UNIVERZA V LJUBLJANI

FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

Mitja Placer

Hibridno pozicioniranje s sodobnimi metodami senzorskega zlivanja

DOKTORSKA DISERTACIJA

Ljubljana, 2013

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za elektrotehniko

Mitja Placer

Hibridno pozicioniranje s sodobnimi metodami senzorskega zlivanja

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor: doc. dr. Boštjan Murovec

Ljubljana, 2013

Gaji

In

Marku

Zahvala

Povzetek

V disertaciji bomo obdelali problematiko določanja pozicije hodečega uporabnika v zaprtem prostoru na osnovi nizkocenovnih inercijskih senzorjev. Tipični potencialni uporabniki takega navigacijskega sistema bi lahko bili npr. gasilci in reševalci, ki svoje delo opravljajo v težavnih okoljih v nepredvidljivem stanju. Ravno zato smo hoteli med razvojem sistema ohraniti bistveno prednost inercijskih senzorjev, njihovo neodvisnost od okolja, in hkrati osnovno inercijsko navigacijo izboljšati s pomožnimi meritvami, pridobljenimi s senzorji drugih fizikalnih veličin.

Osnovo našega navigacijskega algoritma predstavlja kvaternionski navigacijski algoritem SDINS (ang. *strapdown inertial navigation system*). Za algoritem senzorskega zlivanja smo izbrali filter NKF (*nepristranski Kalmanov filter*) v komplementarni konfiguraciji, kar pomeni, da z njegovo pomočjo ne ocenjujemo vektorja stanj totalnih veličin, temveč vektor stanj napak navigacijskega sistema: napake pozicije, hitrosti, orientacije in napake inercijskih senzorjev. Da bi lahko implementirali filter NKF, smo morali najprej izpeljati model napak navigacijskega sistema. Za izračunavanje rotacijskega dela filtra NKF smo se zaradi prednosti, ki jih ponujajo v primerjavi z ostalimi zapisi rotacije, odločili uporabiti enotske rotacijske kvaternione. Zaradi te izbire je bilo potrebno spremeniti vektorski filter NKF, saj bi z običajnim uteženim povprečenjem enotskih kvaternionov zapustili enotsko hiperkroglo. Filter NKF smo zastavili modularno, da je vključitev ali izključitev pomožnih merskih načinov hitra in enostavna, kar smo izkoriščali pri izvajanju poskusov.

Trenutno referenco nizkocenovne inercijske navigacije, namenjeno hodečim uporabnikom v zaprtih prostorih, predstavlja algoritem SDINS s pomožnimi psevdomeritvami ZUPT (ang. *zero velocity update*). Ker smo ga želeli izboljšati na način, da bi ostal sistem čim bolj neodvisen od okolja, smo razvili inovativen način vizualnega merjenja pozicije stopala, osnovan na markerju, pritrjenim na en čevelj, in kameri, nepremično pritrjeni na inercijsko merilno enoto, ter kompasom na drugem čevlju.

Pravilnost delovanja razvitega navigacijskega sistema smo najprej preverili z začetnim poskusom, ko smo z enoto IMEKK (*inercijska merilna enota-kamera-kompas*) opravili zaporedje gibov, medtem ko je bil marker položen nepremično na tla. Izkazalo se je, da filter NKF pravilno popravlja vse veličine v vektorju stanj in odpravlja lezenje navigacijske rešitve, kar je tipična

lastnost inercijskih navigacijskih sistemov. Ugotovili smo lahko, da se v pozicijski rešitvi inercijskega algoritma SDINS brez pomožnih meritev v 11 sekundah nakopiči za več kot 2,7 m napake. Poleg tega smo pokazali, kako komplementarni filter NKF ohranja zveznost rešitve algoritma SDINS, ki deluje v našem primeru na frekvenci meritev IME, torej na 156 Hz.

V drugem delu poskusov smo želeli preveriti, kako se izboljšava v natančnosti izračunane pozicije iz začetnega, pretežno laboratorijskega poskusa, izraža v realističnem in povsem verjetnem scenariju počasne hoje po hodniku. Izkazalo se je, da sistem s pomožnimi vizualnimi meritvami ARToolKitPlus doseže 78 % zmanjšanje napake prehojene poti v primerjavi s samo inercijskim navigacijskim sistemom. Iz analize statičnega dela hoje se je izkazalo, da naš sistem izračunava 25 % točnejše ocene vektorja hitrosti stopala.

V sklepnem delu predstavimo predloge za nadaljnje raziskovalno delo in med drugim izpostavimo zaključno misel, da bi lahko naš sistem postal potencialno uporaben za reševalce, če bi se ga razvilo do te mere, da bi deloval v dejanskem času.

Abstract

The problem of low-cost inertial sensors-based indoor pedestrian positioning is being discussed in this dissertation. First responders would probably benefit the most from such a system especially in difficult search and rescue situations, where navigation cannot rely on a a constantly changing and unpredictable environment. This is the reason why we tried to preserve sensorial independence from the environment while trying to enhance navigation accuracy by means of additional aiding measurement modalities.

An SDINS navigation algorithm requiring a total space navigation model is at the core of our PDR system. We had to develop a navigation error state model since we have chosen an Unscented Kalman Filter in a complementary configuration for sensor fusion, which means it does not operate on the total states of the system, but it tries to estimate the error states of the navigation system: position, velocity, orientation errors and inertial sensors' errors. We have used unit quaternions for rotation representation in the UKF filter because of their advantages over other parametrizations available for attitude representation of a rigid body. Since unit quaternions are not mathematically closed for addition and scalar multiplication we had to modify the vector UKF accordingly to ensure the results do not depart from the unit hypersphere. The UKF filter we developed is highly modular, meaning that enabling or disabling an aiding measurement source requires a fast and simple procedure, a feature we took advantage of during the experiments performed for this dissertation.

At the moment, the state-of-the-art low-cost inertial indoor PDR approach is represented by the ZUPT-aided SDINS algorithm. We wanted to somehow enhance the original ZUPT approach while trying to preserve its environmental independence. We therefore devised an innovative way of accomplishing visual positional measurements with the aid of a marker, fixed onto the user shoe, and a video camera, mounted rigidly onto the other one, together with the IMU and the compass unit.

Executing a preliminary experiment, where a sequence of movements was accomplished with the IMUCC unit in hand and the marker lying stationary on the floor, we have assessed the functional correctness of the whole system. We could observe the UKF filter correctly estimating all of the navigation errors in the error state vector and eliminating the positional drift, which is a common characteristic of inertial-only navigation systems - it was

shown in this very experiment how the positional drift for the inertial-only SDINS navigation solution grows to about 2,7 m in just 11 s. Moreover, the preliminary experiment showed how does the UKF filtering preserve the continuity of the SDINS navigation solution, which operates at the IMU sampling frequency of 156 Hz in our system.

During the second part of the experimental section we wanted to find out how the amount of positional correction that emerged during the preliminary experiment translates into a more realistic and plausible slow walking indoor scenario. A 78% reduction in travelled distance error was observed when the ARToolKitPlus aiding measurement mode was enabled, compared to the inertial-only SDINS navigation solution. A 25% increase in velocity vector estimation accuracy was shown through foot stance phase analysis.

In the conclusion section we present our ideas and the possibilities for future research, highlighting the fact that the proposed system, brought to a proof-of-concept stage during our research, could be potentially useful for first responders' use if developed further into realtime operation.

Vsebina

Nomenklatura

A. Okrajšave

IME	*Inercijska Merilna Enota (ang. Inertial Measurement Unit, IMU)*
IMEKK	*Inercijska Merilna Enota-Kamera-Kompas enota*
INS	*Inercijski Navigacijski Sistem (ang. Inertial Navigation System)*
MEMS	*Mikro Elektro-Mehanski Sistem (ang. MicroElectroMechanical System)*
SDINS	*ang. Strapdown Inertial Navigation System (pričvrščeni inercijski navigacijski sistem)*
PDR	*ang. Pedestrian Dead Reckoning (slepa navigacija za pešce)*
GNSS	*ang. Glogal Navigation Satellite System (globalni navigacijski satelitski sistem)*
ECEF	*ang. Earth-Centered,Earth-Fixed (izhodišče v središču Zemlje, nepremičen glede na Zemljo)*
NED	*ang. North-East-Down* (sever-vzhod-navzdol)
SLAM	*ang. Simultaneous Localization And Mapping (istočasna lokalizacija in gradnja zemljevida)*
PSD	*ang. Power Spectral Density (spektralna močnostna gostota)*
ZUPT	*ang. Zero Velocity Update (osvežitev ničelne hitrosti)*
AR	*ang. Augmented Reality (obogatena resničnost)*
ARTK	*ARToolKitPlus*
RPY	*ang. Roll-Pitch-Yaw (nagib-naklon-zasuk)*

DCM *ang. Direction Cosine Matrix (smerna kosinusna matrika)*

EKF *ang. Extended Kalman Filter (razširjeni Kalmanov filter)*

NP *Nepristranska Preslikava*

NKF *Nepristranski Kalmanov Filter (ang. Unscented Kalman Filter, UKF)*

F_s *Frekvenca vzorčenja*

B. Koordinatni sistemi

V disertaciji so uporabljeni naslednji kartezijevi koordinatni sistemi:

- **Inercijski KS (i-KS)** je inercijski koordinatni sistem, negibljiv glede na zvezde, z izhodiščem, postavljenim v središču Zemlje. Vse inercijske meritve so izražene glede na ta koordinatni sistem.
- **Zemeljski KS (e-KS)** je glede na Zemljo (ang. *Earth*) negibljivi (torej z njo vrteči se) koordinatni sistem z izhodiščem v središču Zemlje. V literaturi se zanj uporablja označba *ECEF (ang. Earth-Centered,Earth-Fixed)*. Ta koordinatni sistem zaradi specifičnih lastnosti navigacije v zaprtih prostorih ne zavzema pomembnejše vloge v disertaciji, je pa izredno pomemben pri uporabi natančnejših IME (*Inercijska Merilna Enota*) v zunanjih visokodinamičnih ali dolgotrajnih navigacijskih nalogah, v katerih se opravijo daljše razdalje.
- **KS NED (n-KS)** je lokalni, vodoravni koordinatni sistem, postavljen v izračunano pozicijo SDINS (*Strapdown Inertial Navigation System*). Za navigacijski KS uporabljamo NED (*ang. North-East-Down*, sever-vzhod-navzdol) notacijo

- **KS IME (b-KS)** je koordinatni sistem gibljivega telesa (ang. *body*) - v našem primeru je to koordinatni sistem na čevelj pritrjene IME. Vse inercijske meritve se izvajajo v tem koordinatnem sistemu.
- **KS kamere (cam-KS)** je koordinatni sistem kamere (ang. *camera*), ki je togo pritrjena na ohišje IME enote. Njegova z os je usmerjena v smer optične osi kamere, z izhodiščem v optičnem središču kamere, x os je usmerjena v vodoravno smer, pravokotno na desno stran z osi.
- **KS referenčnega markerja (mref-KS)** je koordinatni sistem prvega prepoznanega markerja v koraku, ki služi kot referenca nadaljnjim meritvam ARToolKitPlus, ki se izvajajo tekom trenutnega koraka.
- **KS markerja (m-KS)** je koordinatni sistem markerja, ki je pritrjen na uporabnikov drugi čevelj. Njegova z os je usmerjena v smeri normale markerja, medtem ko je njegova x os usmerjena v vodoravni smeri pravokotno na levo stran z osi.
- **KS platforme (p-KS)** je koordinatni sistem algoritma SDINS, v katerem se preračunavajo transformirane inercijske veličine (pospeški in kotne hitrosti). V idealnem primeru bi p-KS in n-KS sovpadala, vendar zaradi napak, inherentnih inercijskim senzorjem, pride do razhajanj. Razporeditev osi v p-KS je enaka razporeditvi v n-KS.
- **Navigacijski KS (nav-KS)** je navigacijski koordinatni sistem, v katerem je predstavljena končna navigacijska rešitev. Za navigacijski KS uporabljamo notacijo NED z izhodiščno lego, enako začetno izračunani legi SDINS, saj smemo v našem primeru, ob uporabi nizkocenovne IME, nezmožne zaznavanja vrtenja Zemlje, v pogojih nizke dinamike in ob uporabi v krajših časovnih intervalih, ukrivljenost Zemlje in njeno vrtenje zanemariti.

Za vse predstavljene koordinatne sisteme je značilen ortogonalni, desnosučni nabor osi, zato je tretja os enoumno določena s prvima dvema. V disertaciji uporabljamo nadpise za označitev koordinatnega sistema, v katerem je spremenljivka predstavljena.

C. Kinematika

$\boldsymbol{a}$ — *Vektor translacijskega pospeška*

$\boldsymbol{v}$ — *Vektor translacijske hitrosti*

$\Delta \boldsymbol{v}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}}$ — *Napaka x komponente translacijske hitrosti, izražene v n-KS*

$\boldsymbol{r}$ — *Vektor pozicije*

$\boldsymbol{\omega}$ — *Vektor kotne hitrosti*

$\boldsymbol{\varepsilon}$ — *Napaka kotne hitrosti*

$\boldsymbol{f}$ — *Specifični vektor sile*

$\boldsymbol{\vartheta}$ — *Napaka specifične sile*

$\boldsymbol{g}$ — *Gravitacijski vektor*

$\boldsymbol{x}_{\mathrm{bc}}^{a}$ — *Vektor x koordinatnega sistema c, glede na koordinatni sistem b, izražen v koordinatnem sistemu a*

$\boldsymbol{C}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{a}}$ — *Smerna kosinusna rotacijska matrika, ki pretvori vektor iz zapisa v koordinatnem sistemu b v zapis v koordinatnem sistemu a* (ang. Direction Cosine Matrix; *DCM)*

$\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{a}}$ — *Kvaternionski rotacijski operator, ki pretvori vektor iz zapisa v koordinatnem sistemu b v zapis v koordinatnem sistemu a*

$\boldsymbol{Rot}_{\mathrm{x}}(\alpha)$ — *Smerna kosinusna rotacijska matrika, ki za kot α zavrti trenutni KS okoli njegove osi x*

$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ab}}^{\mathrm{c}}$ — *Poševnosimetrična matrika* (ang. *skew-symmetric matrix*)*, ki pomnožena z vektorjem nadomesti vektorski produkt kotne hitrosti $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ab}}^{\mathrm{c}}$ z istim vektorjem (v literaturi tudi $[\boldsymbol{\omega}]_{\times}$)*

$\boldsymbol{H}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{a}}$	*Homogena transformacijska matrika, ki pretvori vektor iz zapisa v koordinatnem sistemu b v zapis v koordinatnem sistemu a*
$^{\mathrm{H}}(\ )$	*Zapis DCM ali translacije v enakovredni obliki homogene transformacije*

Krepka pisava v disertaciji označuje vektorske, matrične in kvaternionske spremenljivke.

D. Kalmanov filter in verjetnostna teorija

$\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}$	*A posteriori ocena trenutnega vektorja stanja*
$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{k}}$	*Ocena trenutne kovariance*
$\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{k}}^{-}$	*A priori ocena vektorja stanja*
$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{k}}^{-}$	*A priori ocena kovariance*
$\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{k}}$	*Kalmanovo ojačenje*
$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{k}}$	*Kovarianca procesnega šuma*
$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}}$	*Kovarianca meritvenega šuma*
$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{k}}$	*Stohastična procesna napaka*
$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{k}}$	*Stohastična meritvena napaka*

Kazalo slik

Poglavje 1

Uvod

Sledenje[1] premikajočim se objektom se izvaja z uporabo najrazličnejših tehnologij. Za sledenje na prostem je najpogosteje uporabljena satelitska GNSS (ang. *Global Navigation Satellite Systems*), predvsem njena ameriška izvedba GPS (ang. *Global Positioning System*). Kjer je razširjanje elektromagnetnega valovanja oteženo, ali kjer je pomembno visokofrekvenčno osveževanje lege[2], je potrebno poseči po drugih prijemih. Na letalih, izstrelkih in podmornicah se zato uporabljajo žirokompasi in pospeškometri različnih izvedb, ki omogočajo veliko natančnost kljub dolgotrajnim meritvam ali veliki dinamiki gibanja. Sonarska tehnika, odometrija, vizualna samolokalizacija ter tehnika radijskih odtisov so samo nekatere od ostalih tehnologij, ki se uporabljajo za sledenje.

Sledenje osebam v zaprtih prostorih, kjer natančnejše sledenje z GNSS zaradi oslabljenih satelitskih signalov ne pride v poštev [1], je naglo razvijajoče se področje z velikim potencialom. Táko sledenje bi lahko bilo uporabno tako za splošne uporabnike (npr. na letališčih, v nakupovalnih centrih, knjižnicah, muzejih, na podzemni železnici), kot za profesionalne uporabnike (npr. za gasilce in reševalne enote v zadimljenih prostorih). Za slednje, predvsem ko gre za življenja in zdravje ljudi, sta čas in zanesljivost bistvenega pomena. Takrat se izkažejo dosedanje rešitve sledenja kot le pogojno uporabne. Postavitev radijske mreže zahteva namreč dragoceni čas, zanašanje na vnaprej znano porazdelitev elektromagnetnega polja v primeru nesreče, ko je infrastruktura lahko tudi močno

---

[1] sledenje - ugotavljanje pozicije premikajočega se predmeta, brez vplivanja nanjo; tudi navigacija, pozicioniranje

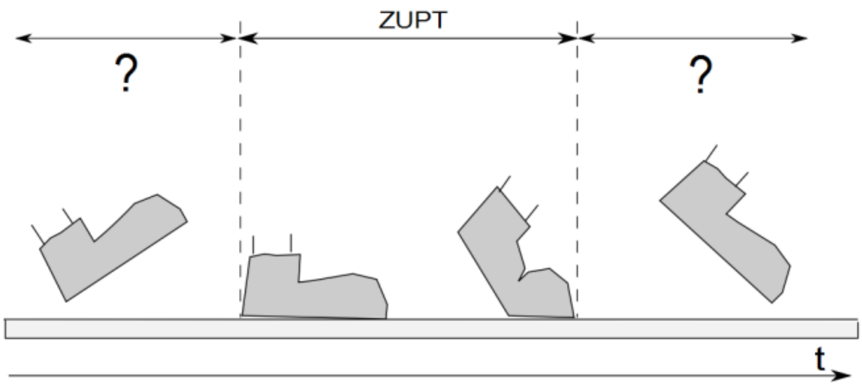
[2] lega - izraz iz robotike, ki določa popoln opis postavitve togega telesa glede na prostor, torej kombinacijo njegove pozicije in orientacije

poškodovana, se zlahka izkaže za napačno odločitev. Ravno tako lahko npr. pozicionirni sistem, temelječ na SLAM pozicionirnem postopku računalniška vida, v pogojih slabše vidljivosti in neustrezne osvetlitve popolnoma odpove [2]. Množico tehničnih zahtev, ki naj bi jih izpolnjevali sistemi za pozicioniranje v življenjsko-kritičnih nalogah, je opisal Beauregard v [3]. Rantakokko *in sod.* zaključijo, da je za robustni in natančni pozicionirni sistem za reševalce v urbanih okoljih ključna uporaba večsenzorskega pristopa [4].

Omenjenim pomanjkljivostim, povezanih predvsem z odvisnostjo od nepredvidljivega okolja in časom vzpostavitve delujočega pozicionirnega sistema, bi se bilo mogoče izogniti z uporabo inercijskih senzorjev, saj so njihove moderne izvedbe že dovolj majhne za uporabo pri ljudeh. Največjo težavo pri izdelavi pozicionirnega sistema, temelječega na njih, predstavlja nenatančnost izhoda miniaturnih MEMS (ang. *Micro ElectroMechanical System*) izvedb senzorjev. Izhode žiroskopov je potrebno integrirati enkrat, izhode pospeškometrov pa dvakrat, zaradi česar se odstopanje izračunane pozicije od njene dejanske vrednosti naglo in brez omejitev povečuje skozi čas. *Inercijski navigacijski sistem* (INS – ang. *Inertial Navigation System*), temelječ izključno na uporabljeni nizkocenovni MEMS *inercijski merilni enoti* (IME), bi bil sposoben časovno izredno kratke samostojne navigacije (reda le nekaj sekund) v sklopu okvira uporabne natančnosti, tudi ob teoretično povsem natančno izvedeni začetni poravnavi sistema [4]. Da bi lahko na osnovi IME nizke natančnosti izdelali INS, uporaben za navigacijo oseb, se je potrebno torej poslužiti dodatnih prijemov - uporabe dodatnih senzorjev (pomožnih virov meritev) in učinkovitih algoritmov senzorskega zlivanja.

Osvežitev ničelne hitrosti (ang. *Zero velocity UPdaTe;* ZUPT) je metoda, s katero močno izboljšamo natančnost sledenja osebam na osnovi meritev inercijskih senzorjev, postavljenih večinoma na uporabnikov čevelj. Z ZUPT omejimo napake inercijskega navigacijskega sistema z upoštevanjem dejstva, da je pri človeški hoji stopalo nekaj časa nepremično na tleh (*oporna faza*, ang. *stance phase*), medtem ko se drugo giblje (*faza ziba*, ang. *swing phase*) [5] (Slika 1.1). Pri navigacijskem algoritmu z ZUPT prihaja do večanja napake le med gibanjem stopala, torej med izvajanjem posameznih korakov.

