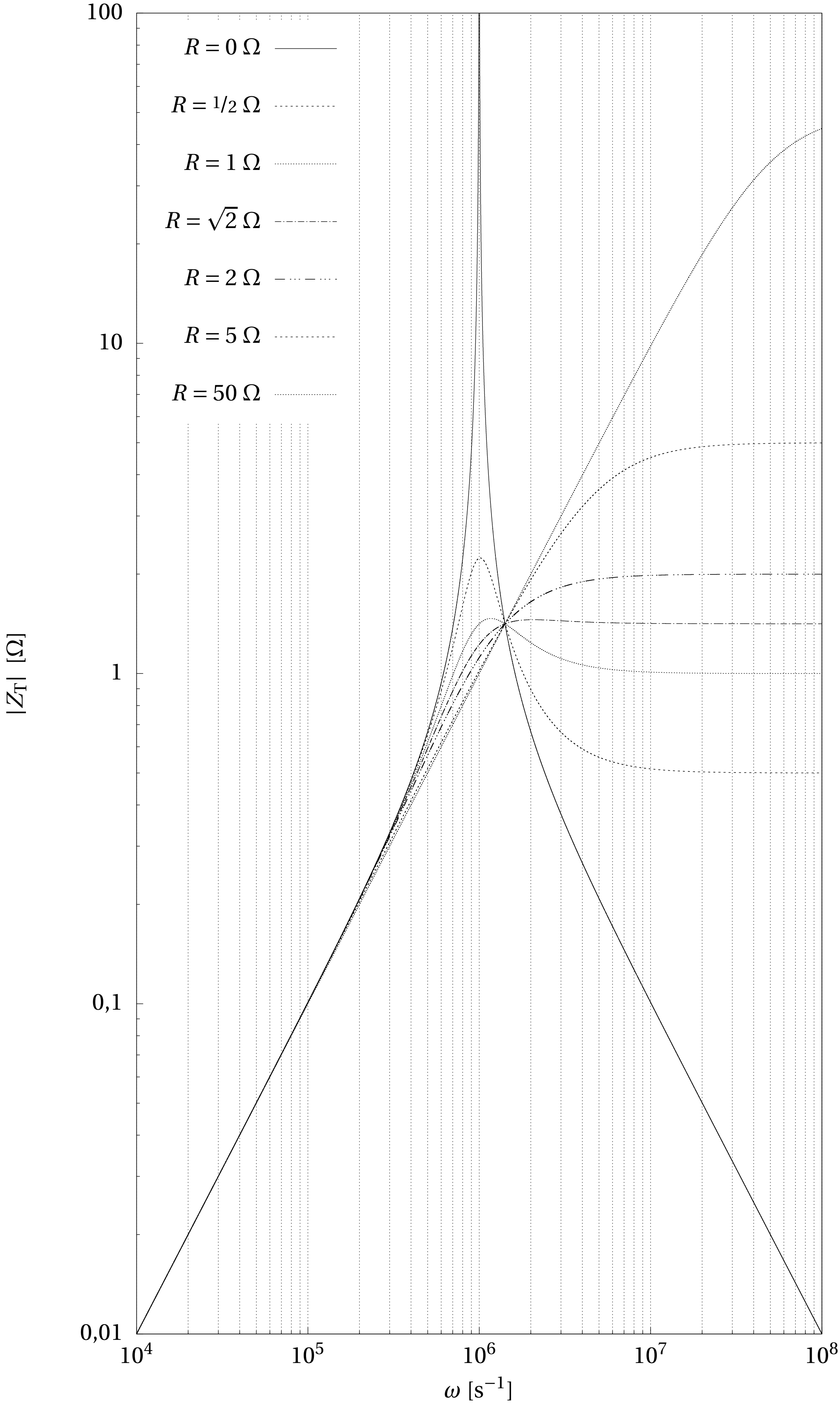
Slika 48.6 prikazuje potek absolutne vrednosti Theveninove impedance delilnika po enačbi 47.4 (stran 299). Za razliko od zrcalnega dogajanja na sliki 48.3 je tokrat nizkofrekvenčna vrednost impedance majhna, kar je dobro. Po drugi strani je impedanca velika pri visokih frekvencah, kjer se vpliv kondenzatorja nadomesti z vplivom upora (sekcija 35.2 na strani 219). Za izvedbo napajalnih linij je to nadvse neugodno. Pri napajanju operacijskih ojačevalnikov potrebujemo dobro filtriranje motenj in nizko napajalno impedanco ravno v visokofrekvenčnem območju, kjer je PSRR operacijskega ojačevalnika majhen, zaradi česar je z njim izvedeno vezje izrazito občutljivo na motnje napajalne napetosti.

Zaradi navedenih slabosti resonančni pojav pri izvedbi napajalnih linij redkeje dušimo z vgradnjo upora zaporedno s kondenzatorjem. To velja, kadar v *LC* delilnik vgradimo *samo en fizični* kondenzator, pri večih kondenzatorjih pa se pogosteje poslužujemo tudi tega prijema, kar opisujemo v nadaljevanju.

Vseeno je obravnavana upornost vedno prisotna kot parazitna upornost ESR vgrajenega kondenzatorja (sekcija 44.2 na strani 277), zato jo upoštevamo pri realistični analizi vezja, tudi če je ne vgradimo namerno. Ker parazitna upornost kondenzatorja delno omili učinek resonance, lahko zaradi nje vgradimo na drugo mesto v vezje manjši upor (na primer zaporedno s tuljavo), kot bi ga morali sicer. S tem vsaj izkoristimo pozitivne učinke kondenzatorjeve serijske upornosti, če se je že ne moremo znebiti. Različni kondenzatorji imajo radikalno različne vrednosti te upornosti, zato je pomembno, da teh elementov ne izbiramo samo na podlagi kapacitivnosti, ampak pri tem preučimo tudi njihove parazitne lastnosti.