Ta ugotovitev nas je pripeljala do ideje za naš sistem. Z njim poskušamo zmanjšati napako med samim gibanjem noge, še posebej pri počasni hoji, ko traja gibanje noge dlje in je zaradi tega integracijski čas napak inercijskih senzorjev daljši (področje vprašaja na Sliki 1.1). Novost našega hibridnega sistema, s katerim skušamo izboljšati trajektorijo gibajoče se noge, izračunano izključno z uporabo inercijskih senzorjev, predstavlja premični marker na drugem čevlju in algoritem za izračunavanje lege kamere glede na njega. To je algoritem, ki se uporablja v aplikacijah obogatene resničnosti (AR, ang. *Augmented Reality*) za resničnočasovno izrisovanje 3D objektov na video tok iz kamere, ki vsebuje najmanj en vnaprej definiran marker. Prvič, ko se med zibom noge marker pojavi v vidnem polju kamere, lahko definiramo njegovo lego v prostoru in od takrat naprej lahko v trenutnem koraku služi kot referenčna lega za vse naslednje meritve pozicije, ki jih izračunamo preko predhodno izračunane lege markerja in medsebojnih prostorskih odnosov med markerjem, kamero in IME. Tako dobljene meritve pozicije lahko vodimo v komplementarni *nepristranski Kalmanov filter* (NKF, ang. *Unscented Kalman Filter; UKF*), delujoč v enotskem kvaternionskem prostoru v zaprtozančni konfiguraciji.



Slika 1.1: Korak s prikazom trajanja ZUPT in območje izboljšave našega sistema (označeno z vprašajem) [6]

Če bi se morebiti pojavila potreba po uporabi pozicionirnega sistema nekje na prostem, kjer so vsaj za nek omejen čas dostopne kakovostne meritve pozicije in hitrosti GNSS, ne bi vpeljava omenjenih pomožnih meritev v naš hibridni pozicionirni sistem predstavljala večje težave. Vizualne meritve na osnovi markerja namreč ravno tako dajejo meritve pozicije, meritveni način ZUPT pa posreduje psevdomeritve hitrosti, kar pomeni, da je predstavljeni sistem že v sedanji obliki pripravljen na njihovo direktno uporabo - potrebno bi bilo le prilagoditi stopnjo zaupanja v posamezne meritve GNSS preko pripadajočih meritvenih kovariančnih matrik.

1.1 Pregled literature

Večina do sedaj predstavljenih rešitev sledenja v zaprtih prostorih se zanaša ali na prilagojeno okolje ali na vnaprej znane lastnosti le-tega. V prvo skupino tako štejemo določanje pozicije premikajočega se objekta preko triangulacije in/ali kota vpada signalov iz mreže postavljenih radijskih [7], UWB [8] in RFID [9] primopredajnikov, časa prihoda signala v mreži ultrazvočnih primopredajnikov [10], s kombinacijo radijske triangulacije in časa prihoda signala v mreži ultrazvočnih primopredajnikov [11], s pulznoširinsko modulacijo infrardečih signalov med priponko in mrežo senzorjev [12], kot tudi pozicioniranje na osnovi v prostor vnaprej postavljenih referenčnih vizualnih markerjev in kamere [13–15] ali stereo vida [16]. V drugo skupino štejemo predvsem rešitve, temelječe na poznavanju porazdelitve elektromagnetnega polja ene ali več modalitet (WiFi [17,18], Bluetooth [19], GSM [20], DTV [21]), na t.i. *radijskem odtisu* (ang. radio fingerprinting), zaslediti pa je mogoče tudi pristope z učenjem vizualnih značilnih območij [22,23] ali konteksta [24].

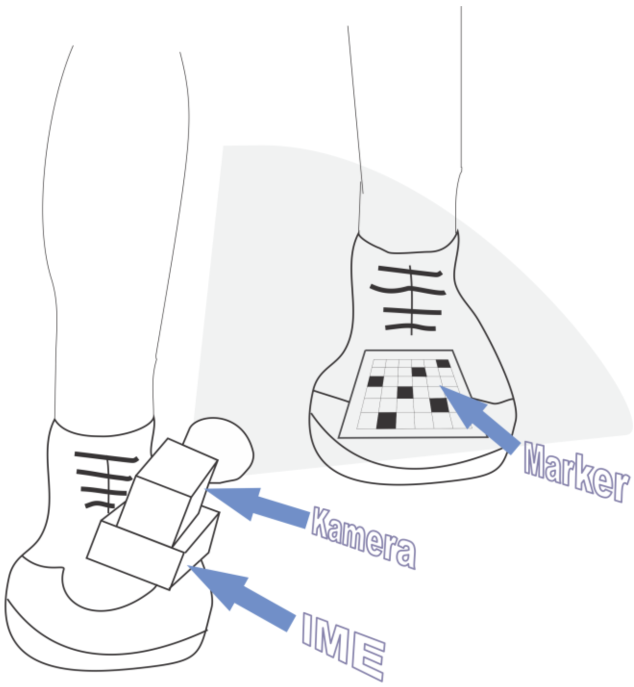
Kot je bilo že omenjeno, z uporabo inercijskih senzorjev je mogoče vpliv okolja na navigacijo hodečih uporabnikov izrazito zmanjšati, vendar pa imajo izvedbe senzorjev MEMS, ki so zaradi svoje velikosti in cene danes edina praktično uporabna možnost v te namene, svoje izhode ne dovolj natančne za dolgotrajnejšo inercijsko navigacijo. Raziskovalci zato poskušajo na različne načine izkoristiti cikličnost gibov človeške hoje za izboljšanje natančnosti izračunane navigacijske rešitve. Ladetto [25] se izogne integraciji šumnih izhodov IME za določitev dolžine koraka z merjenjem pospeška trupa, s katerim zaznava posamezne korake, in z uporabo empirično določenih funkcij raznovrstnih parametrov za posamezne načine hoje. Fyfe *in sod.* [26] uporabijo pospeškometra *sagitalne* (*sredinske*) *ravnine* (ravnine, ki deli človeško telo na levo in desno polovico) za merjenje pospeška stopala in vzporedno zamaknjeni pospeškometer za določitev kotnega nagiba stopala v svoji patentirani rešitvi *Motion Analysis System*. Stirling *in sod.* [27] predlagajo skupek pospeškometrov in magnetouporovnih senzorjev, pritrjenih na uporabnikov čevelj, za določanje kurza (ang. *heading*) gibanja stopala med oporno fazo koraka. Collin in Mezentsev [27] sta z uporabo IME taktične kategorije, z laserskimi žiroskopi natančnosti 1°/h za natančno ugotavljanje kurza gibanja, razvila na trup pritrjeni sistem *slepe navigacije* za pešca (ang. *Pedestrian Dead Reckoning;* PDR), v katerem so pospeškometri uporabljeni le za ugotavljanje izvajanja korakov.

Ob preizkušanju različnih mest pritrditve IME na človeško telo se je izkazalo, da prinaša izbira stopala (čevlja) PDR sistemom dve pomembni prednosti pred ostalimi mesti pritrditve: zanesljivejše ugotavljanje izvedbe koraka in možnost uporabe ZUPT postopka [28]. Foxlin je s konceptom NavShoe [29] znatno izboljšal navigacijo PDR, temelječo na na čevelj pritrjeni IME, z uporabo psevdomeritev ZUPT v *razširjenem Kalmanovem filtru* (ang. *Extended Kalman Filter*; EKF) med oporno fazo koraka. Uporaba ZUPT kot meritev, posredovanih v EKF, namesto enostavnejše ponastavitve hitrosti v SDINS na nič prinese bistveno prednost retroaktivnega popravka celotnega vektorja stanj sistema. Kasneje so Alvarez *in sod.* [30] uporabili metodo ZUPT tudi na osebnem navigacijskem sistemu, namenjenem nošnji okoli pasu, ki je z doseženo natančnostjo lahko uporaben za velik del krajevno odvisnih programov in storitev.

Kurz in *pristranskost* (ang. *bias*) zasučnega (ang. *yaw*) žiroskopa sta edini stanji, ki nista *observabilni* preko meritev ZUPT. Raziskovalci so se tega problema lotili na različne načine. NavShoe uporablja dodatni magnetometer za določanje kurza in možnost uporabe opcijskega GPS modula za pozicjsko merjenje, ko je sistem uporabljen na prostem. Borenstein *in sod.* uporabijo hevristično zmanjšanje lezenja za hojo ob ravnih zidovih v zgradbah, s katero jim uspe skoraj desetkratno zmanjšanje kurznega lezenja [31]. Abdularahim *in sod.* poskušajo zmanjšati lezenje kurza z upoštevanjem smeri poteka zgradbe, v kateri se uporabnik nahaja [32].

V zadnjem času je bilo veliko raziskav usmerjenih na področje hibridnega pozicioniranja v notranjosti prostorov. Večina rešitev poskuša nadgraditi inercijsko izvedeno navigacijo z drugim, komplementarnim pristopom, da bi se izboljšala natančnost izračunane pozicije skozi čas. Seungwoo *in sod.* uporabljajo majhno število *Chirp Spread Spectrum* oddajnikov kot dodatni vir meritev pozicije [33]. Hide *in sod.* iščejo *soustreznosti* (ang. *correspondences*) v zaporednih slikah, vzetih iz video toka kamere, ki je usmerjena proti tlom, da lahko obvladujejo lezenje uporabljene nizkocenovne IME [34]. Renaudin *in sod.* so predstavili skoraj samopostavljivo hibridno pozicionirno rešitev na osnovi RFID značk [35]. Chai *in sod.* izkoristijo postopke pozicioniranja WLAN za izvedbo neprekinjene navigacije v zaprtih prostorih [36]. Girard *in sod.* uporabijo *filter z delci* (ang. *particle filter*) za zlitje inercijske in ultrazvočne navigacije z navigacijo na osnovi modela [37]. Kuusniemi *in sod.* razvijejo večsenzorsko večmrežno rešitev pozicioniranja z zlitjem WLAN, Bluetooth, visokoobčutljivega sprejemnika GPS, pospeškometra, digitalnega kompasa in kamere, s katero jim uspe prikazati izboljšanje natančnosti vodoravnega pozicioniranja z uporabo meritev kurza, pridobljenih iz slikovnih podatkov [38]. Bošnak *in sod. s* Fakultete za elektrotehniko v Ljubljani so implementirali lokalizacijo in vodenje brezpilotnega zračnega plovila v zaprtem prostoru na podlagi združevanja meritev inercijskih senzorjev ter rezultatov sistema za računalniški vid, temelječim na razpoznavi v delovno okolje predhodno postavljenih umetnih značk in na merjenju optičnega toka v sliki, ki jo sistem zajema s kamero, pritrjeno na plovilo [39].

Zavedajoč se, da večji del predstavljenih rešitev na področju hibridnega pozicioniranja v zaprtih prostorih uporablja ali raznovrstne primopredajniške mreže ali *a priori* znanje o značilnostih okolja in da je bilo narejenih veliko poskusov izboljšanja določanja kurza v sistemih PDR, smo si zadali nalogo izboljšanja originalnega pristopa ZUPT navigacije PDR na način, ki bi bil čim bolj samozadosten in čim bolj neodvisen od okolja, s čemer bi bil tak sistem PDR potencialno uporaben predvsem za reševalce v manj ugodnih okoljih, lahko pa bi bil koristen tudi na drugih področjih - npr. v kineziologiji in fizioterapiji, kjer bi lahko služil kot pripomoček za ugotavljanje trajektorije stopala med gibanjem v športu in rehabilitaciji. Slika 1.2 shematsko prikazuje zamišljeni sistem, ki bi zadostil želenim okvirom z uporabo algoritmov računalniškega vida in markerja, pritrjenega na nasprotni čevelj.



Slika 1.2: Shematski prikaz idejne zasnove hibridnega PDR [6]

Računalniški vid je bil izbran kot pomožna modaliteta zaradi svoje komplementarnosti z inercijskim pozicioniranjem, kot so ugotovili že Corke *in sod.* v [40], medtem ko je bil premični marker, pritrjen na uporabnikov čevelj, odgovor na željo po ohranitvi neodvisnosti od navigacijskega okolja. Nanj se v reševalnih pogojih namreč težko zanesemo, pri rehabilitaciji pa bi tak sistem lahko uporabljali tudi v nelaboratorijskih okoljih ali celo na domu. Sistem je bilo potrebno razviti na novo, saj po nam dostopnih informacijah trenutno ni splošno dostopne generične PDR navigacijske platforme, ki bi omogočala neproblematično zlivanje vizualnih informacij iz kamere. Modularna večsenzorska lokacijska in navigacijska platforma z vgrajeno funkcijo časovnega žiga, ki so jo predstavili Morrison *in sod.* v [41], ima še najbolj izraženo generičnost zasnove, vendar v svoji trenutni različici ne omogoča video vhoda.

Naš pristop, ki smo ga v svoji začetni fazi prvič predstavili v [6] in v svoji končni obliki v [42], je glede na uporabo fiksno pritrjene kamere in IME na čevelj podoben rešitvi, ki sta jo pred kratkim predstavila Do in Suh s svojim *Gait Analysis System*-om [43]. Ker je njun sistem primarno namenjen proučevanju hoje v rehabilitacijske namene, uporablja na tla postavljen trak markerjev na dolžini, za katero je predvideno, da jo bo pacient prehodil med opravljanjem meritve. Tak pristop primora pacienta k uporabi sistema v zanj predpripravljenem prostoru in ni uporaben in niti ni namenjen prosti navigaciji. S prestavitvijo markerja v našem sistemu na čevelj smo ohranili neodvisnost od okolja, kar je ena bistvenih prednosti inercijske navigacije.

1.2 Pregled vsebine disertacije s poudarki na izvirnih prispevkih

V disertaciji je obdelana problematika določanja pozicije objekta v prostoru z nizkocenovnimi inercijskimi senzorji MEMS (pospeškometri in žiroskopi) v vlogi primarnih senzorjev za določanje referenčne trajektorije ter s pomožnimi senzorji (pozicije, kurza) in psevdosenzorji (hitrosti), s katerimi ocenjujemo navigacijske napake referenčne trajektorije. Razvit je bil učinkovit, modularen filter NKF za povezavo senzorjev različnih fizikalnih veličin v hibridno celoto. V disertaciji smo se osredotočili na samozadostno navigacijo hodečega uporabnika v zaprtih prostorih, saj ta tematika še vedno predstavlja raziskovalni izziv. V njenem okviru smo raziskali možnosti razširitve inercijskega pozicionirnega sistema z dodatnimi senzorji gibanja in razvili inovativen način vizualnega določanja pozicije z markerjem, pritrjenim na čevelj. Izdelan je bil delujoč prototip hibridnega inercijskega pozicionirnega sistema, uporabnega predvsem za hodeče uporabnike v zaprtih prostorih, temelječ na nizkocenovni enoti IME, magnetnim kompasom in video kameri, ki so skupaj togo pritrjeni na uporabnikov čevelj, in markerjem, pritrjenim na drugi uporabnikov čevelj.

Nadaljevanje doktorske disertacije je organizirano na naslednji način:

Poglavje 2 se osredotoča na inercijsko navigacijo. V njem smo predstavili njene osnove, različne tipe inercijskih navigacijskih sistemov in pripadajoče senzorje. Na koncu poglavja smo predstavili razvoj kvaternionskega navigacijskega algoritma SDINS.

V Poglavju 3 predstavimo teorijo komplementarnega filtriranja, na kateri sloni naš sistem. Ker le-ta temelji na kompenzaciji napak, ki jih je treba modelirati, v nadaljevanju opišemo stohastično modeliranje napak inercijskih senzorjev. Poglavje zaključimo s predstavitvijo modela komplementarnega filtra v prostoru stanj.

V Poglavju 4 je opisan razvoj kvaternionskega modela napak SDINS. V njem ločeno obravnavamo modele napak hitrosti, pozicije in kvaternionske rotacijske napake, ki se uporabljajo v komplementarnem filtru NKF.

V Poglavju 5 podrobno opišemo celotni nepristranski Kalmanov filter. Ločeno sta obravnavana njegov translacijski del v vektorskem prostoru in rotacijski del v enotskem kvaternionskem prostoru. V nadaljevanju predstavimo posamezne načine pomožnih meritev (psevdomeritve hitrosti ZUPT, meritve pozicije ARTK in magnetne meritve kurza), kako smo izvedli njihovo časovno sinhronizacijo in kako jih filter NKF uporabi v svoji popravljalni fazi.

Poglavje 6 opisuje izvedene poskuse. Najprej predstavimo začetni poskus z markerjem, postavljenim na tla, ko smo z roko premikali IMEKK tako, da smo izvedli zaporedje gibov, ki se je končalo v začetni poziciji. V nadaljevanju poglavja predstavimo končni poskus počasne hoje po celotnem hodniku laboratorija s prototipnim hibridnim navigacijskim sistemom PDR in dosežene rezultate.

Poglavje 7 je sklepno poglavje, v katerem naštejemo dosežene izvirne prispevke in podamo ideje za nadaljnje raziskovalno delo.

1.2.1 Pričakovani izvirni prispevki doktorske disertacije

Izvirni prispevki, potrjeni s strani komisije za izdelavo doktorske disertacije, so naslednji:

- Razvoj modularnega nepristranskega Kalmanovega filtra za zlivanje senzorjev različnih fizikalnih veličin.
- Praktično poskušanje razvitega nepristranskega Kalmanovega filtra.
- Raziskava možnosti vključitve dodatnih senzorjev v hibridni GNSS/IMU pozicionirni sistem.
- Izdelava delujočega prototipa hibridnega GNSS/IMU pozicionirnega sistema z najnovejšimi senzorji – visokoobčutljivim GPS sprejemnikom in MEMS senzorji nove generacije.

V začetni fazi raziskav smo se odločili opustiti uporabo GNSS sprejemnika, saj se je izkazalo, da tudi v najnovejših visokoobčutljivih izvedbah niso dovolj natančni za izvajanje kakovostnih meritev za navigacijo v zaprtih prostorih. Namesto GNSS sprejemnika smo zato v disertaciji uporabljali GNSS meritvam enakovredne meritve pozicije iz za ta namen razvitega vizualnega pozicionirnega sistema.

Poglavje 2

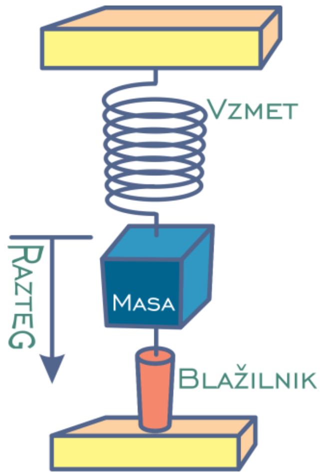
Inercijska navigacija

Navigacija je znanje o vedenju kje si, kako hitro se premikaš in v katero smer. Navigacijo lahko izvajamo na različne načine - npr. z opazovanjem mahu na drevesih, zvezd, kompasa, s pogledom na zemljevid na zaslonu GPS sprejemnika, ali s kombinacijo različnih navigacijskih pripomočkov, tehnik in znanj, ki so nam v dani situaciji na razpolago. V nadaljevanu se bomo osredotočili na inercijsko navigacijo, pri kateri z integriranjem izhodov senzorjev sproti izračunavamo hitrost, pozicijo in orientacijo. Pri inercijski navigaciji so uporabljeni senzorji pospeškometri in žiroskopi, ki opravljajo meritve v inercijskem koordinatnem sistemu. Čeprav je integracija v osnovi enostaven proces, nastopi težavnost zaradi uporabe različnih koordinatnih sistemov, napak senzorjev in šuma v njih.

Inercijski navigacijski sistem (ang. *Inertial Navigation System,* INS) uporablja pospeškometre za merjenje pospeškov togega telesa. Za merjenje celotnega spektra gibov v prostoru je potrebna triada večinoma ortogonalno postavljenih pospeškometrov, da lahko iz znane začetne lege telesa in meritev pospeškov z integriranjem pridemo do spremembe v poziciji telesa. Prednosti INS najdemo v neprekinjenosti njihovih meritev, samozadostnosti, avtonomnosti in natančnosti INS višjih kategorij natančnosti. Slabo plat INS predstavlja predvsem njihova cena in dejstvo, da gre za sisteme slepe navigacije, za katere je značilno slabšanje navigacijske rešitve skozi čas.

2.1 Osnove inercijske navigacije

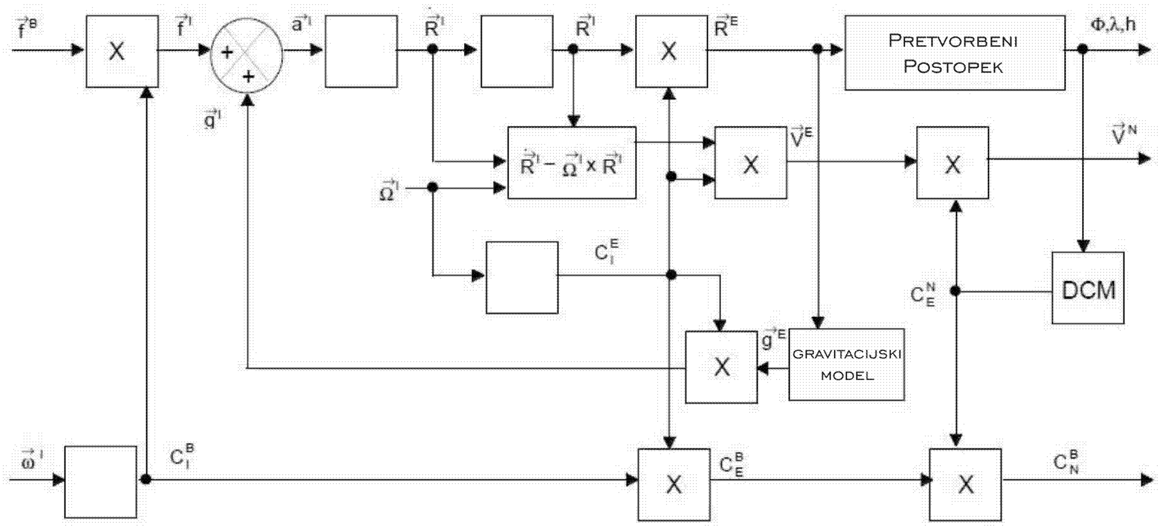
V INS uporabljeni pospeškometri so v svoji osnovi kot škatla, ki vsebuje na vzmet pritrjeno znano maso, preko premikov katere potem s Hookovim zakonom izračunamo silo, ki deluje nanjo (Slika 2.1). S pospeškometri zato v bistvu ne merimo pospeškov ampak *specifično silo* ***f***. Da dobimo pospešek ***a***, s katerim se telo dejansko premika, je potrebno upoštevati gravitacijsko silo ***g***, ki jo s pospeškometrom ne moremo ločiti od ostalih sil, ki povzročajo premike telesa. Velja povezava $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{g}$, vendar je za njeno izvrševanje potrebno znanje o usmeritvi trenutnega vektorja gravitacije, ki nam samo z uporabo pospeškometrov ni dostopno. Do znanja o trenutni orientaciji telesa in posledično usmeritvi vektorja gravitacije pridemo z integriranjem izhodov žiroskopov, ki merijo kotno hitrost po posameznih prostorskih oseh.



Slika 2.1: Shematski prikaz pospeškometra

Integracija merjenih pospeškov in kotnih hitrosti privede do neizogibnega naraščanja napake navigacije, ker skupaj z dejanskimi vrednostmi merjenih veličin integriramo tudi vse napake, ki jih meritveni signali vsebujejo. Če se zaradi enostavnosti omejimo na primer enoosnih sistemov, se meritvena napaka pospeškometra ϑ po času t pozna v napaki pozicije za $\frac{1}{2}\vartheta \cdot t^2$. Še bolj neugodna je meritvena napaka žiroskopa ε, ki privede do napake naklona platforme[3] $\Delta\theta = \varepsilon \cdot t$. Ta napaka se bo izražala kot napaka pospeška $g \cdot \Delta\theta = g \cdot \varepsilon \cdot t$, ki privede do pozicijske napake $\frac{1}{6}\mathrm{g} \cdot \varepsilon \cdot t^3$. Zadnja enačba nam razjasni, zakaj se pozicijska napaka predvsem majhnih in cenenih inercijskih navigacijskih sistemov, temelječih na izvedbah senzorjev MEMS, tako hitro povečuje s časom.

Osnovni računski model inercijske navigacije na osnovi rotacijskih matrik, upoštevajoč sferični model Zemlje, prikazuje Slika 2.2, kjer označuje f specifično silo, ω kotno hitrost, a pospešek, R pozicijo, $\dot{R}$ in V predstavljata hitrost, Ω je kotna hitrost vrtenja Zemlje, g je gravitacijski pospešek, Φ, λ in h so parametri pozicije v zapisu NED. Nadnapisi *E*, *I* in *B* predstavljajo veličine v KS ECEF, inercijskem KS in KS telesa, s *C* so označene transformacijske rotacijske matrike med posameznimi koordinatnimi sistemi. Iz meritev specifične sile in kotnih hitrosti v KS telesa navigacijski algoritem izračuna pozicijo (Φ, λ in h) v zemeljskem KS in hitrost (V) ter rotacijsko matriko C_N^B v KS NED.



Slika 2.2: Blok shema navigacijskega algoritma, upoštevajoč sferični model Zemlje [44]

Omeniti je potrebno fenomen, ki se pojavi ob uporabi navigacijskega algoritma na osnovi sferičnega modela Zemlje, ne pa na osnovi njenega ploskega modela. Imenuje se

[3] platforma - izraz za površino, ki izvira iz INS s stabilno platformo, na katero so pritrjeni pospeškometri in ki jo mehanizem INS poskuša obdržati v začetni orientaciji. V SDINS je potrebno platformo vzdrževati v začetni orientaciji v sami navigacijski programski opremi.

Schulerjevo nihanje (ang. *Schuler oscillation*/*tuning*) in povzroči, da ob začetni napaki ene izmed veličin navigacijska sistema postanejo potem napake pozicije, hitrosti in orientacije nihajoče, a omejene (če predpostavimo idealne izhode senzorjev). Te iste napake v navigacijskem algoritmu na osnovi ploskega modela Zemlje naraščajo neomejeno skozi čas, kar pomeni, da Schulerjev fenomen deluje kot povratna zanka za stabilizacijo na obeh vodoravnih navigacijskih oseh, na navpično navigacijsko os pa tega pozitivnega vpliva nima.

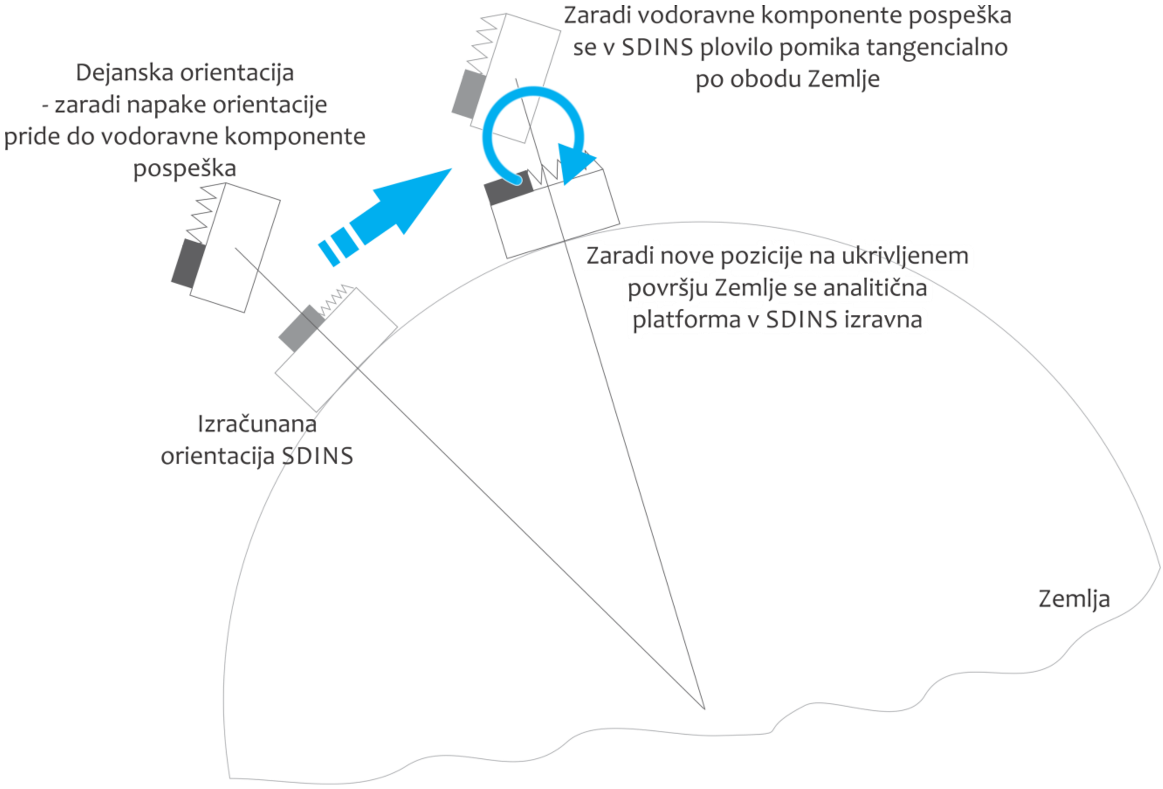
Schulerjevo nihanje pride do izraza predvsem ob inicializaciji navigacijskega sistema v dinamičnih pogojih, v katerih pride razmeroma enostavno do napačne določitve začetne orientacije. Če predpostavimo, da takrat platformo nehote pospešimo s pospeškom *a*, pride do napake orientacije platforme:

$$\Delta\theta = \arctan\left(\frac{a}{g}\right). \tag{1.0}$$

Napaka orientacije platforme $\Delta\theta$ povzroči zanimivo sosledje povezanih dogodkov. Zaradi neznanega kota napake orientacije platforme je sistem površen vodoravni komponenti gravitacije, ki je sistem ne kompenzira, in je torej interpretirana kot pospešek ali pojemek. Zaradi tega bo *hitra zanka* (ang. *fast loop*), da bi sledila Zemljini ukrivljenosti, platformo nagibala tako, da se bo s kompenzacijo gravitacije v *počasni* zanki (ang. *slow loop*) pojavila ravno obratno usmerjena komponenta pospeška, ki bo napaki pospeška in orientacije začela popravljati v drugo smer (Slika 2.3). Tako obnašanje se izmenično ponavlja in se v navigacijskih veličinah izraža kot nihanje okoli svojih pravih vrednosti s periodo T_S [45]:

$$T_S = 2\pi\sqrt{\frac{R_Z}{g}} = 84{,}4\ \mathrm{min}, \tag{1.1}$$

kjer sta R_Z polmer Zemlje in g gravitacijski pospešek. Schulerjeva perioda T_S je enaka periodi nihanja nihala z dolžino polmera Zemlje ali hipotetičnega satelita, ki bi krožil tik ob zemeljskem površju.



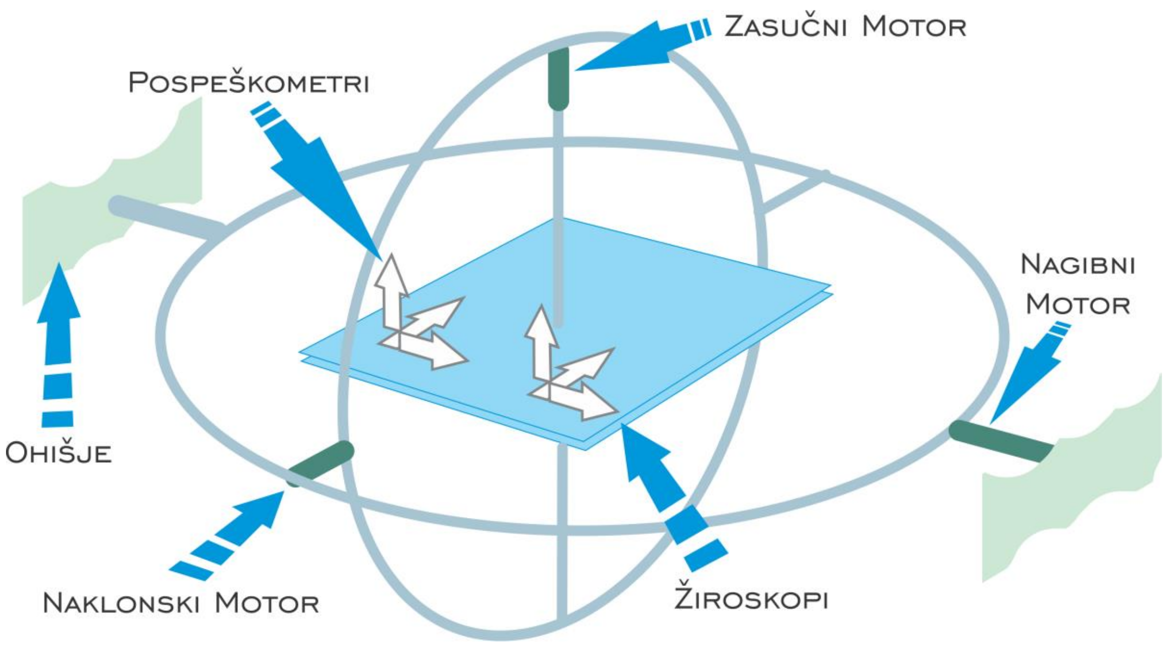
Slika 2.3: Izražava Schulerjevega fenomena v navigacijskem algoritmu SDINS

2.2 Tipi inercijskih sistemov

Obstajata dve pomembni različici inercijskih navigacijskih sistemov:

- ***Inercijski navigacijski sistemi stabilne platforme s kardanskim vpetjem*** (ang. *gimballed platform inertial navigation systems*)
- ***pričvrščeni inercijski navigacijski sistemi*** (ang. *strapdown inertial navigation systems*, ***SDINS***)

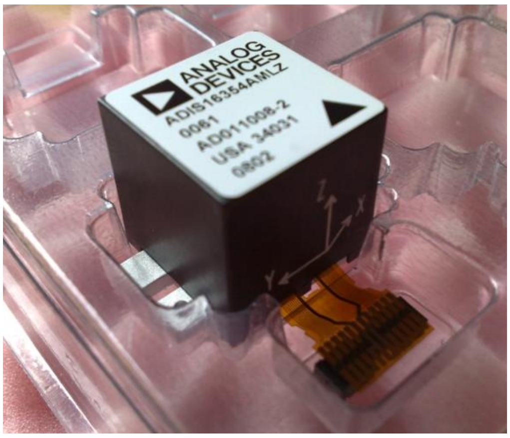
Inercijski navigacijski sistemi stabilne platforme s kardanskim vpetjem imajo stabilno mehansko platformo in delujejo na principu dveh zank, hitre in počasne (Slika 2.4). V *hitri zanki* (ang. *fast loop*) sistem z žiroskopi meri spremembo orientacije platforme in jo s krmiljenjem servo motorjev poskuša obdržati v izhodiščni vodoravni orientaciji. Druga, počasna zanka, de-



Slika 2.4: Inercijski navigacijski sistem stabilne platforme

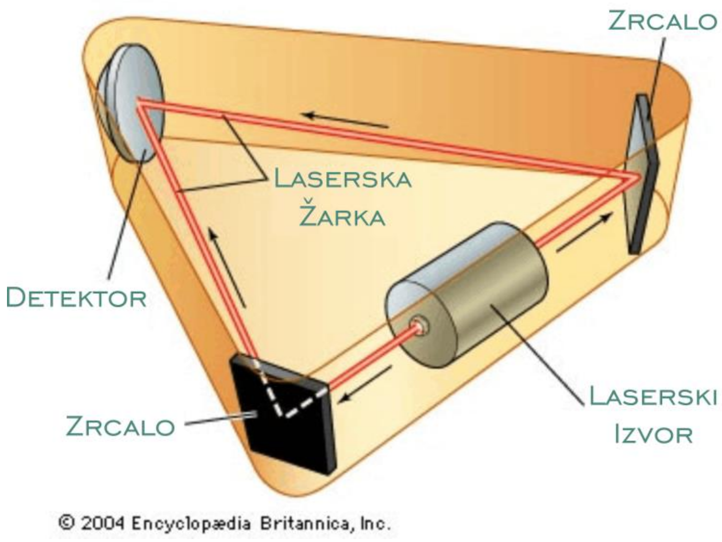
luje na osnovi pospeškometrov in je potrebna za določitev pozicije. Pozicija se uporablja v povratni zanki za uravnavanje naklona platforme, za kompenzacijo ukrivljenosti Zemljinega površja, okoli katerega se plovilo (letalo, izstrelek, podmornica) giblje. Brez te povratne zanke bi namreč prihajalo do dodatne kvadratične napake pozicijskega lezenja zaradi nepravilno upoštevanega vektorja gravitacije.

Pričvrščeni inercijski navigacijski sistemi (SDINS) so neposredno pričvrščeni na plovilo. Žiroskopi takih sistemov merijo kotne hitrosti spreminjanja orientacije plovila, pospeškometri pa trenutno specifično silo v koordinatnem sistemu plovila (Slika 2.5). Navigacijska programska oprema v računalniku uporabi podatke iz žiroskopov in pospeškometrov za določitev trenutne lege plovila. Taki sistemi torej ne vsebujejo fizične stabilne platforme, ampak nekakšno virtualno stabilno platformo, ki jo vzdržujejo v svoji programski opremi, in ji pravimo tudi *analitična platforma* (ang. *analytic platform*). Ravno tako kot v inercijskih navigacijskih sistemih stabilne platforme se tudi v pričvrščenih inercijskih navigacijskih sistemih uporabljata dve zanki za izračunavanje lege plovila, le da se tukaj obe dogajata v navigacijski programski opremi.



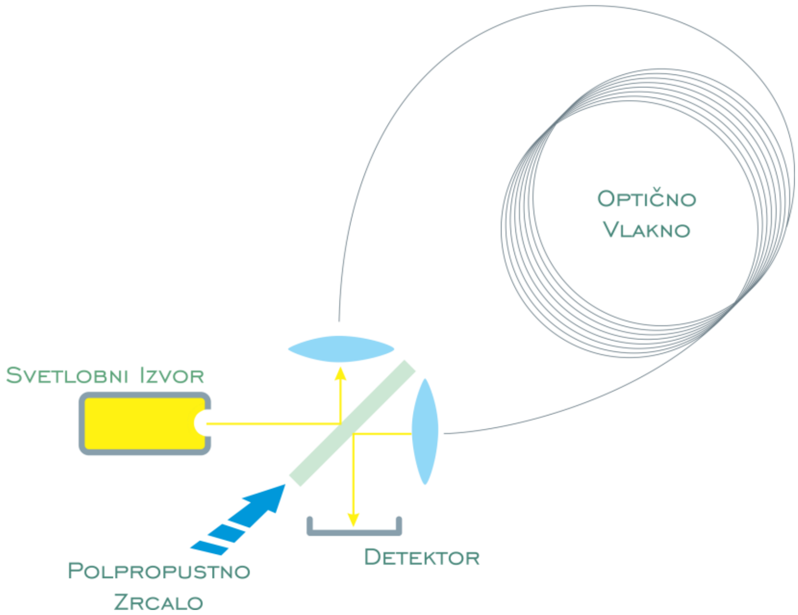
Slika 2.5: Nizkocenovna IME MEMS pričvrščenega tipa podjetja Analog Devices, ki smo jo uporabili v našem sistemu. Ohišje dimenzij 32 mm x 23 mm x 24 mm vsebuje triado pospeškometrov, triado žiroskopov in vsa potrebna pomožna vezja

V našem sistemu uporabljena IME spada v kategorijo pričvrščenih nizkocenovnih in posledično najmanj natančnih inercijskih senzorjev MEMS široke potrošnje. Veliko dražji in praviloma tudi veliko večji inercijski senzorji s stabilno platformo, ki jih delimo med t.i. taktične (uporabljani so npr. v izstrelkih) ali navigacijske izvedbe (uporabljani so npr. za navigacijo ladij, podmornic, letal in skupaj s sonarji pri hidrografskih merjenjih), so tudi veliko natančnejši, zaradi česar so posledično na njihovi osnovi zgrajeni navigacijski sistemi zmožni dolgotrajne natančne navigacije brez pomoči dodatnih pomožnih senzorjev. Natančne inercijske senzorje s stabilno platformo že nekaj časa izpodrivajo pričvrščeni inercijski sistemi na osnovi žiroskopov z laserji, ki jih delimo na *obročne laserske žiroskope* (ang. *ring laser gyro*, RLG) (Slika 2.6) in *žiroskope z optičnimi vlakni* (ang. *fiber optic gyro*; FOG) (Slika 2.7). Bistvene prednosti teh izvedb glede na mehanske žiroskope so odprava gibljivih delov, nižja poraba, njihova majhnost in nižja cena.



Slika 2.6: Obročni laserski žiroskop [46]

Navigacijske izvedbe senzorjev so tako natančne, da so sposobne zaznavanja vrtenja Zemlje, zaradi česar ne potrebujejo dodatnega vira začetne orientacije, kot npr. magnetnega kompasa za inicializacijo svojega kurza. Okvirno primerjavo parametrov INS posameznih kategorij natančnosti podaja Tabela 1, v kateri lahko zasledimo tudi skupno značilnost vseh INS, ne glede na izvedbo, da njihova napaka pozicioniranja s časom narašča. V primerih dolgotrajnejšega pozicioniranja na osnovi INS se zato uporablja dodatne, inercijskim komplementarne senzorje ali druge postopke, s katerimi ocenimo napake navigacijskih veličin sistema, vključno z napakami inercijskih senzorjev - načeloma se v takih primerih ocenjuje lezenje žiroskopov (ang. *gyro drift*), saj predstavlja največji vir napak.