Kondenzatorji so nadvse zahrbtni elementi in njihove parazitne lastnosti povzročajo mnoga odstopanja realnih vezij od teoretičnih izmišljotin na papirju. Zelo neugodna lastnost kondenzatorjev je, da imajo pri visokih frekvencah induktivni karakter (sekcija 35.2). Kondenzatorjeva kapacitivnost in induktivnost tudi sami zase povzročata dodaten resonančni pojav. Analize napajalnih linij *nikoli ne smemo* izvajati ob predpostavki, da kondenzator uteleša zgolj kapacitivnost. Tako razmišljanje ima pri načrtovanju napajanja približno enako težo kot Andersenove pravljice.

V navezavi na sliki 48.5 in 48.6 ni odveč ponoviti opozorila sekcije 35.2. Izrazito neugodna lastnost kondenzatorjev je, da se jim (pri isti družini kondenzatorjev oziroma tehnologiji izdelave) z naraščanjem kapacitivnosti niža frekvenčna meja, do katere se obnašajo kapacitivno in od kjer naprej izkazujejo induktivni značaj (slika 44.2 na strani 278). To elektroniki pogosto izkusimo na lastni koži tako, da z vgradnjo večjega kondenzatorja poslabšamo visokofrekvenčno filtriranje motenj, čeprav intuicija in teoretični izračun na papirju pravita, da bi se motnje morale zmanjšati. V resnici se v takem primeru večji kondenzator obnaša kot tuljava v frekvenčnem območju motnje, zato ne opravlja funkcije, ki jo od njega pričakujemo.



Slika 48.6. Absolutna vrednost Theveninove impedance *LC* delilnika pri različnih upornostih zaporedno s kondenzatorjem ($\omega_m = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

Možna rešitev je vgradnja dveh ali treh kondenzatorjev izrazito *različnih* kapacitivnosti, ki jih med seboj vežemo vzporedno. Pri tem kondenzator z najmanjšo kapacitivnostjo izkazuje kapacitivni značaj do dovolj visokih frekvenc, nima pa dovolj velike kapacitivnosti, da bi sam opravljal svojo vlogo (filtriranja motenj, glajenja napetosti, nižanja Theveninove impedance *LC* delilnika, ...). Tako mu v nižjefrekvenčnih področjih pri tem pomagajo ostali kondenzatorji.

Težava take izvedbe je, da kapacitivnosti kondenzatorjev tvorijo resonančne pojave s parazitnimi induktivnostmi ostalih kondenzatorjev. Posledično dobimo večje število frekvenčnih področij, kjer ima napajalna linija visoko Theveninovo impedanco. Pogosto je s tako izvedbo napajanja brez dodatnih ukrepov breme napajano slabše kot pri vgradnji enega samega kondenzatorja. Pri vgradnji večih kondenzatorjev je vitalnega pomena, da preučimo realistične karakteristike celotne dobljene kombinacije in vsaj bolj moteče resonance ustrezno zadušimo.

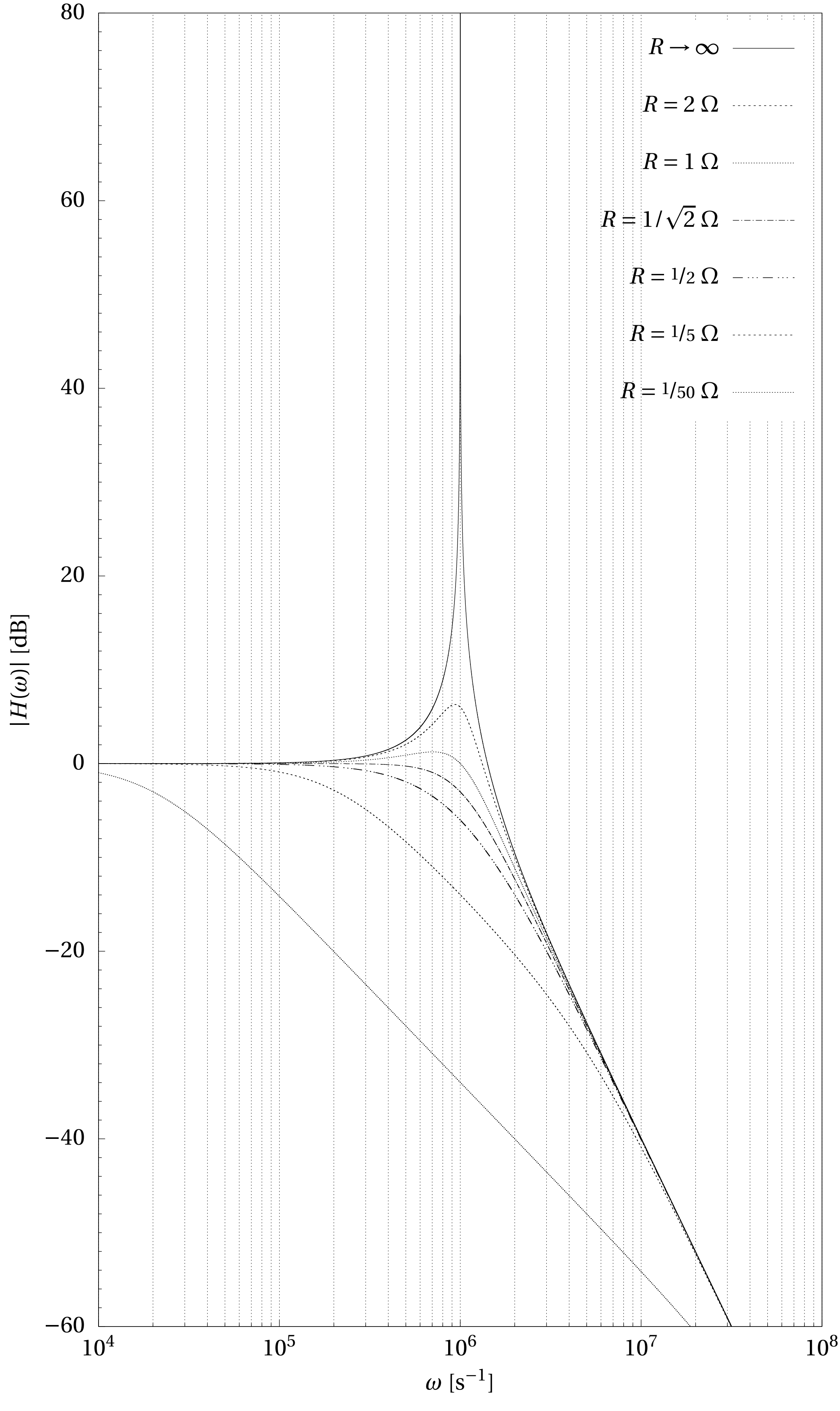
Ena od možnih rešitev je vezava uporov zaporedno s kondenzatorji *večjih* kapacitivnosti. S tem sicer oslabimo njihovo delovanje v višjefrekvenčnem področju, kjer pa tako ali tako ne opravljajo več svoje vloge. Upora *nikoli* ne vežemo zaporedno z *najmanjšim* in s tem najvišjefrekvenčnim kondenzatorjem, da ne zadušimo njegovega delovanja pri visokih frekvencah. Pogosto dosežemo ustrezno karakteristiko napajalne linije s pravilno izbiro kondenzatorjev, ki že sami po sebi izkazuje dovolj veliko lastno serijsko upornost.