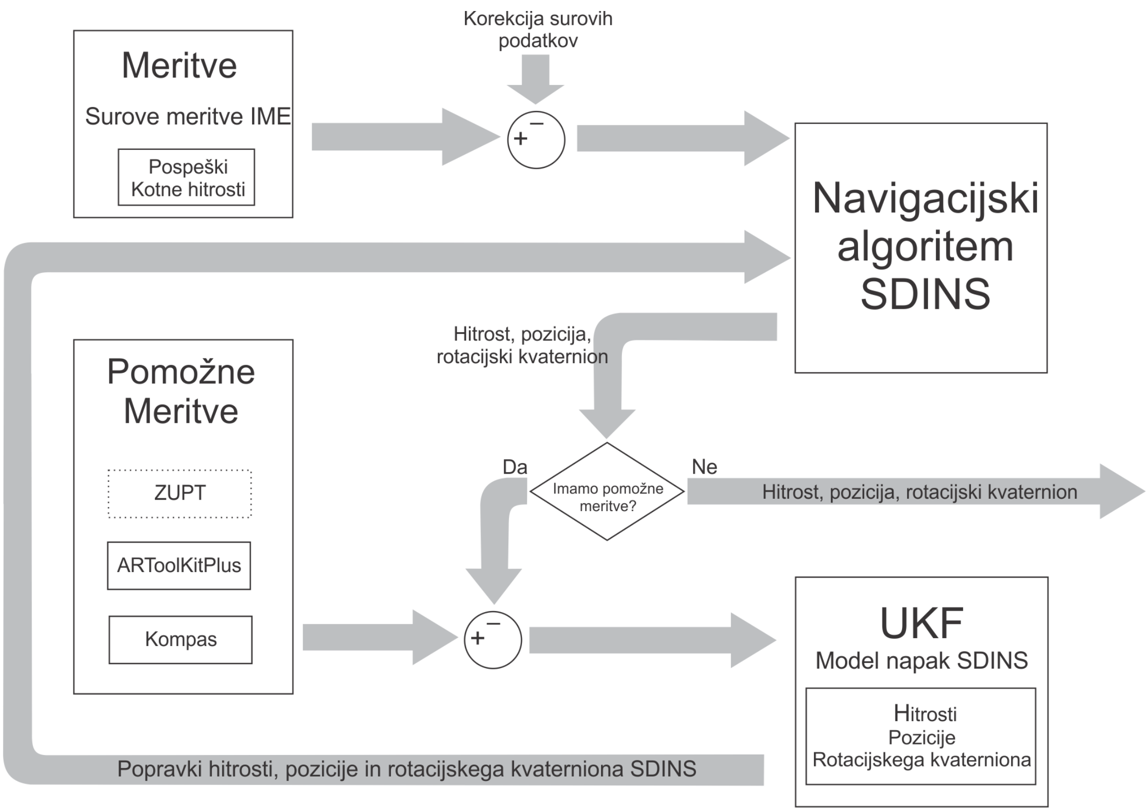
Slika 2.7: Žiroskop z optičnimi vlakni

	Kategorija natančnosti INS		
Parameter senzorja	Navigacijska	Taktična	Nizka
Napaka horizontalnega pozicioniranja	<1.8 km/dan	≈19-38 km/hr	≈3 km/min
Bias žiroskopa	<0.01°/h	1-10°/h	360°/h
Beli šum žiroskopa	<0.002 ° /s/√Hz	0.2-0.5°/s/√Hz	>0.5° /s/√Hz
Bias pospeškometra	5-10 µg	200-500 µg	2400 µg
Beli šum pospeškometra	5-10 µg/√Hz	200-400 µg/√Hz	>400 µg/√Hz
Prostornina	≈4-20 L	≈0.1-5 L	<10 cm^3
Cena	\$100k - \$1mio	\$5k - \$30k	<\$500

Tabela 1: Primerjava parametrov senzorjev INS različnih kategorij natančnosti

2.3 Kvaternionski SDINS navigacijski algoritem

V nadaljevanju je predstavljen zvezni kvaternionski navigacijski model SDINS v prostoru stanj. Uveljavljeno je namreč stališče, da je osveževanje rotacije s kvaternioni natančnejše in učinkovitejše od uporabe rotacijskih matrik smernih kosinusov ali Eulerjevih metod. Da bo zasnova sistema kot celote lažje predstavljiva, jo shematsko predstavimo na Sliki 2.8. V nadaljevanju poglavja se osredotočimo na zgornji, navigacijski del spodaj prikazane sheme, ki predpostavlja idealne inercijske meritve. Blok shemo navigacijskega algoritma SDINS z uporabo rotacijskih matrik smo prikazali na Sliki 2.2. V sledečih podrazdelkih tekočega poglavja bomo razvili enačbe kvaternionske različice navigacijskega algoritma SDINS, ekvivalentne navigacijskemu algoritmu na Sliki 2.2. V Poglavju 5 bo opisan uporabljeni nepristranski Kalmanov filter v enotskem kvaternionskem prostoru (blok na Sliki 2.8 spodaj desno). V Poglavju 5.3 bo opisana uporaba pomožnih, neinercijskih meritev v sistemu (blok na Sliki 2.8 spodaj levo).



Slika 2.8: Diagram poteka predlaganega sistema.

2.4 Modeliranje translacijskega dela SDINS

Za naš, krajevno omejen primer navigacije v zaprtih prostorih, vzamemo kot navigacijski KS, namesto sistema ECEF, z NED koordinatnim sistemom vzporedni KS z izhodiščem, postavljenim na zemeljsko površje. Diferencialna enačba za pozicijo se glasi:

$$\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{nav}} = \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}, \tag{2.1}$$

kjer $\boldsymbol{r}^{\mathrm{nav}}$ označuje pozicijo, izraženo v navigacijskem KS, in $\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ vektor hitrosti, izražen v koordinatnem sistemu NED. Izhodiščna predpostavka za zgornjo diferencialno enačbo je konstantnost rotacijske matrike $\boldsymbol{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{e}}$, zaradi česar je mogoče privzeti, da je odvod pozicije b-KS, izražene v navigacijskem KS, enak hitrosti b-KS, izražene v n-KS. V našem primeru vzamemo za izhodišče navigacijskega KS prvo izračunano vrednost pozicije SDINS.

Diferencialno enačbo za vektor hitrosti je mogoče zapisati z upoštevanjem *specifične sile* $\boldsymbol{f}^{\mathrm{b}}$, ki jo merijo idealni pospeškometri [47]:

$$\boldsymbol{v}^{\cdot\mathrm{n}} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}})\,\boldsymbol{f}^{\mathrm{b}} + \boldsymbol{g}^{\mathrm{n}} - \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{n} \times \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}} - (2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}) \times \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}, \tag{2.2}$$

kjer je rotacijska matrika $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{b}^{n})$ definirana v enačbi (1.4), $\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}$ je gravitacijski vektor, člen $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}}$ predstavlja centripetalni pospešek zaradi vrtenja Zemlje, $2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ predstavlja Coriolisov pospešek, $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ pa člen, ki ga povzroča ukrivljenost Zemlje. Ker je pri navigaciji na ali tik nad površjem Zemlje $\boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}}$ relativno majhen, se člen centripetalnega pospeška $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{r}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}}$ v SDINS večinoma zanemari. Enačbo je mogoče zaradi specifike navigacije hodečega uporabnika še nekoliko poenostaviti. Člen Coriolisovega pospeška $2\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times \boldsymbol{v}^{n}$ je pri hoji zanemarljiv (manjši od 10^{-5} m/s^{2}) in ravno tako člen $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} \times \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$, ki ga povzroča ukrivljenost Zemljinega površja (okvirno 10^{-7} m/s^{2}).

2.5 Modeliranje rotacijskega dela SDINS

Osnovo v sistemu uporabljenega navigacijskega algoritma predstavlja standardni algoritem SDINS, kjer smo rotacijski del izvedli z uporabo zapisa s sistemom hiperkompleksnih števil, s t.i. *kvaternioni*. Kvaternione je prvič opisal leta 1843 irski matematik William Rowan

Hamilton kot rezultat prizadevanj za razširitev kompleksnih števil - iskal je namreč matematični ekvivalent, ki bi v prostoru imel podobne lastnosti kot kompleksna števila v ravnini.

Kvaternione dobimo tako, da realnemu številu dodamo kompleksne elemente i, j, k, ki ustrezajo odnosom [48]:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{i}^2 = \mathrm{j}^2 = \mathrm{k}^2 = \mathrm{ijk} = -1, \\
\mathrm{ij} = \mathrm{k} = -\mathrm{ji}, \\
\mathrm{jk} = \mathrm{i} = -\mathrm{kj}, \\
\mathrm{ki} = \mathrm{j} = -\mathrm{ik}.
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

Splošna oblika kvaterniona $\boldsymbol{q}$ se tako glasi:

$$\boldsymbol{q} = q_0 + q_1\mathrm{i} + q_2\mathrm{j} + q_3\mathrm{k}, \tag{2.4}$$

kjer so q_0, q_1, q_2 *in* q_3 skalarji. Uveljavljeno je stališče, da je rotiranje z *enotskimi rotacijskimi kvaternioni* računsko učinkovitejše [49], poleg tega se v 3D geometriji z njimi izognemo singularnosti pri 90° kotih orientacije (ang. *gimbal lock*). Rotacijo okoli enotskega vektorja $\boldsymbol{u}$ za kot θ, lahko zapišemo kot rotacijski kvaternion $\boldsymbol{q}$:

$$\boldsymbol{q} = [\cos(\theta/2) \quad \sin(\theta/2) \cdot \boldsymbol{u}]^{\mathrm{T}}, \tag{2.5}$$

kjer je $\boldsymbol{q}$ enotski kvaternion, saj velja $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$.

Algoritem SDINS izračunava lego telesa na podlagi podane začetne lege v navigacijskem koordinatnem sistemu in sprotnega integriranja meritev IME, torej translacijskih pospeškov in kotnih hitrosti, merjenih v koordinatnem sistemu IME. Vzemimo, da ob času t zavzema telo orientacijo, ki jo opisuje kvaternion $\boldsymbol{q}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}}(t)$. Vektor $\boldsymbol{v}^{b}$, predstavljen v b-KS, pretvorimo v n-KS s *Hamiltonovim produktom* [50]:

$$\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} = \boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} \cdot \boldsymbol{v}^{\mathrm{b}} \cdot (\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}})^{*}, \tag{2.6}$$

kjer je vektor $\boldsymbol{v}$ na obeh straneh enačbe zapisan kot kvaternion z ničelnim realnim delom $[0 \quad \boldsymbol{v}]^{\mathrm{T}}$ in * predstavlja operacijo *kvaternionskega konjugiranja:*

$$\boldsymbol{q}^{*} = [q_0, -q_1, -q_2, -q_3]^{\mathrm{T}} = q_0 - q_1\mathrm{i} - q_2\mathrm{j} - q_3\mathrm{k}. \tag{2.7}$$

Iz rotacijskega kvaterniona:

$$\boldsymbol{q}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}} = [q_{\mathrm{b}0}, q_{\mathrm{b}1}, q_{\mathrm{b}2}, q_{\mathrm{b}3}]^{\mathbf{T}}, \tag{2.71}$$

lahko ob času t sestavimo rotacijsko transformacijsko matriko $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}})$ [45]:

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}) = \begin{bmatrix} q_{\mathrm{b}0}^2 + q_{\mathrm{b}1}^2 - q_{\mathrm{b}2}^2 - q_{\mathrm{b}3}^2 & 2(q_{\mathrm{b}1}q_{\mathrm{b}2} - q_{\mathrm{b}0}q_{\mathrm{b}3}) & 2(q_{\mathrm{b}1}q_{\mathrm{b}3} + q_{\mathrm{b}0}q_{\mathrm{b}2}) \\ 2(q_{\mathrm{b}1}q_{\mathrm{b}2} + q_{\mathrm{b}0}q_{\mathrm{b}3}) & q_{\mathrm{b}0}^2 - q_{\mathrm{b}1}^2 + q_{\mathrm{b}2}^2 - q_{\mathrm{b}3}^2 & 2(q_{\mathrm{b}2}q_{\mathrm{b}3} - q_{\mathrm{b}0}q_{\mathrm{b}1}) \\ 2(q_{\mathrm{b}1}q_{\mathrm{b}3} - q_{\mathrm{b}0}q_{\mathrm{b}2}) & 2(q_{\mathrm{b}2}q_{\mathrm{b}3} + q_{\mathrm{b}0}q_{\mathrm{b}1}) & q_{\mathrm{b}0}^2 - q_{\mathrm{b}1}^2 - q_{\mathrm{b}2}^2 + q_{\mathrm{b}3}^2 \end{bmatrix}, \tag{2.8}$$

kar je računsko manj potratno od računanja smerne kosinusne matrike (ang. *Direction Cosine Matrix*) in prikladno za uporabo v prostoru stanj.

V nadaljevanju izpeljimo zvezni kvaternionski rotacijski model. Rotacijski kvaternion $\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}$, ki nastopa v SDINS, pretvori vektor iz zapisa v KS telesa (b-KS) v KS NED. Ob času t velja zanj sledeča diferencialna enačba [45]:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} \cdot \boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}, \tag{2.10}$$

kjer je $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}$ antisimetrična matrika kotnih hitrosti:

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathrm{x}} & -\omega_{\mathrm{y}} & -\omega_{\mathrm{z}} \\ \omega_{\mathrm{x}} & 0 & \omega_{\mathrm{z}} & -\omega_{\mathrm{y}} \\ \omega_{\mathrm{y}} & -\omega_{\mathrm{z}} & 0 & \omega_{\mathrm{x}} \\ \omega_{\mathrm{z}} & \omega_{\mathrm{y}} & -\omega_{\mathrm{x}} & 0 \end{bmatrix}, \tag{2.11}$$

In vrednosti ω_{x}, ω_{y} ter ω_{z} sestavljajo vektor $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}$:

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}} = \left[\omega_{\mathrm{x}}, \omega_{\mathrm{y}}, \omega_{\mathrm{z}}\right]^{\mathrm{T}}. \tag{2.12}$$

Vektor $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}$ opisuje kotne hitrosti b-KS glede na navigacijski KS, izražene v b-KS. Dobimo ga tako, da od izhodov žiroskopov IME, ki merijo hitrost vrtenja IME v inercijskem koordinatnem sistemu ($\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$), odštejemo kotno hitrost vrtenja Zemlje ($\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}$) in kotno hitrost, povzročeno s premikanjem po obodu Zemlje ($\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}$), obe transformirani v b-KS:

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}} - \boldsymbol{C}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{b}}[\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}]. \tag{2.13}$$

Pri razvoju navigacijskega sistema, temelječega na cenenih senzorjih MEMS in namenjenega uporabi v zaprtih prostorih, lahko ugotovimo, da bo sistem uporabljen na krajevno omejenem območju in pri nizkih hitrostih. Ker je kotna hitrost vrtenja Zemlje enaka $\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} = 0.00418°/\mathrm{s}$ in kot primer kotna hitrost objekta, ki se premika po Zemljinem obodu s hitrostjo $100\ \mathrm{km/h}$, enaka $\omega_{\mathrm{ep}}^{\mathrm{n}} = 2.5 \cdot 10^{-4}°/\mathrm{s}$, lahko ti dve kotni hitrosti zanemarimo, saj segata globoko pod prag šuma, ki znaša za žiroskope v uporabljeni IME ADIS16354 podjetja Analog Devices $0.6°/\mathrm{s}\ \mathrm{rms}$, pri nastavitvi širine območja merjenih kotnih hitrosti $\pm 300\ °/\mathrm{s}$ [51]. To je najvišja nastavitev dinamike meritev, ki jo premore IME ADIS16354, s katero lahko uspešno zajamemo celoten spekter kotnih hitrosti človekovega stopala pri normalno hitri hoji. V nadaljevanju predpostavimo torej:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} &\approx 0, \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ep}}^{\mathrm{n}} &\approx 0, \end{aligned} \tag{2.14}$$

zaradi česar lahko v vektor $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}$ in posledično v antisimetrično matriko $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}$ neposredno vnašamo vrednosti iz žiroskopov IME ($\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$):

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}. \tag{2.15}$$

2.6 Navigacijski model SDINS v prostoru stanj

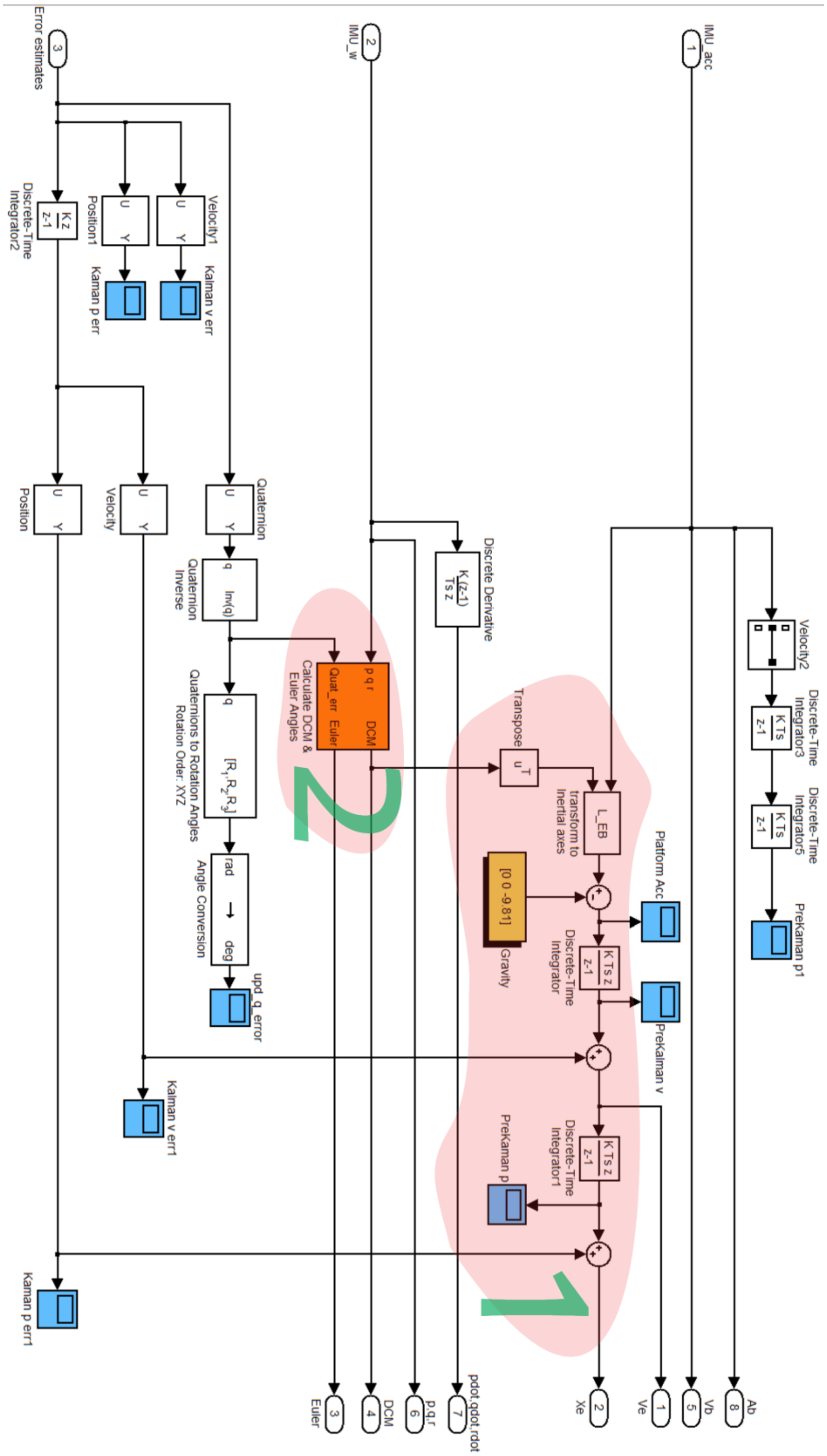
V prejšnjem razdelku predstavljene diferencialne enačbe rotacijskega in translacijskega dela zapišimo združene v prostoru stanj:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{nav}} \\ \dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}} \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} \\ \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}})\, \boldsymbol{f}^{\mathrm{b}} + \boldsymbol{g}^{\mathrm{n}} - (2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}) \times \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} \cdot \boldsymbol{q}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}} \big|_{\omega_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}} = \omega_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}} - \boldsymbol{C}_{\mathbf{n}}^{\mathbf{b}}[\omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \omega_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}]} \end{bmatrix}. \tag{2.16}$$

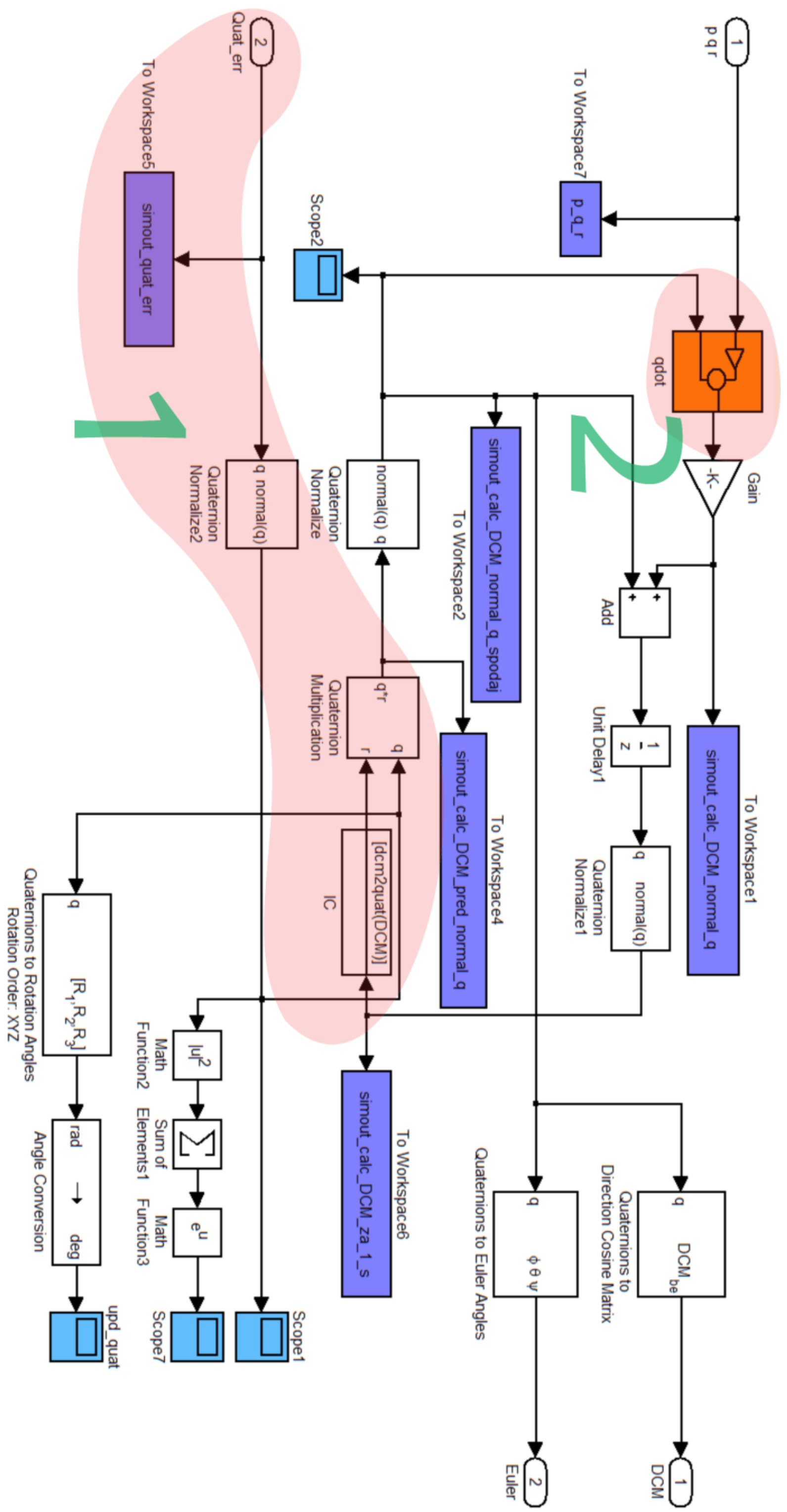
Ob upoštevanju v predhodnih razdelkih obrazloženih poenostavitev v diferencialnih enačbah za vektor hitrosti in rotacijski kvaternion zaradi navigacije v krajevno omejenem območju, z nizko hitrostjo, tik ob zemeljskem površju in z uporabo nizkocenovne IME, lahko zgornji navigacijski model SDINS zapišemo poenostavljeno kot:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{nav}} \\ \boldsymbol{v}^{\cdot \mathrm{n}} \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} \\ \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}})\, \boldsymbol{f}^{\mathrm{b}} + \boldsymbol{g}^{\mathrm{n}} \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} \cdot \boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}} \big|_{\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}} = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}} \end{bmatrix}. \tag{2.17}$$

V simulacijski shemi, ki smo jo uporabili za izračunavanje navigacijskega algoritma SDINS, smo zapis v zveznem prostoru stanj diskretizirali z integracijsko metodo Bogacki-Shampine tretjega reda natančnosti z nespremenljivim integracijskim korakom dolžine Δt = 0.0064 *s*. Končno simulacijsko shemo navigacijskega algoritma SDINS, ki smo jo razvili v simulacijskem okolju MATLAB Simulink, prikazuje Slika 2.9. S številko 1 je na sliki označen del simulacijske sheme za izračunavanje hitrosti in pozicije SDINS. V tem delu sta vidna tudi signala popravkov hitrosti in pozicije, ki jih posreduje filter NKF. Številka 2 na sliki označuje rotacijski del algoritma SDINS, ki ga podrobneje prikazuje slika 2.10. Na sliki je s številko 1 označeno območje upoštevanja kvaternionske rotacijske napake, ki jo posreduje komplementarni NKF, z uporabo kvaternionskega množenja (5.49). V simulacijskem bloku, ki je na sliki označen s številko 2, poteka reševanje diferencialne enačbe rotacijskega kvaterniona po enačbi (2.10).



Slika 2.9: Simulacijska shema navigacijskega algoritma SDINS v simulacijskem okolju Matlab SIMULINK



Slika 2.10: Simulacijska shema rotacijskega dela navigacijskega algoritma SDINS, označenega s številko 2 na Sliki 2.9

2.7 Določitev vklopnih odstopanj inercijskih senzorjev in izhodiščne orientacije IME

Preden lahko uporabimo meritve $\boldsymbol{a}^{\mathrm{b}}$ in $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{ib}}^{\mathrm{b}}$ enote IME v navigacijskem algoritmu SDINS, moramo surove žiroskopske meritve in meritve pospeškometrov predobdelati, da lahko določimo njihova vklopna odstopanja (ang. *turn-on biases*). Najprej smo surove meritve pospeškometrov, pridobljene med mirovanjem IME, uporabili za izračun začetnega nagiba (ang. *roll*) in naklona (ang. *pitch*) IME, da smo v programski opremi lahko izvedli izravnavo enote IME - določili smo rotacijsko matriko $\boldsymbol{DCM}^{\mathrm{init}}$, ki opisuje začetno orientacijo IME glede na navigacijski KS, z upoštevanjem orientacije gravitacijskega vektorja [52]:

$$\boldsymbol{DCM}^{\mathrm{init}} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ \sin\phi\sin\theta & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\sin\theta & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}, \tag{2.18}$$

kjer θ označuje preko gravitacijskega vektorja izračunan naklon (vrtenje okoli y osi) in φ nagib (vrtenje okoli x osi) začetne orientacije mirujoče IME. Povprečni vektor pospeška $\hat{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{b}}$ mirujoče IME predstavlja dejanski pospešek $\boldsymbol{F}^{\mathrm{b}}$, popačen z vklopnimi odstopanji pospeškometrov $\boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{b}}(0)$:

$$\hat{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{b}} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{b}} + \boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{b}}(0). \tag{2.19}$$

Vklopno odstopanje pospeškometrov $\boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{b}}(0)$ izračunamo tako, da odštejemo znani dejanski pospešek (znani gravitacijski vektor $\boldsymbol{g}$ na določeni točki na zemeljskem površju, izražen v b-KS z upoštevanjem izračunane rotacijske matrike $\boldsymbol{DCM}^{\mathrm{init}}$) od povprečnega vektorja pospeška za stacionarno IME:

$$\boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{b}}(0) = \hat{\boldsymbol{F}}^{\mathrm{b}} - \boldsymbol{DCM}^{\mathrm{init}}\boldsymbol{g}. \tag{2.20}$$

V splošnem se za določitev vklopnega odstopanja žiroskopov IME izkorišča pojav vrtenja Zemlje, vendar uporabljeni žiroskopi IME nizkocenovne kategorije niso sposobni tako natančnih meritev, zaradi česar smo njihovo vklopno odstopanje določili enostavno z odstranitvijo povprečnih žiroskopskih vrednosti, posnetih ob mirujoči IME. Šele tako obdelani izhodi IME so pripravljeni za uporabo v navigacijskem algoritmu SDINS.

Poglavje 3

Komplementarno filtriranje

Verjetno ni področja, ki bi imelo od Kalmanovega filtra več koristi kot navigacija. Do njegove iznajdbe leta 1960 [53] je namreč problem učinkovitega zlivanja podatkov iz različnih senzorjev, različnih značilnosti in natančnosti, veljal za nerešenega. Tako verjetno ni naključje, da je bila prva uporaba Kalmanovega filtra javno zabeležena v sklopu študij navigacije in vodenja vesoljske kapsule Apollo v NASA Ames Research Centru v začetku 60. let prejšnjega stoletja [54]. Od takrat naprej predstavlja uporaba Kalmanovega filtra v njegovi komplementarni različici osnovo učinkovitih navigacijskih sistemov.

Metode za združevanje izhodov inercijskih navigacijskih sistemov s pomožnimi viri meritev delimo glede na naravo veličin, s katerimi operirajo, v grobem v dve skupini. *Direktne* metode delujejo v *celotnem prostoru stanj* (ang. *total state space*), kar pomeni, da se vse navigacijske veličine izračunavajo znotraj Kalmanovega filtra. *Indirektne* metode operirajo z napakami inercijskega navigacijskega sistema (*prostor stanj napak*, ang. *error state space*), ki se nato izločijo iz navigacijske rešitve izven Kalmanovega filtra.

Indirektno filtriranje, kamor štejemo tudi komplementarno izvedbo filtra, ima pred direktnim filtriranjem dve pomembni prednosti, zaradi katerih je uporabljeno v večini navigacijskih sistemov. Najprej je tu robustnost, saj lahko v primeru napake ali celo izpada Kalmanovega filtra navigacijski sistem SDINS še naprej izračunava navigacijsko rešitev. Drugo prednost predstavlja dejstvo, da je mogoče izračune Kalmanovega filtra izvajati manj pogosteje kot v večini različic direktnega filtriranja.

Komplementarno filtriranje je praktično udejanjenje *Wienerjevega filtriranja* v instrumentalne namene. Prvotni zapisi o Wienerjevem filtriranju segajo v 40. leta prejšnjega stoletja, vendar so bili v začetku označeni kot zaupno gradivo zaradi povezanosti z napori za izboljšanje takratne radarske komunikacije med 2. svetovno vojno [55]. Problematiko *linearnega filtriranja z minimizacijo srednje kvadratične vrednosti napake* (ang. *linear minimum mean-square error*; MMSE), ali, kot ji danes ohlapno pravimo, teorija Wienerjevega filtriranja, lahko opišemo kot *iskanje linearnega operatorja (prenosne funkcije), ki na optimalen način loči dve aditivni naključni veličini, naključni signal in superponirani šum* (Slika 3.1). Zanjo so značilni [56]:

1. Predpostavka, da sta signal in šum naključna procesa z znanimi spektralnimi karakteristikami, ali, enakovredno, znanimi avtokorelacijami in križnimi korelacijskimi funkcijami.
2. Da je za kriterij optimalnosti izbran minimum srednje kvadratične vrednosti (ang. *minimum mean-square error*).
3. Rešitev, ki temelji na skalarnih metodah, in vodi do utežnostne funkcije optimalnega filtra (ali prenosne funkcije v stacionarnem primeru).

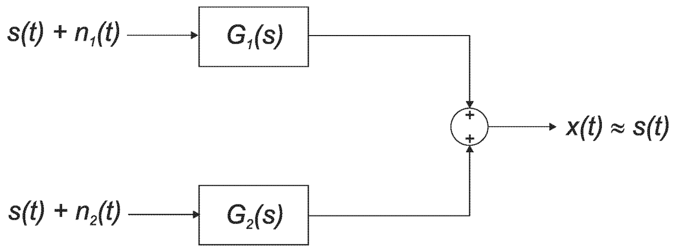
$$s(t) + n(t) \longrightarrow \boxed{G(s) = ?} \longrightarrow x(t) \approx s(t)$$

Slika 3.1: Problem Wienerjevega filtriranja

Praktična uporaba Wienerjevega filtriranja je omejenega obsega v telekomunikacijah, saj signal, ki naj nosi informacijo, ne more ustrezati definiciji povsem naključnega procesa, tako kot zahteva prva predpostavka Wienerjeve teorije filtriranja, vendar se Wienerjeve metode izkažejo za izredno koristne na instrumentalnem področju, kjer so zato pogosto uporabljene. Do izraza pridejo predvsem pri reševanju problematike združevanja redundantnih meritev istega signala na način, da se minimizira meritvena napaka.

Zaradi enostavnosti se osredotočimo na splošni primer dveh neodvisnih merjenj istega signala (Slika 3.2), ki ga je mogoče razširiti na poljubno število redundantnih in neodvisnih meritev, opravljenih z merilniki različnih meritvenih karakteristik. Na sliki predstavlja $s(t)$ merjeni signal, $n_1(t)$ in $n_2(t)$ šum posamezne merilne naprave, $G_1(t)$ in $G_2(t)$ sta iskani prenosni funkciji v *Laplaceovem prostoru*, $x(t)$ pa je izhodni signal, za katerega želimo, da bi bil čim bolj podoben merjenemu signalu. To dosežemo z odstranitvijo čim večjega dela napak iz meritev. Če je signal $s(t)$ naključen, je mogoče z Wienerjevimi metodami določiti prenosni funkciji $G_1(t)$ in $G_2(t)$ tako, da bo na izhodnem signalu minimiziran šum v smislu srednje kvadratične napake.

Vendar, kot smo že omenili, signali, ki jih merimo (npr. pozicija, hitrost), načeloma niso naključne spremenljivke. Poleg tega je potrebno pri navigaciji paziti na vnos morebitnih neželenih dodatnih zakasnitev in popačenj signalov.



Slika 3.2: Splošni dvovhodni Wienerjev problem

Način, kako filtrirati meritveni šum brez neželenega popačenja signala, prikazuje Slika 3.3:

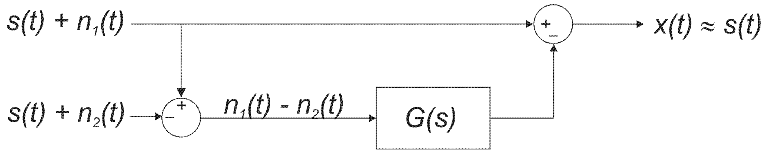
Slika 3.3: Komplementarni filter

Upoštevajoč Sliko 3.3 lahko zapišemo sledečo *Laplaceovo transformacijo* izhodnega signala [56]:

$$X(s) = \underbrace{S(s)}_{\substack{Merjeni \\ signal}} + \underbrace{N_1(s) \cdot [1 - G(s)] + N_2(s) \cdot G(s)}_{Šum} \qquad (3.1)$$

Iz enačbe (3.1) razberemo, da prenosna funkcija ne vpliva na merjeni signal *s(t)*, obenem sta šumna dela transformirana preko komplementarnih prenosnih funkcij [1 - *G(s)*] in *G(s)*. Če imata meritvena šuma komplementarni spektralni karakteristiki, je mogoče izbrati tako prenosno funkcijo filtra *G(s)*, da bo oslabljen šum na obeh merilnih kanalih.

Če enačbo (3.1) nekoliko preuredimo, dobimo enakovreden algebraični zapis, ki ga predočimo s shemo na Sliki 3.4:



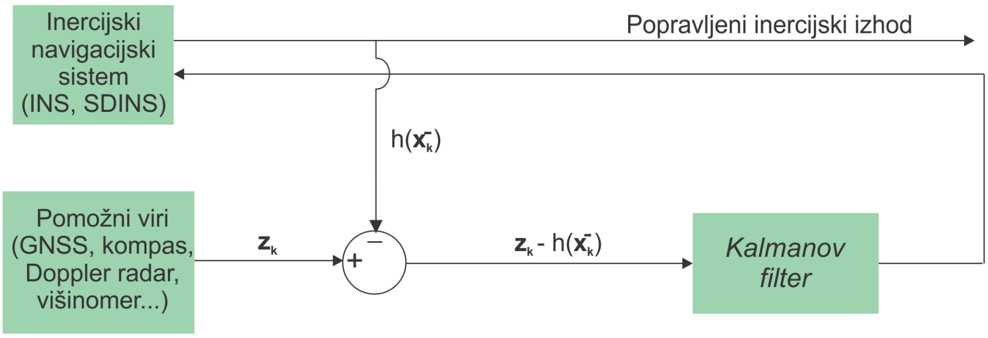
Slika 3.4: Diferenčna odprtozančna izvedba komplementarnega filtra, enakovredna tisti s Slike 3.3 [56]

Izvedbi komplementarnega filtra, prikazanega v shemi na Sliki 3.4, pravimo *diferenčna odprtozančna (ang. feedforward) konfiguracija komplementarnega filtra*. Iz take konfiguracije je razvidno, da je naloga filtra (prenosne funkcije) $G(s)$ čim bolje oceniti napako $n_1(t)$, ki se nato odšteje od $s(t) + n_1(t)$, da dobimo izboljšano oceno signala $s(t)$. Vhod v prenosno funkcijo $G(s)$ predstavlja naključni signal $n_1(t)$ - $n_2(t)$ in ker imamo pred seboj nalogo ločevanja enega naključnega signala ($n_1(t)$) od drugega ($-n_2(t)$), nam iskanje prenosne funkcije $G(s)$ predstavlja problem osnovne enovhodne Wienerjeve teorije.

Za navigacijske namene se večinoma uporablja zaprtozančna (ang. *feedback*) konfiguracija komplementarnega filtra, v kateri se ocenjene napake interesnih veličin (pozicije, hitrosti, orientacije) uporabijo kot popravki v samem navigacijskem algoritmu, kar zmanjšuje napako med dejanskimi in referenčnimi trajektorijami posameznih veličin (Slika 3.5).

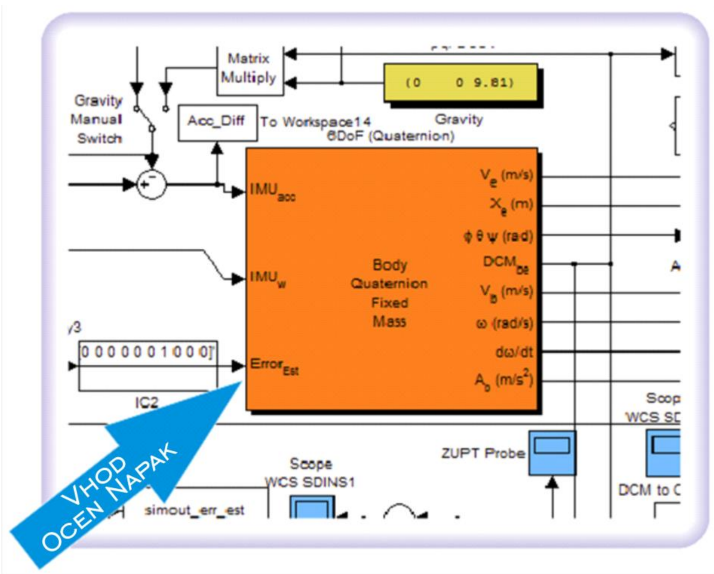
Razlogov, zaradi katerih je komplementarna izvedba Kalmanovega filtra postala osnova navigacijskih sistemov, odkar je bil Kalmanov filter zasnovan, je več. Najprej je tu splošnost izvedbe, ki omogoča uporabo najrazličnejših pomožnih virov meritev. Naslednji zelo pomemben razlog je ohranjanje hitre dinamike navigacijskega sistema. Kot smo pokazali že na Sliki 3.3, s komplementarnim filtrom operiramo izključno z napakami v signalih, medtem ko ostanejo osnovne interesne veličine nedotaknjene in z njimi tudi njihova dinamika. Zaradi te lastnosti tako filtriranje imenujemo tudi *brezpopačitveno* (ang. *distortionless filtering*) ali *dinamično eksaktna* (ang. *dinamically exact*) sistemska integracija. Kot zadnji razlog za uporabo komplementarnega filtriranja naj omenimo odpravo nelinearnosti sistemske funkcije, doseženo preko diferencirnega člena $[\boldsymbol{z}_k - h(\boldsymbol{x}_k^-)]$, če le niso odstopanja od referenčne trajektorije prevelika. Teorija Kalmanovega filtriranja namreč zahteva, da sta sistemska dinamika in merilno razmerje linearna. Kasneje je z vpeljavo novejših, nelinearnih izvedb

Kalmanovega filtra, temelječih na *točkah sigma*, odprava nelinearnosti izgubila na veljavi kot eden od razlogov za uporabo komplementarne izvedbe filtriranja.



Slika 3.5: Zaprtozančna komplementarna konfiguracija inercijskega navigacijskega sistema

Ker se bomo v našem sistemu posluževali komplementarne izvedbe filtriranja, ki temelji na modeliranju navigacijskih napak (Slika 3.6), v nadaljevanju opišimo postopek modeliranja stohastičnih napak inercijskih senzorjev, vgrajenih v IME.



Slika 3.6: Povečani del simulacijske sheme sistema prikazuje ocenjene vhodne navigacijske napake v blok SDINS, ki jih v njegovi notranjosti upoštevamo pri izračunavnju popravljenih navigacijskih veličin

3.1 Stohastično modeliranje napak inercijskih senzorjev

Uporabljena IME ADIS 16354AMLZ podjetja Analog Devices je digitalna, tovarniško kalibrirana IME. Vgrajeno ima korekcijo determinističnih virov napak - začetnih odstopanj senzorjev, njihovo občutljivost, spremembe v napajalni napetosti in delovni temperaturi, osna odstopanja in vpliv translacijskega pospeška na žiroskope. Vendar se je kljub skrbni kalibraciji in vgrajeni korekciji determinističnih napak nemogoče izogniti stohastičnim virom napak. Tako je za žiroskope značilno nizkofrekvenčno lezenje, medtem ko so tako pospeškometri kot žiroskopi podvrženi meritvenemu šumu. S pravilno upoštevano korekcijo in s statičnim preizkušanjem je možno izvesti učinkovito modeliranje napak signalov IME.