Če vezje izdelujemo po shemi, ki jo je razvil nekdo drug in v kateri so natančno predpisani tipi kondenzatorjev, je vitalnega pomena, da take tudi nabavimo in jih ne izbiramo samo na podlagi njihove kapacitivnosti. Vgradnja drugačnih kondenzatorjev od predpisanih (kljub temu, da imajo ustrezno kapacitivnost) poslabša skrbno premišljeno medsebojno delovanje kapacitivnosti in kondenzatorjevih parazitnih lastnosti. Pri napajalnih linijah s tem izničimo učinek natančno načrtovane zadušitve resonančnih pojavov, s čimer postane napajanje elementov izrazito neustrezno. Posledica je nestabilno in oscilatorno delovanje celotnega vezja.

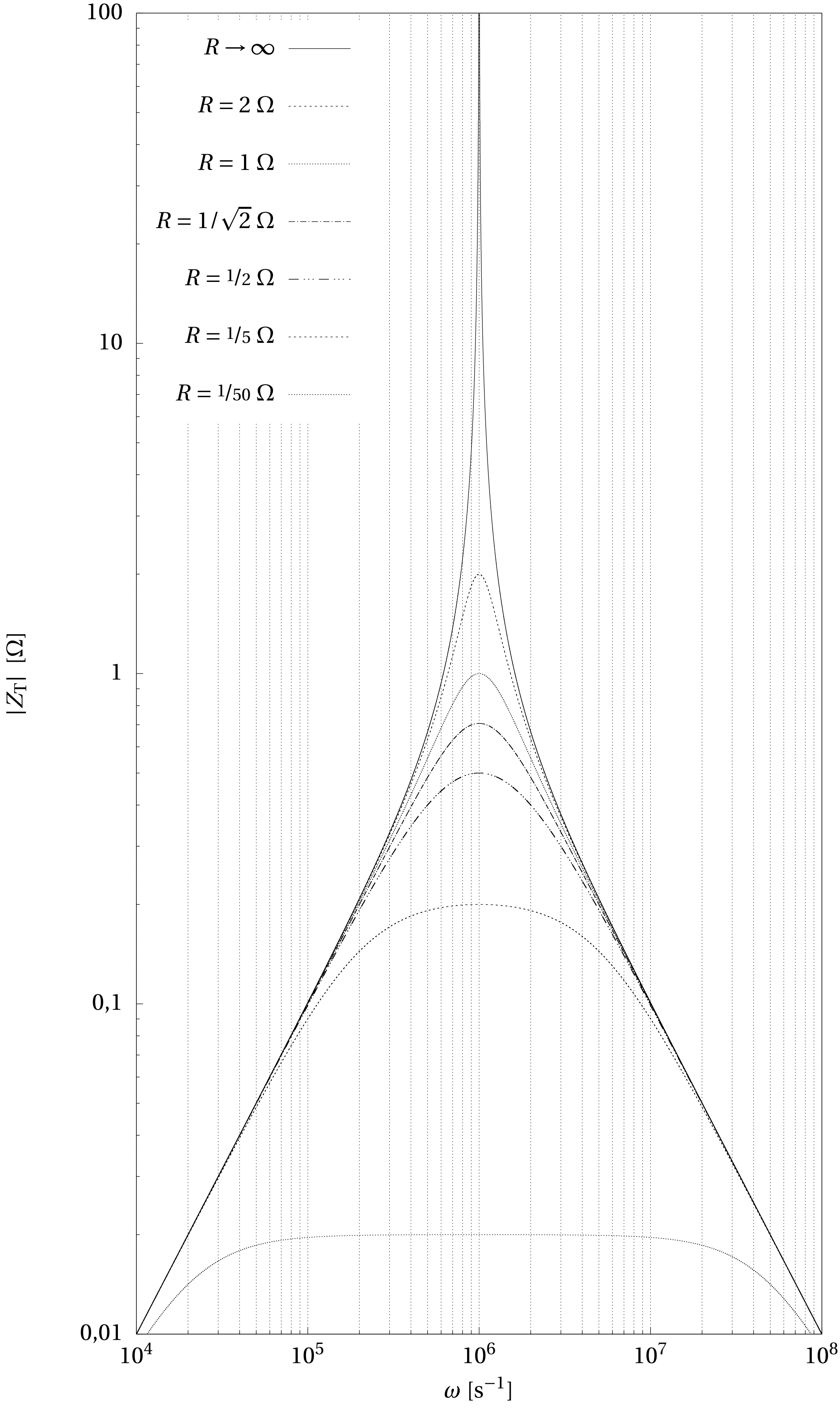
48.3 Karakteristike tretjega in četrtega vezja

Slika 48.7 prikazuje potek amplitudnega odziva desnega vezja na sliki 47.1. Na prvi poglej je dogajanje enako kot na sliki 48.1, vendar temu ni tako. Za razliko od levega vezja na sliki 47.1 tokratno vezje temelji na vzporednem nihajnem krogu, zato dobimo nedušene razmere pri $R \to \infty$, resonančni pojav pa dušimo z manjšanjem vrednosti dodane upornosti proti nič.

Potek absolutne vrednosti Theveninove impedance prikazuje slika 48.8. Na prvi pogled ima to vezje fantastične karakteristike, saj je pri izbiri ustrezno majhne upornosti Theveninova impedanca nizka pri vseh frekvencah, kar je ravno izhodiščna želja pri načrtovanju napajanja.



Slika 48.7. Amplitudni odziv *LC* delilnika pri različnih upornostih vzporedno s kondenzatorjem ($\omega_\mathrm{m} = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).



Slika 48.8. Absolutna vrednost Theveninove impedance LC delilnika pri različnih vrednostih upornosti, vezanih vzporedno s kondenzatorjem ali s tuljavo ($\omega_\mathrm{m} = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

Prikazani ugodni potek impedance je posledica dejstva, da je pri nizkih frekvencah tuljava približek kratkega stika, kar zagotavlja nizko impedanco. Pri visokih frekvencah pa ista ugotovitev velja za kondenzator. V vmesnem področju, kjer čista *LC* kombinacija izkazuje veliko impedanco, pa vzporedno vezan upor ohranja skupno impedanco zadovoljivo nizko. Poleg nizke impedance v vseh frekvenčnih območjih je tudi filtriranje napajalnih motenj učinkovito, saj v visokofrekvenčnem področju amplitudni odziv na sliki 48.7 upada kvadratno s frekvenco.

Žal doseganje ustreznega poteka impedance zahteva vgradnjo dokaj majhnega upora, ki povzroča nesprejemljivo velik tok preko napajalne linije. Posledično v praksi ne moremo izkoristiti na prvi pogled odličnih karakteristik tega vezja.

Primer 1. Privzemimo, da operacijski ojačevalnik deluje zadovoljivo, če se Theveninova impedanca napajanja pri nobeni frekvenci ne dvigne nad okvirno 0,5 Ω. To dosežemo z vezavo upora iste upornosti vzporedno s kondenzatorjem. Če operacijski ojačevalnik napajamo s 15 V, odteka iz napetostnega vira stalen napajalni tok 30 A zgolj zato, da napajamo ojačevalnik z 10 mA. ☺ □

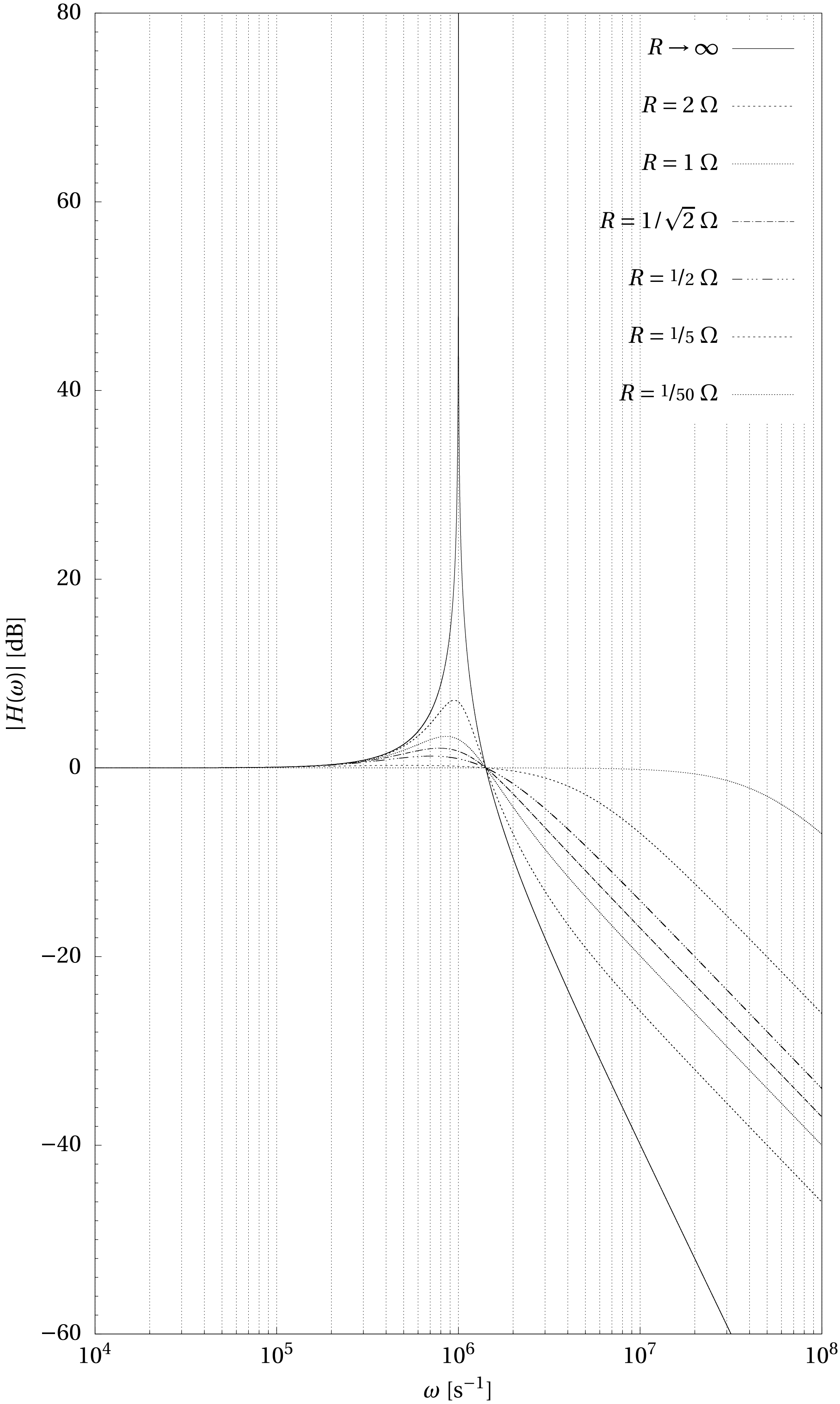
Slika 48.9 prikazuje še amplitudni odziv vezja na sliki 47.3. Pripadajoči potek Theveninove impedance je v tem primeru enak, kot na sliki 48.8. Ugodna lastnost tega vezja je, da doseže nizko vrednost impedance brez pretiranih napajalnih tokov, saj je tokrat upor vezan vzporedno s tuljavo, kondenzator pa blokira predhodno problematičen enosmerni tok. Kompromis, ki ga pri tem naredimo, je slabše filtriranje napajalnih motenj v visokofrekvenčnem področju, kjer amplitudni odziv upada počasneje s frekvenco, ko upornost manjšamo in s tem izboljšujemo Theveninovo impedanco.