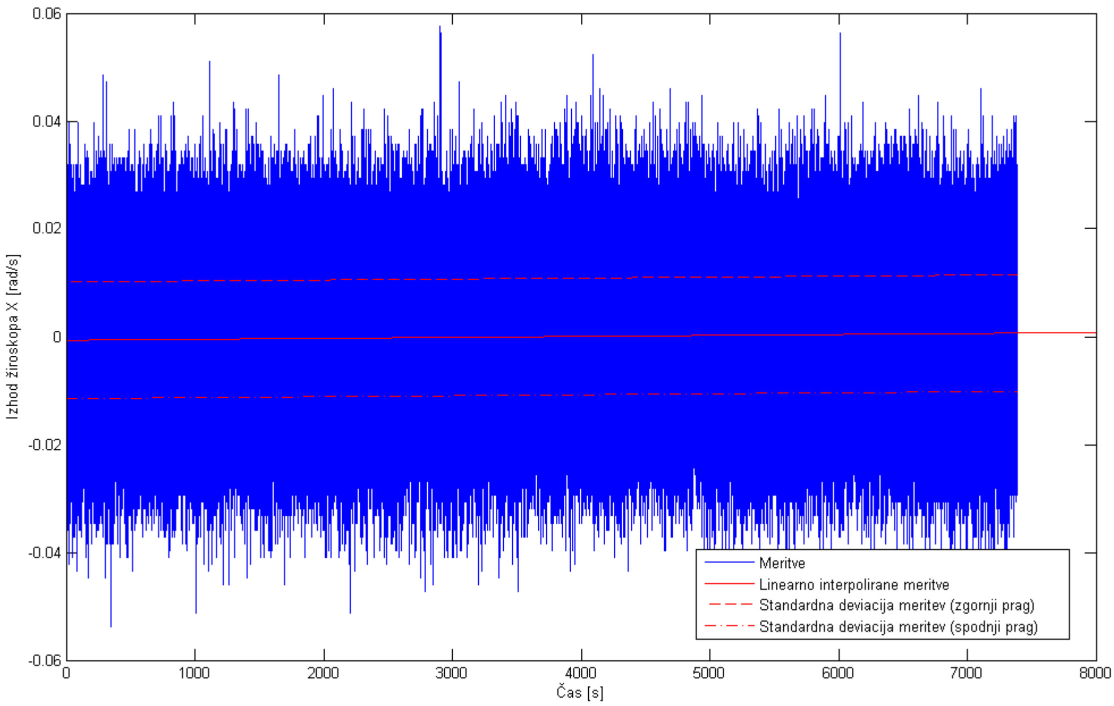
3.1.1 Modeliranje lezenja žiroskopov

Napaka lezenja se na izhodih žiroskopov pozna kot časovno koreliran, k meritvi dodan signal, ki ga je mogoče modelirati kot stohastični proces, vzbujan z belim šumom [56]. Ker z modelom preoblikujemo izvorni signal, vzbujan z belim šumom, v barvni, časovno korelirani šum, imenujemo tak model *oblikovalni filter* (ang. *shaping filter*). V ta namen se pri modeliranju lezenja žiroskopov pogosto uporablja Gauss-Markov diskretni procesni model prvega reda:

$$\boldsymbol{x}_{k(\mathrm{bias})} = \mathrm{e}^{-\beta \Delta t} \boldsymbol{x}_{k-1(\mathrm{bias})} + \boldsymbol{w}_k, \tag{3.2}$$

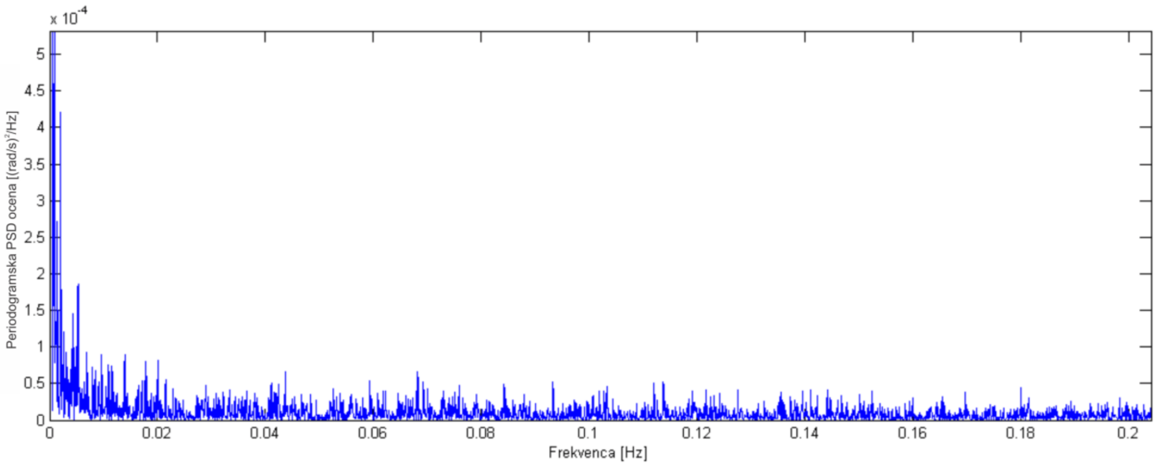
kjer je $\boldsymbol{x}_{k(\mathrm{bias})}$ (pristranskost, ang. *bias*) časovno korelirana veličina, ki jo želimo oblikovati, $\frac{1}{\beta}$ časovna konstanta procesa in $\boldsymbol{w}_k$ nekorelirano Gaussovo zaporedje z ničelno srednjo vrednostjo.

Na več kot 7000 sekund trajajočem statičnem preizkusu uporabljenega Analog Devices-ovega ADIS16354 nismo izmerili tolikšnega lezenja žiroskopov, da bi ga bilo smisleno upoštevati v kratkočasovnih testih, zaradi česar smo se odločili, da modela lezenja, zaradi ohranitve nazornosti in še posebej glede na predvideno trajanje poskusov, ne bomo vgradili v model napak sistema. Slika 3.7 prikazuje rezultat opravljenega statičnega testa za žiroskop na x osi. Kot lahko vidimo, so vrednosti skozi čas skoraj popolnoma enakomerno razporejene okoli ničelne vrednosti, medtem ko bi v primeru opaznega lezenja drseča srednja vrednost grafa opazno odpotovala v pozitivno ali negativno smer.



Slika 3.7: Izhod žiroskopa na x osi pri opravljenem statičnem preizkusu

Če iz podatkov, prikazanih na Sliki 3.7, izračunamo periodogramsko oceno PSD (*spektralna močnostna gostota*, ang. *Power Spectral Density*) in jo prikažemo na grafu (Slika 3.8), opazimo skoraj plosko frekvenčno razporeditev močnostne gostote, z minimalnim povečanjem pri zelo nizkih frekvencah, ki ga je mogoče še posebej pri nekaj minutnih poskusih zanemariti.



Slika 3.8: Periodogramska ocena PSD rezultata statičnega preizkusa za žiroskop na osi x

Poenostavljeno lahko zato pravimo, da imajo napake žiroskopov v uporabljeni IME značilnosti medsebojno neodvisnih signalov z značilnostmi Gaussovega belega šuma. Enako velja za pospeškometre, ki izkazujejo še bolj neopazno lezenje kot žiroskopi.

3.1.2 Modeliranje belega šuma

Ob v prejšnjem razdelku utemeljeni predpostavki, da lahko tako izhode žiroskopov kot izhode pospeškometrov obravnavamo kot medsebojno neodvisne naključne signale z značilnostmi Gaussovega belega šuma, jih lahko statistično opišemo z njihovo pričakovano vrednostjo in varianco. Ker imamo opravka z meritvami v prostoru, je potrebno za popolno kinematično informacijo meriti kotne hitrosti in pospeške v treh dimenzijah, kar uporabljena IME tudi omogoča. Statistični opis stohastičnega dela signalov z variancami se zato preoblikuje v opis s kovariančnimi matrikami, ki omogočajo zgoščen opis večjega števila signalov na osnovi varianc. S statičnim preizkusom smo za uporabljeno IME določili sledeče kovariančne matrike za napake pospeškometrov ($\boldsymbol{\vartheta}$) in žiroskopov ($\boldsymbol{\varepsilon}$):

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{\vartheta}) = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathrm{accX}}^2 & & \\ & \sigma_{\mathrm{accY}}^2 & \\ & & \sigma_{\mathrm{accZ}}^2 \end{bmatrix} = 10^{-3} \cdot \begin{bmatrix} 0.3586 & & \\ & 0.4013 & \\ & & 0.4442 \end{bmatrix}, \qquad (3.3)$$

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} \sigma_{\omega\mathrm{X}}^2 & & \\ & \sigma_{\omega\mathrm{Y}}^2 & \\ & & \sigma_{\omega\mathrm{Z}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0054 & & \\ & 0.0051 & \\ & & 0.0051 \end{bmatrix}, \qquad (3.4)$$

kjer so bile ugotovljene vrednosti izvendiagonalnih elementov različne od nič, vendar zanemarljive v primerjavi z diagonalnimi vrednostmi (približno 100 krat manjše), tako da smo jih, tudi v skladu s predpostavko belega in medsebojno neodvisnega šuma posameznih osi, zanemarili.

3.2 Model filtra

Če v komplementarnem filtru z $\boldsymbol{x}(t)$ označimo spremenljivke stanja filtra, ki predstavljajo napake navigacijskega sistema SDINS, in z $\boldsymbol{z}(\boldsymbol{t})$ napake pomožnih meritev, zapišemo zvezni model splošnega komplementarnega filtra v prostoru stanj [57]:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = f_{\mathrm{c}}(\boldsymbol{x}, t) + G_{\mathrm{c}}\boldsymbol{w}(t), \tag{3.5}$$

$$\boldsymbol{z}(t) = \boldsymbol{H}(t) \cdot \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{v}(t)\,, \tag{3.6}$$

kjer so zvezne enačbe stanja filtra f_{c} (3.5) nelinearne, z $\boldsymbol{w}(t)$ je označen procesni Gaussov beli šum, izhodna enačba (3.6) pa je v tem primeru linearna z izhodno matriko $\boldsymbol{H}(t)$ in meritvenim Gaussovim belim šumom $\boldsymbol{v}(t)$. Enačbo stanja filtra zapišimo še v matrični obliki, ki je prikladnejša za diskretizacijo

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{G}_c \cdot \boldsymbol{w}(t)\,, \tag{3.7}$$

kjer $\boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}$ označuje od vektorja stanj odvisno, torej spremenljivo sistemsko matriko, in $\boldsymbol{G}_{\mathrm{c}}$ vzbujalno matriko. Matriko $\boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}$ izračunavamo pred diskretizacijo v vsakem računskem koraku sproti, nelinearnost f_{c} ohranjamo z vključitvijo spremenljivk stanja in meritev pospeškometrov IME, izraženih v p-KS, v izračun elementov $\boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}$.

Preden lahko zvezni model napak uporabimo v diskretnem filtru, ga je potrebno diskretizirati. Za diskretizacijo smo uporabili predpostavko, da je čas vzorčenja Δt tako kratek, da lahko za $\boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}(\boldsymbol{x})$ privzamemo konstantnost v času trajanja vzorčenja na intervalu $(t_k,\, t_{k+1})$. Ob zagotovitvi tega pogoja lahko za matriko prehajanja stanj $\boldsymbol{F}_{\mathrm{k}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{k}})$ enakovrednega diskretnega sistema zapišemo [56]:

$$\boldsymbol{F}_k(\boldsymbol{x}_k) = \mathrm{e}^{\boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}\Delta \boldsymbol{t}} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}\Delta t + \frac{(\boldsymbol{F}_{\mathrm{c}}\Delta t)^2}{2!} + \cdots. \tag{3.8}$$

Diskretni model filtra se tako glasi:

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{F}_{k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}) \cdot \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{G}_k \cdot \boldsymbol{w}_{k-1}, \tag{3.9}$$

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{H}_k \cdot \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k, \tag{3.10}$$

kjer se za diskretni procesni šum $\boldsymbol{w}_{k-1}$ predpostavlja, da je medebojno neodvisen (za posamezne osi), da se podreja Gaussovi razporeditvi z ničelno povprečno vrednostjo in kovarianco $\boldsymbol{Q}_{k-1}$ ter da je neodvisen od stanja sistema:

$$E[\boldsymbol{w}] = 0, \tag{3.11}$$

$$E\left[\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{j}}^{\mathrm{T}}\right] = \boldsymbol{Q}_i\delta_{ij}, \tag{3.12}$$

$$E\left[\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{j}}^{\mathrm{T}}\right] = 0 \ \forall \ i, j, \tag{3.13}$$

kjer je δ_{ij} Kroneckerjeva delta funkcija.

Diskretni meritveni šum $\boldsymbol{v}_{\mathrm{k}}$ v enačbi (3.10) vsebuje vse nemodelirane vplive na meritve, ki so neodvisni od samega stanja sistema. Zanj se predpostavlja, da je medsebojno neodvisen (za posamezne osi), da se podreja Gaussovi razporeditvi z ničelno povprečno vrednostjo in kovarianco $\boldsymbol{R}_{\mathrm{k}}$ ter da je neodvisen od predhodnih meritev:

$$E[\boldsymbol{v}] = 0, \tag{3.14}$$

$$E\left[\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}\right] = \boldsymbol{R}_i\delta_{ij}, \tag{3.15}$$

$$E\left[\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{j}}^{\mathrm{T}}\right] = 0 \ \forall \ i, j. \tag{3.16}$$

Vektor stanj $\boldsymbol{x}$ komplementarnega filtra, v katerem nastopajo napake veličin algoritma SDINS, zapišemo kot:

$$\boldsymbol{x} = [\Delta v_{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}}, \Delta v_{\mathrm{y}}^{\mathrm{n}}, \Delta v_{\mathrm{z}}^{\mathrm{n}}, \Delta r_{\mathrm{x}}^{\mathrm{nav}}, \Delta r_{\mathrm{y}}^{\mathrm{nav}}, \Delta r_{\mathrm{z}}^{\mathrm{nav}}, q_0, q_{1,}, q_2, q_3]^{\mathrm{T}}, \tag{3.17}$$

kjer je:

$\Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$	$= \left[\Delta v_{\mathrm{x}}^{\mathrm{n}}, \Delta v_{\mathrm{y}}^{\mathrm{n}}, \Delta v_{\mathrm{z}}^{\mathrm{n}}\right]^{\mathrm{T}}$	vektor napake translacijske hitrosti, izražen v n-KS,
$\Delta\boldsymbol{r}^{\mathrm{nav}}$	$= [\Delta r_{\mathrm{x}}^{\mathrm{nav}}, \Delta r_{\mathrm{y}}^{\mathrm{nav}}, \Delta r_{\mathrm{z}}^{\mathrm{nav}}]^{\mathrm{T}}$	vektor napake pozicije, izražen v nav-KS,
$\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}$	$= [q_0, q_{1,}, q_2, q_3]^{\mathrm{T}}$	enotski kvaternion orientacijske napake, ki predstavlja rotacijo med p-KS in n-KS.

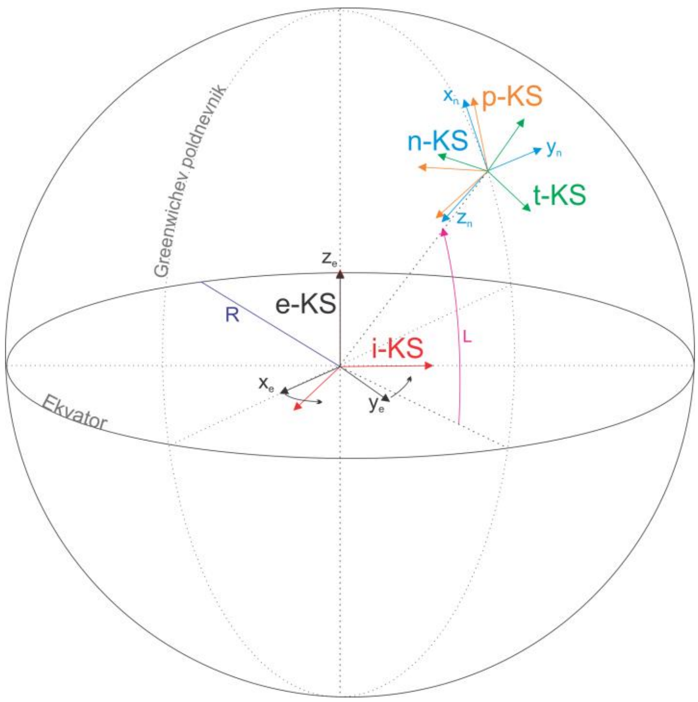
Zaradi v komplementarnem Kalmanovem filtru zahtevanih lastnosti procesnega šuma spremenljivk, ki nastopajo v vektorju stanj (Gaussova porazdelitev, ničelna srednja vrednost, neodvisnost od prejšnjih meritev), je potrebno vsako veličino v vektorju stanj, ki ne ustreza definiciji Gaussovega belega šuma, ustrezno modelirati. Tako bi morali v primeru znatnega lezenja žiroskopov vektor stanj $\boldsymbol{x}$ podaljšati za tri stanja, da lahko ustrezno opišemo lezenje za vsako žiroskopsko os posebej, tako kot je to opisano v Poglavju 3.2.1.

V naslednjem poglavju bomo opisali razvoj kvaternionskega modela napak SDINS, skladnega z enačbama (3.7) in (3.6).

Poglavje 4

Kvaternionski model napak SDINS

V tekočem razdelku se osredotočimo na razvoj kvaternionskega modela napak SDINS brez uporabe predpostavke o majhni rotacijski napaki, ki se uporablja pri modeliranju z uporabo kvaternionom alternativnim trigonometričnim prijemom. Pri razlagi bomo uporabljali koordinatne sisteme telesa (b-KS), NED KS (n-KS) in KS platforme (p-KS) ter veličine, ki so prikazane na Sliki 4.1:



Slika 4.1: Prikaz koordinatnih sistemov, uporabljenih pri izpeljavi kvaternionskega modela napak SDINS

KS NED je lokalno poravnani KS v trenutno izračunani poziciji SDINS. Rotacija med KS platforme in KS NED predstavlja napako rotacije v algoritmu SDINS, do katere pride zaradi napak žiroskopov IME. To napako rotacije med koordinatnima sistema zapišemo z rotacijskim kvaternionom $\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}$ [57]:

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}} = [q_0, q_1, q_2, q_3]^{\mathbf{T}}, \tag{4.1}$$

ki ga lahko pretvorimo v rotacijsko matriko $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}})$:

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \tag{4.2}$$

Rotacijo iz KS telesa v KS NED predstavlja kvaternion $\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}$, ki ga lahko razcepimo na dve zaporedni rotaciji - rotacijo iz KS telesa v KS platforme in rotacijo iz slednjega v KS NED [58]:

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{n} = \boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}} \otimes \boldsymbol{q}_{b}^{\mathrm{p}}, \tag{4.3}$$

kjer $\otimes$ predstavlja operator kvaternionskega množenja. Enakovredno rotacijo lahko zapišemo s produktom rotacijskih matrik, dobljenih iz rotacijskih kvaternionov:

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{n}}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}) \cdot \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}})\,. \tag{4.4}$$

Modeliranje rotacijskega dela modela napak SDINS se torej pretvori na modeliranje rotacijskega kvaterniona $\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}$.

4.1 Model napake translacijske hitrosti

V enačbi (2.2) smo zapisali diferencialno enačbo za hitrost ob idealnih razmerah brez napak. Ob zanemaritvi centripetalnega pospeška zaradi vrtenja Zemlje in pretvorbi obeh vektorskih produktov v zadnjem členu enačbe (2.2) v zapis produktov s poševnosimetričnima matrikama kotnih hitrosti $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}$ in $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}$ lahko enačbo za vektor *dejanske* (ang. *true*) hitrosti $\dot{\boldsymbol{v}}_{t}^{n}$ zapišemo kot [45]:

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}} + \boldsymbol{g}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} - (2\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\boldsymbol{v}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}, \tag{4.5}$$

kjer $\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}}$ označuje dejansko specifično silo, izraženo v p-KS, $\boldsymbol{g}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}$ dejanski gravitacijski pospešek, izražen v n-KS in člen $(2\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\boldsymbol{v}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}$ vpliv Coriolisovega pospeška ter ukrivljenosti Zemlje.

Zaradi virov napak se hitrost, izračunana z algoritmom SDINS, od dejanske hitrosti razlikuje. Z SDINS izračunana translacijska hitrost je zato sledeča:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} = (\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}} + \boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{p}}) + \hat{\boldsymbol{g}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} - (2\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}, \tag{4.6}$$

kjer je $\boldsymbol{f}_t^p$ vektor specifične sile, izražen v KS platforme:

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}}) \cdot \boldsymbol{f}^{\mathrm{b}}. \tag{4.7}$$

$\boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{p}}$ predstavlja vektor napak specifične sile (ang. *specific force error*), ki jo merijo pospeškometri IME, izražen v KS platforme, in $\hat{\boldsymbol{g}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}$ je izračunani gravitacijski vektor. Definirajmo vektor napake $\Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} = \hat{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} - \boldsymbol{v}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}$ in z odštevanjem enačbe (4.5) od (4.6) zapišimo model napake translacijske hitrosti [57]:

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}} &= \dot{\hat{\boldsymbol{v}}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} - \dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} \\
&= (\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}} - \boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}) - (2\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} + (\hat{\boldsymbol{g}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} - \boldsymbol{g}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}) + \boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{p}} \\
&= (\boldsymbol{I}_{3\mathrm{x}3} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}))\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}} - (2\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \mathbf{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{p}} + \Delta\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}},
\end{aligned} \tag{4.8}$$

kjer je $\boldsymbol{I}_{3x3}$ enotska matrika dimenzij 3x3, transformacijska matrika $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}})$ je prikazana v enačbi (4.2), medtem ko sta člena $\Delta\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}$ in $\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}$ enaka:

$$\Delta\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}} = (\hat{\boldsymbol{g}}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} - \boldsymbol{g}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}}), \tag{4.9}$$

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{n}} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}})\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}}. \tag{4.10}$$

Model napake translacijske hitrosti se torej glasi:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}} = (\mathbf{I}_{3\mathrm{x}3} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}))\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}} - (2\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} + \boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{n}} + \Delta\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}, \tag{4.11}$$

in velja za širok spekter napak poravnave, saj je razvit brez pomoči kakršnihkoli predpostavk o majhnih kotnih napakah.