48.4 Povzetek

Na podlagi preučitve vseh štirih *LC* delilnikov spoznamo, da vsak izmed njih izkazuje določene dobre in slabe lastnosti. Od konkretne situacije je odvisno, s katerimi kompromisi se najlažje sprijaznimo. Posledično v učbenik o elektroniki ne moremo narisati sheme optimalne izvedbe napajanja, ampak lahko zgolj preučujemo predhodne karakteristike. Inženirjeva naloga je, da na nakazani trnovi poti najde ustrezen kompromis, ki v konkretni situaciji izkazuje zadovoljivo delovanje naprave.

Pri izvedbi napajanja ne pozabimo na *RC* filtre. Ti sicer ne dosegajo nizke Theveninove impedance pri nizkih frekvencah in kvadratnega upadanja amplitudnega odziva s frekvenco v visokofrekvenčnem področju, niso pa podvrženi problematičnim resonančnim pojavom. Sledi da *RC* filtri niso univerzalna rešitev za izvedbo napajanja, so pa priročni v določenih situacijah kot dopolnitev uporabe *LC* sklopov.

Razvoj elektronskih naprav je vitalno odvisen od poglobljenega poznavanja pasivnih *RLC* vezij, ki so bistveno bolj zapletena, kot bi slutili na prvi pogled. Mnogo knjig o elektroniki ta vidik študija zapostavlja. Posledično študenti elektronike na določeni točki študija trčimo v nepremagljivo bariero, ki jo je potrebno premagati, preden dosežemo nadaljnji napredek.



Slika 48.9. Amplitudni odziv LC delilnika pri različnih vrednostih dodane upornosti vzporedno s tuljavo ($\omega_\mathrm{m} = 1$ MHz, $Z_0 = 1\ \Omega$).

49 Analitična obravnava dušenja

To poglavje je direktno nadaljevanje VIS poglavij 46, 47 in 48.

Resonančni pojav LC vezij je lahko koristen ali nezaželen. V našem kontekstu resoniranje obravnavamo izključno parazitno. V takem primeru je za načrtovanje vezij koristno poznati vrednost upornosti, ki odpravi prevzpon v frekvenčnem prostoru in prepreči osciliranje v časovnem prostoru.

Maksimum amplitudnega odziva se pojavi, kjer je odvod $|H(\omega)|$ po frekvenci enak nič. Pri upornostih, kjer prevzpona ni, izraz za izračun odvoda nima ničel v območju realnih pozitivnih frekvenc. Z naslednjim postopkom določimo minimalno upornost, ki odpravi prevzpon amplitudnega odziva pri vezju na levi strani slike 47.1 (stran 297).

V prvem koraku izračunajmo odvod amplitudnega odziva po frekvenci, ki ga dobimo z odvajanjem enačbe 48.1 (stran 303).

$$\frac{\partial |H(\omega)|}{\partial \omega} = \frac{-\left(-4\omega LC + 4\omega^3 (LC)^2 + 2\omega (RC)^2\right)}{\left((1-\omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2\right)^2}$$

Pri pozitivni dodani upornosti imenovalec izraza pri nobeni frekvenci ne zavzame vrednosti nič, zato je dovolj da določimo ničle števca.

$$4\omega^3 (LC)^2 + 2\omega (RC)^2 - 4\omega LC = 0$$

$$2\omega^2 (LC)^2 + (RC)^2 - 2LC = 0$$

$$\omega^2 = \frac{2LC - (RC)^2}{2(LC)^2} \tag{49.1}$$

Pri pogoju $(RC)^2 > 2LC$ nobena realna vrednost ω ni rešitev te enačbe. Preureditev pogoja nam da naslednjo nazornejšo obliko.

$$R \geq \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{2} \cdot Z_0 \tag{49.2}$$

Serijska upornost, ki odpravi prevzpon amplitudnega odziva, je za faktor $\sqrt{2}$ večja od karakteristične impedance pripadajočega nihajnega kroga. Ugotovitev je skladna z dogajanjem na sliki 48.1 (stran 304), ki prikazuje karakteristiko vezja s karakteristično impedanco 1 Ω. Z grafa je razvidno, da amplitudni odziv pri dodanih upornostih 1/2 Ω in 1 Ω izkazuje vsaj nekolikšen prevzpon. Pri upornosti, ki je večja ali enaka $\sqrt{2}$ Ω, pa amplitudni odziv monotono upada v celotnem frekvenčnem področju.

LC napetostni delilniki oziroma nihajni krogi imajo lahko različno karakteristično impedanco kljub isti resonančni frekvenci.

Primer 1. Dosedanja obravnava omenja izključno LC delilnik, ki ga sestavljata tuljava 1 μH in kondenzator 1 μF. Tako vezje ima resonančno frekvenco 10^6 s^{-1} in karakteristično impedanco 1 Ω.

Isto resonančno frekvenco ima tudi LC delilnik, ki ga sestavljata tuljava 100 μH in kondenzator 10 nF. Vendar je sedaj karakteristična impedanca nihajnega kroga enaka 100 Ω. V prvem vezju prevzpon odpravi upor okvirne upornosti 1,41 Ω, v drugem primeru pa potrebujemo upornost 141 Ω. □

Natančna preučitev grafa ali enačbe 49.1 pokaže, da se z večanjem upornosti frekvenca maksimuma niža. Z ustrezno izbiro vrednosti R lahko dosežemo maksimum pri katerikoli frekvenci med 0 Hz in ω_m, vendar je z oddaljevanjem maksimuma od ω_m prevzpon čedalje manj opazen. Najmanjša upornost, ki izpolni pogoj 49.2, premakne maksimum $|H(\omega)|$ ravno k frekvenci 0 Hz.

Da se maksimum amplitudnega odziva premika s spreminjanjem upornosti, je koristno vedeti, ko resonanca ni parazitna in potrebujemo precizno vrednost resonančne frekvence (na primer za izdelavo precizne digitalne ure). V takih primerih prisotnost upornosti lahko parazitno premika dejansko frekvenco nihanja. Praktično nikoli pa ne dodajamo upornosti z namenom, da bi resonanco premaknili v določeno frekvenco, ampak resonančno frekvenco določimo z ustrezno izbiro kondenzatorja in tuljave (ali drugega elementa, kot je kvarčni kristal). Enačba 49.1 nam služi zgolj za določanje upornosti, s katero zadušimo nezaželen resonančni pojav in ne za premikanje resonančne frekvence v želeno točko, ker dodatek upora resonanco zaduši in jo naredi neizrazito.

49.1 Odprava oscilacij časovnega odziva

Pogoj 49.2 prepreči nastanek maksimuma amplitudnega odziva v frekvenčnem prostoru, ne odpravi pa oscilatornega odziva v časovnem prostoru. Da osciliranje popolnoma preprečimo, potrebujemo nekoliko večji upor. To ugotovimo s preučitvijo ničel imenovalca prenosne funkcije $(1-\omega^2LC+j\omega RC)$ in ne amplitudnega odziva. Pri tem se je nujno zavedati, da je neodvisna spremenljivka prenosne funkcije izraz $j\omega$ in ne zgolj sama vrednost ω.

$$1-\omega^2LC+j\omega RC \;=\; -\omega^2LC+j\omega RC+1 \;=\; \underbrace{(j\omega)^2}\cdot(LC)+\underbrace{(j\omega)}\cdot(RC)+1$$

Linearna vezja izkazujejo frekvenčno odvisnost zgolj, ker njihovi elementi izvajajo operacije skaliranja, odvajanja in integriranja. Slednji operaciji opisujeta operatorja $j\omega$ in $1/j\omega$, zato v prenosnih funkcijah, impedancah in admitancah ω nastopa izključno v kombinaciji z imaginarno enoto j.

Predhodni izraz poenostavimo tako, da $j\omega$ zamenjamo z oznako s.

$$(j\omega)^2 \cdot (LC) + (j\omega) \cdot (RC) + 1 \quad \Rightarrow \quad s^2 \cdot (LC) + s \cdot (RC) + 1$$

Teoretično pomembna konceptualna razširitev osnovnega kompleksnega računa je Laplaceova transformacja, ki omogoča preučevanje prehodnega pojava vezja in odziva na začetno stanje. V tem primeru se izraz $j\omega$ razširi v pojem kompleksne frekvence $s = \alpha + j\omega$. To še dodatno podkrepi ugotovitev, da v prenosnih funkcijah realna frekvenca ω nikoli ne nastopa samostojno kot neodvisna spremenljivka. Izraz $(LC) \cdot s^2 + (RC) \cdot s + 1$ kot funkcija kompleksne frekvence s ima globlji pomen in ni zgolj poenostavitev prvotnega zapisa, vendar razlaga in uporaba te ugotovitve presegata vsebino pričujoče knjige. Za našo razpravo je pomembna zgolj ugotovitev, da prenosna funkcija ni funkcija realne frekvence ω ampak izraza $j\omega$.

Prenosna funkcija, impedanca in admitanca so *kompleksne* funkcije, saj so to funkcije kompleksne neodvisne spremenljivke $j\omega$ (oziroma s). Pri konkretni vrednosti neodvisne spremenljive je rezultat izračuna take funkcije kompleksno število. Pri uporabi osnovnega kompleksnega računa nam to število *hkrati* podaja razmerje med izhodno in vhodno amplitudo in fazni zamik med odzivom in vzbujanjem. Po drugi strani sta amplitudni in fazni odziv *realni* funkciji realne frekvence ω. Konkretna vrednost amplitudnega odziva nam podaja zgolj razmerje med amplitudo izhodnega in vhodnega signala pri določeni dejanski (realni) frekvenci vzbujanja, torej je to razmerje čisto realno število. Fazni odziv pa nam podaja fazni zamik med izhodnim in vhodnim signalom v odvisnosti od frekvence vzbujanja, kar je zopet realno število. Zato je pri amplitudnem in faznem odzivu neodvisna spremenljivka realna frekvenca ω. Pri prenosni funkciji, impedanci in admitanci pa frekvenca $j\omega$ nastopa v vlogi *operatorja* (odvajanje, integriranje) in ne zgolj kot podatek o realni frekvenci vzbujanja. V tem primeru je frekvenca vzbujanja *parameter* operatorja.