Model napake translacijske hitrosti je mogoče ob upoštevanju lastnosti navigacije hodečega uporabnika nekoliko poenostaviti. Člen $-(2\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{n}}+\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}})\Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}$ pride do izraza pri navigaciji z veliko hitrostjo (letala, rakete, izstrelki), v delovnih pogojih našega sistema pa so vrednosti tega člena zanemarljivo majhne. Za povprečno navigacijo hodečega uporabnika v zaprtih prostorih lahko brez vnosa večjih napak predpostavimo, da je gravitacijski vektor točno znan in da je torej tudi člen gravitacijske napake $\Delta\boldsymbol{g}^{\mathrm{n}}$ enak nič. Zapišimo model napake translacijske hitrosti z upoštevanimi poenostavitvami:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}}=(\mathbf{I}_{3x3}-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{n}))\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}}+\boldsymbol{\vartheta}^{\mathrm{n}}. \tag{4.12}$$

Težavo zapisa modela napake translacijske hitrosti z enačbo (4.12) predstavlja člen $(\mathbf{I}_{3x3}-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}))\boldsymbol{f}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{p}}$, ker vektor specifične sile ni spremenljivka stanja sistema, ampak znana veličina ob podani kinematiki za določeno opravljeno pot in zgodovini orientacije skozi njo. Diferencialno enačbo napake translacijske hitrosti (4.12) zato preoblikujemo, da bo ustrezala uporabi izbranega vektorja stanj (3.17):

$$\Delta\dot{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{n}}=2\cdot\begin{bmatrix} q_2^2+q_3^2 & -(q_1q_2-q_0q_3) & -(q_1q_3+q_0q_2)\\ -(q_1q_2-q_0q_3) & q_1^2+q_3^2 & -(q_2q_3-q_0q_1)\\ -(q_1q_3-q_0q_2) & -(q_2q_3-q_0q_1) & q_1^2+q_2^2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} f_x^{\mathrm{p}}\\ f_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}}\\ f_z^{\mathrm{p}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\nabla_x^{\mathrm{p}}\\ \nabla_{\mathrm{y}}^{p}\\ \nabla_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}}\end{bmatrix}$$

$$=2\cdot\begin{bmatrix} q_3f_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}}-q_2f_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}} & -q_2f_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}}-q_3f_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}} & q_2f_{\mathrm{x}}^{\mathrm{p}} & q_3f_{\mathrm{x}}^{\mathrm{p}}\\ -q_3f_{\mathrm{x}}^{\mathrm{p}}-q_1f_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}} & -q_2f_{\mathrm{x}}^{\mathrm{p}}+q_1f_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}} & -q_3f_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}} & q_3f_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}}\\ q_2f_{\mathrm{x}}^{\mathrm{p}}-q_1f_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}} & -q_3f_{\mathrm{x}}^{\mathrm{p}}+q_1f_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}} & q_2f_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}} & -q_2f_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} q_0\\ q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\nabla_x^{\mathrm{p}}\\ \nabla_{\mathrm{y}}^{\mathrm{p}}\\ \nabla_{\mathrm{z}}^{\mathrm{p}}\end{bmatrix}. \tag{4.13}$$

Kot vidimo, zgornja diferencialna enačba opisuje časovno spremenljivi sistem, vzbujan z Gaussovim belim šumom.

4.2 Model napake pozicije

V modelu napake pozicije napaka orientacije ne nastopa neposredno [59], sta pa veličini povezani preko napake navigacijske translacijske hitrosti:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{n}}=-\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{en}}^{\mathrm{n}}\Delta\boldsymbol{r}^{n}+\Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}. \tag{4.13}$$

V primeru navigacije pri nizkih hitrostih, kamor spada tudi hoja, lahko prvi člen, ki ga povzroča ukrivljenost Zemlje, zanemarimo, saj so kotne hitrosti, ki jih dosegamo po obodu Zemlje, zanemarljive. Poenostavljen model napake pozicije se glasi:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{nav}} = \Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}}. \tag{4.14}$$

4.3 Model kvaternionske orientacijske napake

Kvaternionsko orientacijsko napako je potrebno modelirati zato, da lahko popravljamo navigacijske orientacijske kvaternione med navigacijo. Razhajanja med KS platforme in KS NED povzročijo, da vrednost rotacijskega kvaterniona $\boldsymbol{q}_p^{\mathrm{n}}$, s katerim modeliramo orientacijsko napako med p-KS in n-KS, zapusti enotsko rotacijo.

Za kvaternion $\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}$ velja sledeča diferencialna enačba [58]:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{np}}^{\mathrm{p}}\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}, \tag{4.15}$$

kjer je poševnosimetrična matrika $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{np}}^{\mathrm{p}}$ dimenzij 4x4 funkcija kotne hitrosti $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{np}}^{\mathrm{p}}$, ki opisuje vrtenje med n-KS in p-KS, izraženo v p-KS:

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{np}}^{\mathrm{p}} = [\dot{\psi}_{\mathrm{x}}, \dot{\psi}_{\mathrm{y}}, \dot{\psi}_{\mathrm{z}}]^{\mathrm{T}}, \tag{4.16}$$

kjer so ψ_{x}, ψ_{y} in ψ_{z} koti med osmi p-KS in n-KS:

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{np}}^{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi}_{\mathrm{x}} & -\dot{\psi}_{\mathrm{y}} & -\dot{\psi}_{\mathrm{z}} \\ \dot{\psi}_{\mathrm{x}} & 0 & \dot{\psi}_{\mathrm{z}} & -\dot{\psi}_{\mathrm{y}} \\ \dot{\psi}_{\mathrm{y}} & -\dot{\psi}_{\mathrm{z}} & 0 & \dot{\psi}_{\mathrm{x}} \\ \dot{\psi}_{\mathrm{z}} & \dot{\psi}_{\mathrm{y}} & -\dot{\psi}_{\mathrm{x}} & 0 \end{bmatrix}. \tag{4.16}$$

Če ob upoštevanju enačbe (4.16) razvijemo enačbo (4.15), dobimo za $\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}}$ naslednjo diferencialno enačbo:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}} = \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{np}}^{\mathrm{p}}, \tag{4.17}$$

kjer je ***B*** enak:

$$\boldsymbol{B} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}. \tag{4.18}$$

Če z vektorjem $\boldsymbol{\psi}$ označimo kot napake med n-KS in p-KS:

$$\boldsymbol{\psi} = [\psi_\mathrm{x}, \psi_y, \psi_\mathrm{z}]\,, \tag{4.19}$$

tako da velja:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = \boldsymbol{\omega}_\mathrm{np}^\mathrm{p}, \tag{4.20}$$

potem zanj velja sledeča diferencialna enačba [58]:

$$\dot{\boldsymbol{\psi}} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{C}_\mathrm{n}^\mathrm{p}) \cdot \boldsymbol{\omega}_\mathrm{in}^\mathrm{n} - \boldsymbol{\varepsilon}^\mathrm{p}, \tag{4.21}$$

kjer je $\boldsymbol{\varepsilon}^\mathrm{p}$ napaka kotne hitrosti meritve žiroskopa, izražene v p-KS, in je $\boldsymbol{\omega}_\mathrm{in}^\mathrm{n}$ enak [60]:

$$\boldsymbol{\omega}_\mathrm{in}^\mathrm{n} = \begin{bmatrix} \omega_\mathrm{ie} \cdot \cos L \\ 0 \\ -\omega_\mathrm{ie} \cdot \sin L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_\mathrm{y}}{(R+h)} \\ -\frac{v_\mathrm{x}}{(R+h)} \\ -v_\mathrm{y} \cdot \frac{\tan L}{(R+h)} \end{bmatrix}, \tag{4.22}$$

kjer L označuje geografsko širino, R polmer Zemlje, h navigacijsko višino nad Zemljinim površjem, za katero pri hoji lahko predpostavimo, da je enaka nič, v_x, v_y in v_z so *sever*, *vzhod* in *navzdol* komponente hitrosti v koordinatnem sistemu NED, tako kot je prikazano na Sliki 4.1. Matriko smernih kosinusov $\boldsymbol{C}_\mathrm{n}^\mathrm{p}$, ki opisuje transformacijo iz n-KS v p-KS, lahko zapišemo z uporabo komponent rotacijskega kvaterniona $\boldsymbol{q}_\mathrm{p}^\mathrm{n}$ [58]:

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_\mathrm{n}^\mathrm{p}) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \tag{4.23}$$

Z upoštevanjem modela za kot napake $\boldsymbol{\psi}$ (4.21) lahko nadalje razvijemo kvaternionski orientacijski model napake (4.17) [58]:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_\mathrm{p}^\mathrm{n} = \boldsymbol{B} \cdot \dot{\boldsymbol{\psi}}, \tag{4.24}$$

v:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}} = \boldsymbol{B} \cdot (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}})) \cdot \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{in}}^{\mathrm{n}} - \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}} \,. \tag{4.25}$$

Za primer kratkočasovne navigacije hodečega uporabnika ob uporabi nizkocenovne IME, je mogoče prvi člen v enačbi (4.24) zanemariti, saj meritev rotacije n-KS zaradi vrtenja Zemlje pade pod nivo šuma žiroskopov IME. V našem primeru smo zato uporabili sledeči model kvaternionske orientacijske napake:

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}} = -\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}. \tag{4.26}$$

Dobljeni zvezni model napak SDINS je v svoji diskretni obliki, dobljeni po postopku, opisanem v Poglavju 3.2, primeren za uporabo v komplementarni izvedbi Kalmanovega filtra za nelinearne sisteme, opisani v naslednjem poglavju.

Poglavje 5

Nepristranski Kalmanov filter

Kalmanov filter je optimalni observer diskretnih linearnih sistemov, modeliranih kot veriga Markova, z Gaussovim šumom (beli šum Gaussove porazdelitve, nične srednje vrednosti in znane kovariance) zašumljenimi tako spremenljivkami stanja kot meritvami. Uvrščamo ga med Bayesove filtre in ga je mogoče uporabiti tako v časovno nespremenljivih kot v časovno spremenljivih sistemih. Njegovo delovanje je rekurzivno in ga je mogoče razčleniti na t.i. *a priori* in *a posteriori* del enačb. V prvem delu (*napovedovanje*, ang. *prediction*) filter poda predhodno oceno stanja in kovarianco sistema glede na njegovo predhodno stanje in model fizikalnega sistema, medtem ko v drugem delu (*popravljanje*, ang. *correction*) predhodno oceno popravi na optimalen način z upoštevanjem zašumljenih meritev.

Končnemu rezultatu pravimo *a posteriori* ocena filtra, ki jo filter izračuna preko Kalmanovega ojačenja in residuuma med dejansko in ocenjeno meritvijo. Kalmanovo ojačenje je rezultat minimizacije kovariance vektorja stanja sistema, zato pravimo, da Kalmanov filter kot rezultat poda optimalno oceno stanja linearnega sistema, zapisanega v prostoru stanj, in ocenjeno kovarianco napake njegovega stanja.

Ker je uporaba osnovnega Kalmanovega filtra omejena na linearne sisteme, je prišlo do razvoja njegovih različic, ki so (različno) učinkovite tudi v primerih nelinearnosti. Zelo razširjena je uporaba razširjenega Kalmanovega filtra (ang. *Extended Kalman Filter* (EKF)), ki nelinearen sistem, skozi katerega pošiljamo Gaussov naključni signal, linearizira v okolici delovne točke z uporabo Jacobijeve matrike, oz. analitičnega odvajanja, kar je tudi eden njegovih glavnih očitkov, saj je tako odvajanje računsko zahtevno, podvrženo napakam in zaradi linearizacije lahko vodi do velikih a posteriori napak povprečne vrednosti in kovariance ter posledično do suboptimalne rešitve, v najslabšem primeru tudi do divergence filtra.

V našem sistemu smo uporabili novejšo različico Kalmanovega filtra, t.i. *Nepristranski Kalmanov Filter* (NKF) [61], ki je zaradi uporabe determinističnega vzorčenja natančnejši in enostavnejši za implementacijo od Kalmanove rezširjene različice. NKF temelji na *nepristranski preslikavi* (NP, ang. *unscented transformation*, UT) [62], preko katere izračunamo statistiko naključne spremenljivke, podvržene nelinearni preslikavi. Izhodiščna misel, ki je Uhlmanna pripeljala do NP, je bila, "da mora biti z omejenim številom parametrov lažje približno opisati dano porazdelitev, kot pa približno opisati poljubno nelinearno funkcijo ali preslikavo". Povprečni vektor stanja in njegovo kovarianco NP izračuna z uporabo minimalnega nabora vzorčnih točk *sigma*, ki jih preslika skozi nelinearni model sistema. Rezultati, dobljeni z NKF, zato dosegajo po približku Taylorjeve vrste natančnost vsaj drugega člena, medtem ko z EKF dobljeni rezultati dosegajo le natančnost njenega prvega člena [63]. Poleg tega ob uporabi filtra NKF odpade analitično izpeljevanje in računanje Jacobijevih matrik in kljub izboljšani natančnosti filtra glede na njegovo razširjeno različico ostaja njegova računska zahtevnost enaka razširjeni različici.

Filter NKF smo v Simulinku zasnovali v čim večji meri modularno glede uporabe različnih virov pomožnih meritev. Tako smo lahko med izvajanjem poskusov s pripadajočimi stikali v shemi enostavno omogočali ali onemogočali različne načine pomožnih meritev. Če bi npr. želeli zamenjati psevdomeritve ZUPT s senzorjem hitrosti, bi bila potrebna le prilagoditev pripadajoče kovariančne matrike, ravno tako ob morebitni zamenjavi meritev pozicije ARTK z meritvami pozicije GPS. Ker s pomožnimi meritvami obstoječega sistema že merimo vse veličine vektorja stanj filtra - hitrost z ZUPT, pozicijo z ARTK in kurz (orientacijo) s kompasom - ne bi dodajanje katerihkoli drugih vrst senzorjev pomožnih meritev predstavljalo večje težave, saj bi ostala zasnova filtra enaka.

Ločena simulacijska bloka za napovedovalno in popravljalno fazo filtra NKF in pripadajoče vhode in izhode prikazuje Slika 5.1. Označbe vhodov in izhodov bloka napovedovalne faze na sliki (*UKF Predict*) predstavljajo sledeče signale:

- vhodni signal ***u*** vsebuje:
    - kvaternion trenutne rotacije SDINS,
    - meritve pospeškometrov in žiroskopov z upoštevanimi vklopnimi odstopanji po postopku, opisanem v Poglavju 2.7,
    - prožilni signal meritvenega načina ARToolKit,
    - meritev pozicije ARToolKit v navigacijskem KS,
- vhodni signal ***INSvr*** vsebuje:

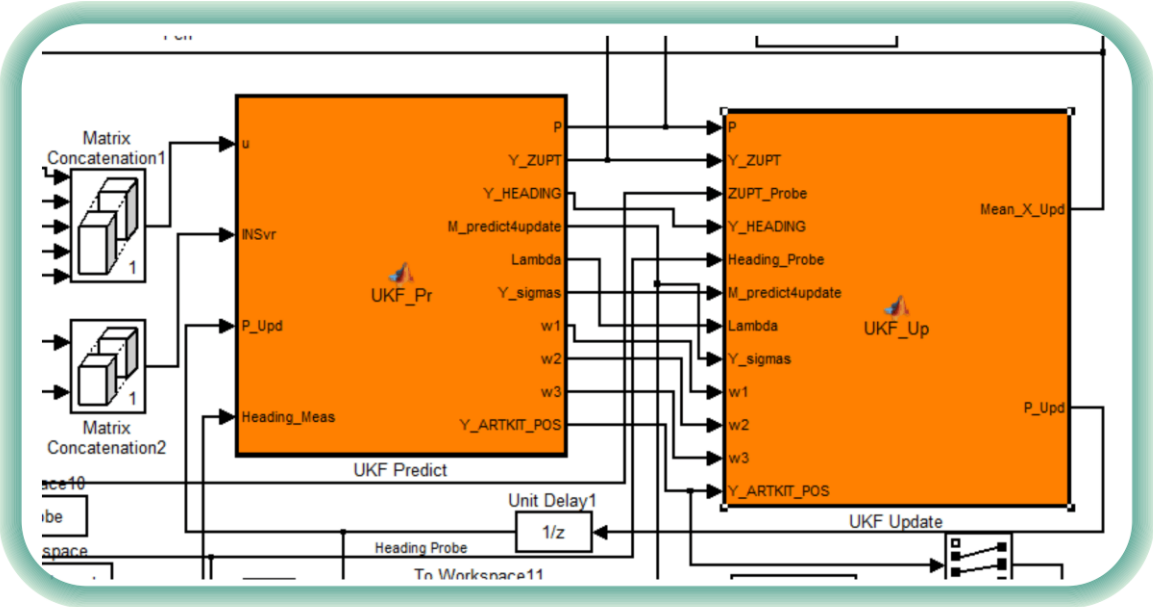
- hitrost SDINS,
- pozicijo SDINS,

- vhodni signal ***P_Upd*** predstavlja *a posteriori* ocenjeno kovariančno matriko stanja sistema, ki jo dobimo iz bloka popravljalne faze NKF, izračunano v predhodnem časovnem koraku,
- izhodni signal ***P*** predstavlja *a priori* oceno kovariančne matrike stanja sistema za trenutni časovni korak,
- izhodni signal ***Y_ZUPT*** predstavlja hitrostno pomožno psevdomeritev ZUPT. Ker uporabljamo komplementarno izvedbo filtriranja, vrednost pomožnih psevdomeritev ZUPT ni enaka nič, ampak nasprotni vrednosti trenutno izračunane translacijske hitrosti SDINS, tako kot je pojasnjeno v enačbi (5.34),
- izhodni signal ***Y_HEADING*** predstavlja kvaternion komplementarne pomožne meritve kurza magnetnega kompasa po enačbi (5.40),
- izhodni signal ***M_predict4update*** označuje ocenjeno napovedano srednjo vrednost vektorja stanj $\hat{\boldsymbol{x}}_k^-$ za trenutni časovni korak,
- izhodni signal ***Lambda*** predstavlja kvaternionske rotacijske razdalje $\Lambda_{i,k}$, izračunane po enačbi (5.24),
- izhodni signal ***Y_sigmas*** označuje skozi nelinearno funkcijo preslikane točke sigma $\boldsymbol{\chi}_{i,k}$ iz enačbe (5.5),
- izhodni signali ***w1, w2*** in ***w3*** označujejo uteži W_i za uteževanje točk sigma,
- izhodni signal ***Y_ARTKIT_POS*** vsebuje meritve pozicije ARToolKit v navigacijskem KS, združene s prožilnim signalom meritvenega načina ARTK.

Iz slike 5.1 je razvidno, da vsi izhodni signali bloka napovedovalne faze NKF potujejo na vhode bloka popravljalne faze (*UKF Update*). Preostale označbe vhodov in izhodov bloka popravljalne faze NKF pomenijo sledeče:

- vhodni signal ***Heading_Probe*** označuje prožilni signal magnetnih meritev kurza,
- vhodni signal ***ZUPT_Probe*** označuje prožilni signal meritvenega načina ZUPT,
- izhodni signal ***Mean_X_Upd*** predstavlja a posteriori oceno srednje vrednosti vektorja stanja sistema $\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$ za trenutni časovni korak (5.44),

- izhodni signal ***P_Upd*** predstavlja a posteriori oceno vrednosti kovariančne matrike stanja sistema $\boldsymbol{P}_{\mathrm{k}}^{+}$ za trenutni časovni korak (5.45).



Slika 5.1: Povečani del simulacijske sheme sistema s prikazanima ločenema blokoma za napovedovalno (levo) in popravljalno (desno) fazo filtra NKF s pripadajočimi vhodi in izhodi

Kot smo zapisali v enačbi (3.17), nastopa v vektorju stanj sistema poleg napake pozicije in hitrosti še napaka orientacije, ki jo opisujemo z enotskim rotacijskim kvaternionom. Gledano iz formalnega matematičnega stališča povzroči uporaba enotskega rotacijskega kvaterniona težavo pri implementaciji filtra NKF. Vzrok tiči v formulaciji filtra NKF, saj je razvit za obdelavo veličin, ki pripadajo linearnemu vektorskemu prostoru, medtem ko so enotski kvatrnioni del nelinearnega prostora. Iz tega razloga rezultat utežene vsote kvaternionskih vzorcev izstopi iz prostora enotskih kvaternionov, zaradi česar je potrebno osnovni, vektorski NKF za rotacijski del vektorja stanj ustrezno reformulirati. V nadaljevanju opišimo oba v našem sistemu uporabljena filtra NKF - vektorskega za del vektorja stanj, ki vsebuje napaki pozicije in translacijske hitrosti, ter NKF v enotskem kvaternionskem prostoru za rotacijski del vektorja stanj.

5.1 Translacijski nepristranski Kalmanov filter v vektorskem prostoru

Ponovimo v Poglavju 3.2 predstavljeni diskretni model filtra. Podreja se sledeči nelinearni stohastični diferenčni enačbi:

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{F}_{k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}) \cdot \boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{G}_k \cdot \boldsymbol{w}_{k-1}, \tag{5.1}$$

s pripadajočimi meritvami $\mathbf{z}_k$:

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{H}_k \cdot \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k, \tag{5.2}$$

kjer je $\boldsymbol{x}_k \in \Re^{n\times1}$ vektor stanja, $\boldsymbol{z}_k \in \Re^{m\times1}$ je vektor meritev, $\boldsymbol{F}_{k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1})$ je nelinearni sistemski dinamični model, $\boldsymbol{H}_k$ je meritvena (opazovalna) matrika, saj je v našem primeru opazovalni model linearen in odvisen od trenutno uporabljenega meritvenega načina, $\boldsymbol{w}_k$ in $\boldsymbol{v}_k$ sta procesni in meritveni Gaussov šum z nično povprečno vrednostjo in kovariancama, podanima z matrikama $\boldsymbol{Q}_{k-1}$ in $\boldsymbol{R}_{k-1}$.