Primer 2. Določen sistem izvaja operacijo integriranja, ki jo opisuje izraz $1/j\omega$. Pri frekvenci $\omega = 1\,\mathrm{s}^{-1}$ operator integriranja ohrani prvotno amplitudo signala in spremeni fazni kot za $-90\,°\mathrm{C}$. Pri frekvenci $\omega = 2\,\mathrm{s}^{-1}$ pa isti operator zmanjša amplitudo na polovico (in ravno tako spremeni fazni kot za $-90\,°\mathrm{C}$). Pri tem je ω parameter integratorja, ki določa, kolikokrat se pri izvedbi te operacije amplituda rezultirajočega signala zmanjša. □

Karakteristike tega sistema ne določa neposredno frekvenca ampak značilnost integriranja. Pri izračunu odziva potrebujemo podatek o frekvenci, ker z njo opredelimo obnašanje *integratorja* kot sestavnega dela vezja.

Vrnimo se k izrazu $(LC) \cdot s^2 + (RC) \cdot s + 1$. Če sta njegovi ničli realni in različni, je vezje nadkritično dušeno, zato je njegov naravni odziv na začetno stanje kombinacija pojemajočih eksponentnih funkcij. Ko sta ničli imenovalca konjugirano kompleksni, je vezje podkritično dušeno in se na začetno stanje odzove z dušenim (ali v teoretično skrajnem primeru nedušenim) nihanjem. Mejni primer nastopi, ko sta ničli realni in enaki. Takrat je vezje kritično dušeno in to je najmanjša stopnja dušenja, ki zagotavlja popolnoma neoscilatoren odziv.

Splošna kvadratna enačba ima obliko $a \cdot s^2 + b \cdot s + c = 0$. Diskriminanta te enačbe $D = b^2 - 4ac$ določa, ali sta ničli realni ali konjugirano kompleksni. V našem primeru se diskriminanta izračuna z naslednjim izrazom.

$$D = (RC)^2 - 4 \cdot (LC) \cdot (1) = (RC)^2 - 4LC$$

Realni ničli dobimo pri pozitivni vrednosti diskriminante oziroma pri izpolnitvi pogoja $(RC)^2 > 4LC$. Iz tega sledi naslednja vrednost upornosti, ki zagotavlja popolnoma neoscilatoren odziv vezja.

$$R \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 2 \cdot Z_0$$

Dobljena upornost je zopet specifičen mnogokratnik karakteristične impedance nihajnega kroga.

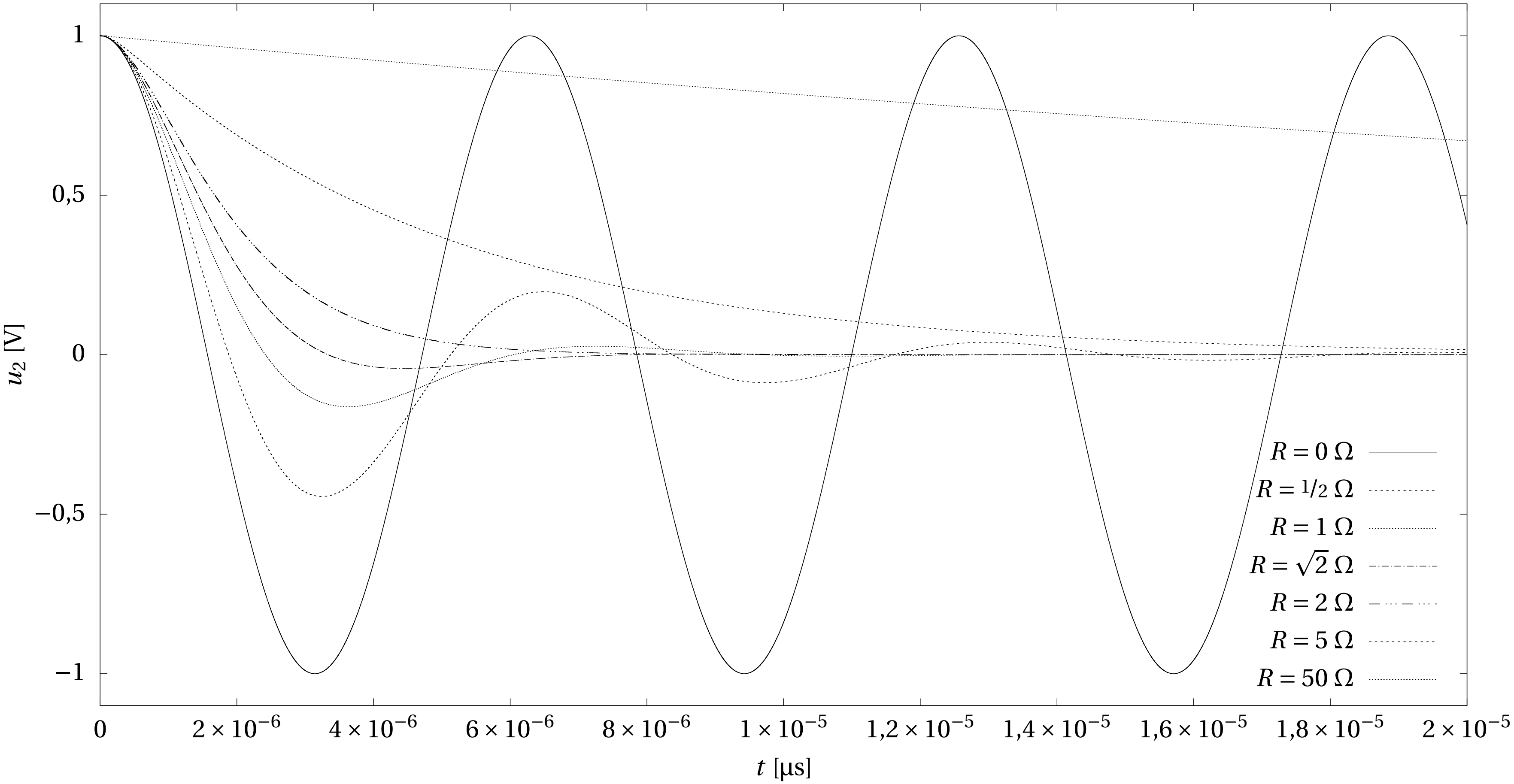
Pri zaporednem nihajnem krogu osciliranje v časovnem prostoru preprečimo z dodatkom vsaj dvakrat večje upornosti od karakteristične impedance nihajnega kroga.

Slika 49.1 prikazuje časovni potek napetosti u_2 levega LC delilnika na sliki 47.1 kot odziva na začetno stanje pri $u_1 = 0$ in različnih vrednostih dodane upornosti. Začetno stanje je določeno z napetostjo 1 V na kondenzatorju in tokom 0 A skozi tuljavo ob času $t = 0$. Prikazanih odzivov ni možno izračunati s prenosno funkcijo, ampak je v ta namen uporabljena Laplaceova transformacija.

V idealiziranem primeru $R = 0$ se energija v vezju ne porablja, zato izhodna napetost niha v neskončnost brez manjšanja amplitude. Dvig upora na $1/2\ \Omega = 1/2 \cdot Z_0$ nihanje opazno duši, saj se amplituda zmanjša okvirno na petino v času ene periode nihanja. Pri uporu $1\ \Omega = Z_0$ je časovni potek dobro viden zgolj v prvi polperiodi, že v drugi polperiodi pa skoraj izzveni. Dvig upornosti na $\sqrt{2}\ \Omega = \sqrt{2} \cdot Z_0$ povzroči tako močno dušenje, da je prenihavanje napetosti že težko vidno, vendar je še vedno prisotno, saj je dušenje še vedno podkritično. S stališča izvedbe napajalnih povezav je tak odziv že dokaj zadovoljiv.

Pri uporu $2\ \Omega = 2 \cdot Z_0$ nastopi kritično dušenje, ki se razlikuje od predhodnih situacij po tem, da opazovana napetost *v prikazanem primeru* nikoli ne prekorači abscisne osi. V izhodnem signalu ni več nihajoče komponente, katere amplituda se zmanjšuje po času. Pri večjih upornostih od $2 \cdot Z_0$ je dušenje nadkritično, odziv pa čedalje počasneje upada od začetnega stanja proti nič.

Ob drugačnem začetnem pogoju se lahko odziv tudi najprej nekaj časa dviga in šele nato prične spuščati proti nič. Tak primer nastopi, ko je ob času $t = 0$ na kondenzatorju pozitivna napetost, v tuljavi (oziroma celotni zanki) pa tok, ki teče v smeri dodatnega dviganja napetosti na kondenzatorju. Kljub temu odziv niti v tem primeru nikoli ne prekorači abscisne osi, ker pri nadkritičnem dušenju prenihavanje ni prisotno.



Slika 49.1. Odziv prvega *RLC* delilnika na začetno stanje pri različnih dodanih upornostih.

Možen je tudi začetni pogoj, kjer opazovana napetost *samo enkrat* prekorači abscisno os. To se zgodi na primer, ko je ob času $t = 0$ na kondenzatorju negativna napetost, v tuljavi pa dovolj velik tok, ki teče v smeri dviganja napetosti na kondenzatorju. Če tok spremeni polariteto napetosti na kondenzatorju, preden se ustavi in nato obrne, potem opazovana napetost enkrat in samo enkrat prekorači abscisno os. Od tu naprej napetost monotono upada proti nič po časovni obliki, ki jo sestavljata dve časovno pojemajoči eksponentni funkciji, ki sta značilni za nadkritično dušenje LC nihajnega kroga.

Pri izvedbi napajanja elektronskih komponent stremimo k nadkritičnemu dušenju induktivnih napajalnih linij v kombinaciji s kapacitivnostmi na njih. Če doseganje nadkritičnega dušenja predstavlja prevelik kompromis zaradi pretiranega slabšanja ostalih lastnosti (kot je prevelika Theveninova impedanca pri nizkih frekvencah, premajhno dušenje motenj pri visokih frekvencah, prevelika tokovna poraba), se zadovoljimo z rahlo podkritičnim dušenjem. V določenih situacijah pa je tudi to težko doseči. Pri načrtovanju vezij se mejne številke $2 \cdot Z_0$ ali $\sqrt{2} \cdot Z_0$ ne držimo kot pijanec plota, ampak nam le-ta služi zgolj kot groba usmeritev. Od konkretne situacije je odvisno, koliko je dušenje lahko podkritično, da je karakteristika napajalne linije še sprejemljiva.

Določimo še minimalno upornost, ki prepreči osciliranje vzporednega nihajnega kroga. V ta namen preučimo ničle imenovalca prenosne funkcije 47.5 na strani 299 ali prenosne funkcije 47.6. Izraz v imenovalcu zapišimo na naslednji način.

$$1 - \omega^2 LC + \frac{j\omega L}{R} = 1 + (j\omega)^2 \cdot LC + \frac{j\omega L}{R} \Rightarrow s^2 \cdot LC + s \cdot \frac{L}{R} + 1$$

V tem primeru je diskriminanta kvadratne enačbe naslednja.

$$D = \left(\frac{L}{R}\right)^2 - 4 \cdot (LC) \cdot 1$$

Pogoj za realni ničli je naslednji.

$$\frac{L^2}{R^2} - 4LC > 0 \quad \Rightarrow \quad L > 4CR^2 \quad \Rightarrow \quad R < \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2} \cdot Z_0$$

Pri vzporednem nihajnem krogu osciliranje v časovnem prostoru preprečimo z dodatkom vsaj dvakrat manjše upornosti od karakteristične impedance nihajnega kroga.

49.2 Povzetek

- Pri zaporednem nihajnem krogu prepreči oscilacije upornost, ki je vsaj dvakrat večja od karakteristične impedance nihajnega kroga.
- Pri vzporednem nihajnem krogu prepreči oscilacije upornost, ki je vsaj dvakrat manjša od karakteristične impedance nihajnega kroga.