NKF skuša oceniti vektor stanja $\boldsymbol{x}_k$ po sledečem postopku, ki ga povzemamo po [64]: ob podani kovariančni matriki $\boldsymbol{P}_k$ dimenzij $n \times n$ je mogoče določiti nabor $2n + 1$ *točk* (*vektorjev*) *sigma* $\boldsymbol{\chi}_{\mathrm{i,k}}$:

$$\boldsymbol{\chi}_{0,k-1} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}, \tag{5.3a}$$

$$\boldsymbol{\chi}_{i,k-1} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1} + \left(\gamma\sqrt{(\boldsymbol{P}_{k-1} + \boldsymbol{Q}_{k-1})}\right)_{\boldsymbol{i}} \qquad \text{za } i = 1, \cdots, n, \tag{5.3b}$$

$$\boldsymbol{\chi}_{i,k-1} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1} - \left(\gamma\sqrt{(\boldsymbol{P}_{k-1} + \boldsymbol{Q}_{k-1})}\right)_{\boldsymbol{i}} \qquad \text{za } i = n+1, \cdots, 2n, \tag{5.3c}$$

kjer $\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}$ označuje povprečje razporeditve v časovnem koraku k-1, parameter $\gamma = \sqrt{n + \lambda}$ in λ označuje sestavljeni skalirni parameter $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$. Konstanta α določa razpršenost točk sigma okoli $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ in načeloma zavzema neko majhno pozitivno vrednost na intervalu $0 \leq \alpha \leq 1$. Konstanta κ je sekundarni skalirni parameter, večinoma nastavljen na vrednost 0 ali 3 - n in omogoča dodatno višjeredno nastavljanje. Matrični kvadratni koren $\sqrt{(\boldsymbol{P}_{k-1} + \boldsymbol{Q}_{k-1})}$ je mogoče izračunati z uporabo razcepa Choleskega. V naslednjem koraku vektorje iz enačb (5.3) po stolpcih združimo v matriko $\boldsymbol{\chi}_{\mathrm{k-1}}$ velikosti $n \times (2n+1)$:

$$\boldsymbol{\chi}_{k-1} = \left[\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1} \quad \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1} + \left(\gamma\sqrt{(\boldsymbol{P}_{k-1} + \boldsymbol{Q}_{k-1})}\right) \quad \hat{\boldsymbol{x}}_{k-1} - \left(\gamma\sqrt{(\boldsymbol{P}_{k-1} + \boldsymbol{Q}_{k-1})}\right)\right]. \quad (5.4)$$

Iz enačbe (5.4) je razvidno, da je procesni šum $\boldsymbol{Q}_k$ dodan h kovarianci stanja $\boldsymbol{P}_k$ pred preslikanjem točk sigma vnaprej skozi čas. Vektorji sigma $\boldsymbol{\chi}_{i,k-1}$ se nato prenesejo preko nelinearne funkcije, tako da dobimo naknadne vektorje sigma $\boldsymbol{\chi}_{i,k}$:

$$\boldsymbol{\chi}_{i,k} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\chi}_{i,k-1}, k) \qquad i = 1, \cdots, 2n + 1, \qquad (5.5)$$

kjer $\boldsymbol{\chi}_{i,k}$ predstavlja *i*-ti stolpec matrike $\boldsymbol{\chi}_k$. Do *napovedanega vektorja stanja* $\hat{\boldsymbol{x}}_k^-$ in pripadajoče *napovedane kovariance* $\boldsymbol{P}_k^-$ pridemo s povprečenjem uteženih vzorcev (ang. *weighted sample mean*):

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \boldsymbol{\chi}_{i,k}, \qquad (5.6)$$

$$\boldsymbol{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \left\{\boldsymbol{\chi}_{i,k} - \hat{\mathbf{x}}_k^-\right\}\left\{\boldsymbol{\chi}_{i,k} - \hat{\mathbf{x}}_k^-\right\}^{\mathrm{T}}, \qquad (5.7)$$

kjer *n* predstavlja število točk sigma in so uteži W_i izračunane po naslednjih enačbah [63]:

$$W_0^{(\mathrm{m})} = \frac{\lambda}{(n+\lambda)}, \qquad (5.8)$$

$$W_0^{(\mathrm{c})} = \frac{\lambda}{(n+\lambda)} + (1 - \alpha^2 + \beta), \qquad (5.9)$$

$$W_i^{(\mathrm{m})} = W_i^{(\mathrm{c})} = \frac{1}{2(n+\lambda)} \qquad i = 1, \cdots, 2n, \qquad (5.10)$$

kjer se β uporablja za vgradnjo predhodnega (*a priori*) znanja o porazdelitvi stanj (optimalna vrednost β za Gaussovo porazdelitev znaša $\beta = 2$).

S preslikanjem vektorjev sigma $\boldsymbol{\chi}_{i,k}$ skozi meritveni model $\boldsymbol{h}$:

$$\gamma_{i,k} = \boldsymbol{h}\left(\boldsymbol{\chi}_{i,k}, k\right) \qquad i = 1, \cdots, 2n+1, \qquad (5.11)$$

dobimo *i*-ti stolpec $\boldsymbol{\gamma}_{i,k}$ matrike $\boldsymbol{\gamma}_k$. Kot smo že omenili, uporablja naš navigacijski sistem linearni meritveni model (5.2). Napovedani opazovalni vektor (ang. *observation vector*) $\hat{\boldsymbol{y}}_k^-$ in pripadajoča napovedana izhodna kovarianca $\boldsymbol{P}_k^{yy}$ sta ponovno izračunana s povprečenjem uteženih vzorcev:

$$\hat{\mathbf{y}}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(\mathrm{m})} \boldsymbol{\gamma}_{i,k}\,, \tag{5.12}$$

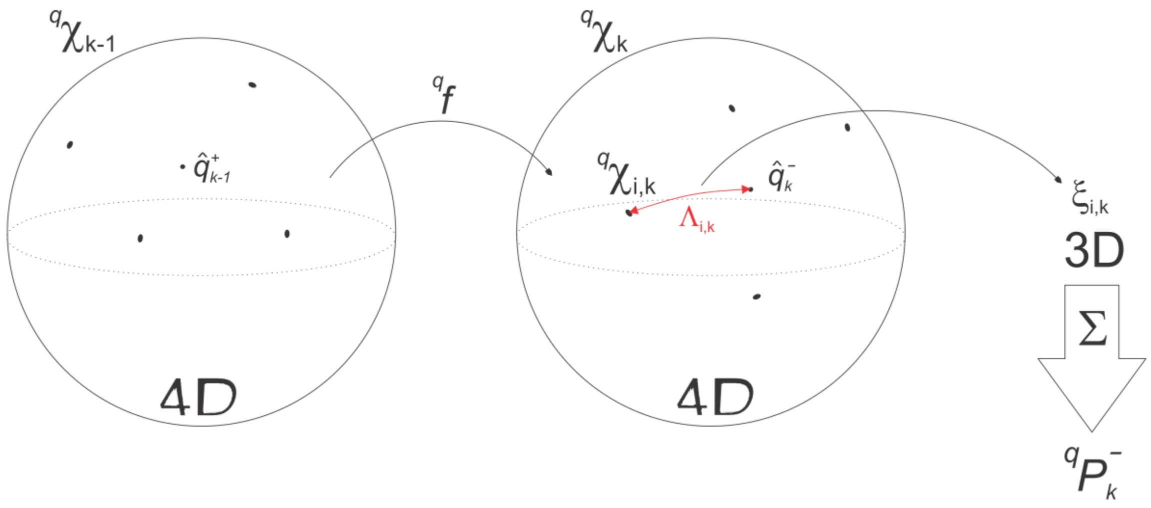
$$\boldsymbol{P}_k^{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(\mathrm{c})} \left\{\boldsymbol{\gamma}_{i,k} - \hat{\mathbf{y}}_k^-\right\}\left\{\boldsymbol{\gamma}_{i,k} - \hat{\mathbf{y}}_k^-\right\}^T. \tag{5.13}$$

5.2 Rotacijski nepristranski Kalmanov filter v enotskem kvaternionskem prostoru

V nasprotju z vektorskimi veličinami so rotacije del nelinearnega prostora in kvaternioni, ki jih v našem sistemu uporabljamo za njihov zapis, so omejeni na hiperkroglo enotskega polmera v 4-dimenzionalnem evklidskem prostoru (3-krogla, ang. *3-sphere*). To je vzrok, zakaj kvaternioni niso za seštevanje in skalarno množenje matematično zaprt prostor. Ta lastnost povzroči, da ob direktni uporabi običajnega NKF načeloma dobimo za rotacijsko oceno neenotski kvaternion, saj vektorski NKF temelji ravno na omenjenih dveh aritmetičnih operacijah [65].

Originalni NKF v vektorskem prostoru je potrebno ustrezno spremeniti, tako da med uteženim seštevanjem, ki je del NP, rezultirajoči kvaternion ne zapusti enotske hiperkrogle. To smo dosegli z uporabo rotacijskega vektorja za opis orientacije pri tvorjenju točk sigma v obliki rotacijskih vektorjev, čemur je sledilo kvaternionsko uteženo povprečenje, sloneče na kvaternionski metriki, formulirani v [66]. Sledi podrobnejša obrazložitev rotacijskega dela filtra, ki ga shematično prikazuje Slika 5.2.

Kvaternionski šum $\delta\boldsymbol{q}_{k-1}^{+}$ (ekvivalent $\boldsymbol{w}_{k-1}$ v NKF v vektorskem prostoru, kjer nadnapisani + označuje poposodobitveni procesni šum, potem ko so bile morebitne žiroskopske napake pristranskosti že upoštevane) smo se odločili obravnavati kot rotacijski vektor, ker so na ta način transformirane točke sigma manj razpršene okoli trenutne ocenjene rotacije, kot če bi uporabili alternativno metodo predstavitve šuma z vektorskim delom kvaterniona [64]:



Slika 5.2: Shematski prikaz delovanja rotacijskega dela filtra NKF

$$\delta\hat{\boldsymbol{q}}^+_{i,k-1} = \begin{bmatrix} \cos\left(\dfrac{\left|\xi_{i,k-1}\right|}{2}\right) & \xi_{i,k-1}\dfrac{\sin\left(\dfrac{\left|\xi_{i,k-1}\right|}{2}\right)}{\left|\xi_{i,k-1}\right|} \end{bmatrix}, \tag{5.19}$$

kjer $\boldsymbol{\xi}_{i,k-1} = \gamma\sqrt{\boldsymbol{P}_{k-1} + \boldsymbol{Q}_{k-1}}$ predstavlja trikomponentni šumni vektor *i*-tega stolpca na desni strani izračunane matrike in $\delta\hat{\boldsymbol{q}}^+_{i,k-1}$ kvaternion napake. Kot je razvidno iz zgornjih enačb, smo se odločili vgraditi procesni šum s kovarianco $\boldsymbol{Q}_{k-1}$ pred preslikavo skozi procesni model. V izogib uporabi seštevanja in skalarnega množenja v domeni enotskih kvaternionov smo točke sigma tvorili s kvaternionskim množenjem - kvaternion napake $\delta\hat{\boldsymbol{q}}^+_{i,k-1}$ smo množili s trenutno oceno rotacijskega kvaterniona $\hat{\boldsymbol{q}}^+_{k-1}$:

$$^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k-1} = \delta\hat{\boldsymbol{q}}^+_{i,k-1} \otimes \hat{\boldsymbol{q}}^+_{k-1}, \tag{5.20}$$

kjer $^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k-1}$ označuje posamezne rezultirajoče *i*-te kvaternionske točke sigma in operator $\otimes$ kvaternionsko množenje. Ob uporabi tako kvaternionske napake kot njenega inverza za sestavo nabora kvaternionskih točk sigma zagotovimo enakomerno porazdelitev točk, ležečih na enotski krogli, okoli trenutno ocenjenega kvaterniona:

$$ {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{k-1} = \left[\hat{\boldsymbol{q}}^{+}_{k-1} \quad \delta\hat{\boldsymbol{q}}^{+}_{i,k-1} \otimes \hat{\boldsymbol{q}}^{+}_{i,k-1} \quad \left(\delta\hat{\boldsymbol{q}}^{+}_{i,k-1}\right)^{-1} \otimes \hat{\boldsymbol{q}}^{+}_{i,k-1} \right], \tag{5.21} $$

kjer $\boldsymbol{\chi}^{\mathrm{q}}_{k-1}$ označuje nabor točk sigma rotacijskega dela vektorja stanj napak SDINS.

V kombiniranem translacijsko-rotacijskem filtru NKF, ki ga uporabljamo v našem sistemu, je potrebno tvoriti (2*n* + 1) točk sigma, kar pomeni, da je potrebno ob uporabi zapisa rotacijskega vektorja tvoriti 19 točk sigma (n = 9). Nabor rezultirajočih kvaternionskih točk sigma se nato preslika skozi čas preko rotacijskega dela procesnega modela ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{f}$, s čemer dobimo naknadni nabor točk sigma ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_k$:

$$ {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k} = {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{f}\left({}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k-1}, k\right), \tag{5.22} $$

kjer *i* označuje *i*-ti stolpec pripadajočega nabora točk sigma. Ker smo procesni šum že predhodno vgradili v točke sigma in je zato predstavljen preko porazdelitve le-teh, v zgornji enačbi ni potrebno uporabiti dodatnega šumnega člena.

Napovedani povprečni kvaternionski del vektorja stanj napak ${}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}^{-}_k$ je iz nabora točk sigma določen kot težiščno povprečje z renormalizacijo (ang. *barycentric mean with renormalization*) [64]:

$$ {}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}^{-}_k = \frac{\sum_{i=0}^{2n} {}^{\mathrm{q}}W_i \cdot \boldsymbol{\chi}_{i,k}}{\left|\sum_{i=0}^{2n} {}^{\mathrm{q}}W_i \cdot \boldsymbol{\chi}_{i,k}\right|}, \tag{5.23} $$

Pripadajočo napovedano rotacijsko kovarianco ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{P}^{-}_k$ izračunamo tako, da najprej najdemo razdaljo λ_i med posameznim kvaternionom sigma in napovedanim povprečnim kvaternionom:

$$ \boldsymbol{\Lambda}_{i,k} = {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k} \otimes \left({}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}^{-}_k\right)^{-1}. \tag{5.24} $$

Vsako kvaternionsko razdaljo $\lambda_{i,k}$ nato pretvorimo v enakovredni vektor rotacijske razdalje:

$$\boldsymbol{\xi}_{i,k} = \frac{\boldsymbol{\Lambda}'_{i,k}\left|\boldsymbol{\xi}_{i,k}\right|}{\sin\left(\frac{\left|\boldsymbol{\xi}_{i,k}\right|}{2}\right)}, \tag{5.25}$$

kjer $\boldsymbol{\Lambda}'_{i,k}$ označuje trikomponentni imaginarni del kvaternionske razdalje $\boldsymbol{\Lambda}_{i,k}$ in je norma vektorja rotacijske razdalje podana z:

$$\left|\boldsymbol{\xi}_{i,k}\right| = 2\arccos(\boldsymbol{\Lambda}^0_{i,k}), \tag{5.26}$$

kjer $\boldsymbol{\Lambda}^0_{i,k}$ označuje realni del kvaternionske razdalje $\boldsymbol{\Lambda}_{i,k}$. Napovedano kovarianco $\boldsymbol{P}_k^-$ rotacijskega dela NKF izračunamo z [64]:

$${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i \boldsymbol{\xi}_{i,k} (\boldsymbol{\xi}_{i,k})^{\mathrm{T}}, \tag{5.27}$$

kjer smo enačbe za uteži W_i predstavili že v razdelku o translacijskem filtru NKF (5.8 - 5.10).

S preslikavo kvaternionskih točk sigma ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k}$ skozi meritveni model ***h*** dobimo meritvene točke sigma ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\gamma}_{i,k}$:

$${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\gamma}_{i,k} = \boldsymbol{h}\left({}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k}, k\right) \qquad i = 1, \cdots, 2n+1, \tag{5.28}$$

ki tvorijo stolpce matrike ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\gamma}_k$. S ponovno uporabo metode težiščnega povprečja in renormalizacije izračunamo napovedani opazovalni kvaternion [64]:

$${}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{y}}_k^- = \frac{\sum_{i=0}^{2n} {}^{\mathrm{q}}W_i \cdot {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\gamma}_{i,k}}{\left|\sum_{i=0}^{2n} {}^{\mathrm{q}}W_i \cdot {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\gamma}_{i,k}\right|}. \tag{5.29}$$

Napovedano izhodno kovarianco ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{yy}}$ izračunamo preko postopka, analognega tistemu za izračun napovedane kovariance ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{P}_k^-$, ko najprej izračunamo kvaternionske razdalje ${}_y\lambda_i$:

$${}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\Lambda}_{i,k} = {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\gamma}_{i,k} \otimes \left({}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{y}}_k^-\right)^{-1}, \tag{5.29}$$

ki jim potem določimo enakovredne vektorje rotacijske razdalje:

$$ {}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k} = \frac{{}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\Lambda}'_{i,k} \left| {}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k} \right|}{\sin\left(\frac{\left| {}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k} \right|}{2} \right)}, \tag{5.30} $$

kjer ${}_{y}\boldsymbol{\Lambda}'_{i,k}$ označuje trikomponentni imaginarni del kvaternionske razdalje ${}_{y}\boldsymbol{\Lambda}_{i,k}$ in je norma vektorja rotacijske razdalje $\left| {}_{y}\xi_{i,k} \right|$ podana z:

$$ \left| {}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k} \right| = 2\arccos({}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\Lambda}^{0}_{i,k}), \tag{5.31} $$

kjer ${}_{y}\boldsymbol{\Lambda}^{0}_{i,k}$ označuje realni del kvaternionske razdalje ${}_{y}\boldsymbol{\Lambda}_{i,k}$. Napovedano opazovalno kovarianco končno določimo z upoštevanjem zgoraj izračunane vektorske rotacijske razdalje ${}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k}$ [64]:

$$ {}^{\mathrm{q}}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{P}^{-}_{k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i \, {}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k} ({}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k})^{\mathrm{T}}. \tag{5.32} $$

5.3 Pomožne meritve

Namen Kalmanovega filtra je optimalno ocenjevanje stanja sistema glede na njegov model in na meritve posredno ali neposredno dosegljivih spremenljivk stanj sistema. V inercijskih navigacijskih sistemih se inercijske meritve ne uporabljajo v smislu meritev v Kalmanovem filtru, ampak za določitev referenčne trajektorije stanja sistema. Šele ostale pomožne, neinercijske meritve (ang. *aiding measurements*) se v Kalmanovem filtru uporabijo kot meritve, s katerimi lahko popravljamo *a priori* ocenjeno stanje sistema, ki nam v primeru komplemenarnega filtra predstavlja navigacijske napake.

V našem sistemu uporabljamo sledeče vire pomožnih meritev, ki predstavljajo vsak svoj meritveni način v NKF:

- osvežitev ničelne hitrosti - hitrostne psevdomeritve ZUPT,
- vizualne meritve pozicije ARTK in

- meritve kurza (ang. *heading*) magnetnega kompasa.

Vsak zgoraj našteti meritveni način uporablja svojo lastno opazovalno matriko $\boldsymbol{H}_k$, s katero iz vektorja stanj napak vsakokrat izbiramo ustrezna stanja napak: tako v meritvenem načinu ZUPT z matriko $\boldsymbol{H}_k$ izberemo v vektorju stanj stanja hitrosti, v pozicijskem merskem načinu ARTK izberemo stanja pozicije, medtem ko v načinu meritve kurza izberemo 4 kvaternionska stanja rotacije, ki jih pretvorimo v rotacijske vektorje med izračunavanjem točk sigma v filtru NKF. Omenjeno pretvarjanje med devetimi in desetimi stanji je potrebno zaradi izračunavanja rotacijske kovariance v rotacijskem delu filtra NKF, ki smo ga opisali v Poglavju 5.2 [67].

Glede na to, da v navigacijskem sistemu uporabljamo komplementarni filter NKF, moramo na tem mestu poudariti, da pomožna meritev, ki jo posredujemo filtru NKF, predstavlja diferenčno veličino (razliko v širšem pomenu besede) $\delta \boldsymbol{z}_k$, torej napako med posamezno dejansko pomožno meritvijo in pripadajočo veličino v totalnem vektorju stanj algoritma SDINS.

V naslednjih podrazdelkih podrobneje predstavimo načine izvajanja in uporabo posameznih pomožnih meritev v navigacijskem sistemu.

5.3.1 ZUPT psevdomeritve hitrosti

Psevdomeritve hitrosti, temelječe na ZUPT, so predpostavljene meritve ničelne hitrosti stopala, opravljene, ko je stopalo, opremljeno z IME, nepremično na tleh. Predpona psevdo se uporablja zaradi predpostavljene ničelne vrednosti vektorja translacijske hitrosti, ne da bi se meritev hitrosti stopala dejansko opravila. Če je proženje meritvenega načina ZUPT pravilno izvedeno, je predpostavka o ničelni hitrosti zelo dober približek dejanskega stanja hitrosti in z njenim upoštevanjem lahko preko komplementarnega filtra NKF izničimo večji del nakopičenih napak v navigacijskem algoritmu SDINS, ki operira z meritvami nizkocenovnega IME. Uporaba ničelnih psevdomeritev ZUPT v filtru NKF namesto ponastavitve stanj hitrosti v navigacijskem algoritmu SDINS na nič privede do bistvene prednosti: nakopičene navigacijske napake se v večji meri retroaktivno popravijo v celotnem vektorju stanj preko korelacij, razvitih med posameznimi stanji v kovariančni matriki sistema. Tako se na primer preko gravitacijskega vektorja, ki nastopa v enačbah sistema, popravi virtualni naklon koordinatnega sistema IME v algoritmu SDINS (naklon analitične platforme), če NKF preko ZUPT ugotovi odstopanje vektorja hitrosti.

Za proženje ZUPT je mogoče uporabiti izhode pospeškometrov ali žiroskopov, vgrajenih v IME, možno pa je tudi posluževanje drugih prijemov, ki izkoriščajo v sistem vgrajeno dodatno strojno opremo (npr. uporaba stikala v podplatu čevlja). Mi smo se odločili za prvo, enostavnejšo in ravno tako dobro delujočo rešitev, ki izkorišča obstoječe senzorje, podobno kot je to izvedel Foxlin v [29]. Preko empiričnih poskusov smo prišli do zaključka, da se za proženje meritvenega načina ZUPT lahko omejimo na uporabo izključno žiroskopskih meritev, torej ne tudi meritev pospeškometrov, ne da bi to negativno vplivalo na kakovost proženja. Žiroskopske meritve so namreč dovolj stabilne v času, ko je stopalo v stiku s tlemi, in hkrati dovolj dinamične, da lahko dovolj hitro ugotovimo, da se je stopalo začelo premikati, in pravočasno prekinemo izvajanje meritvenega načina ZUPT.

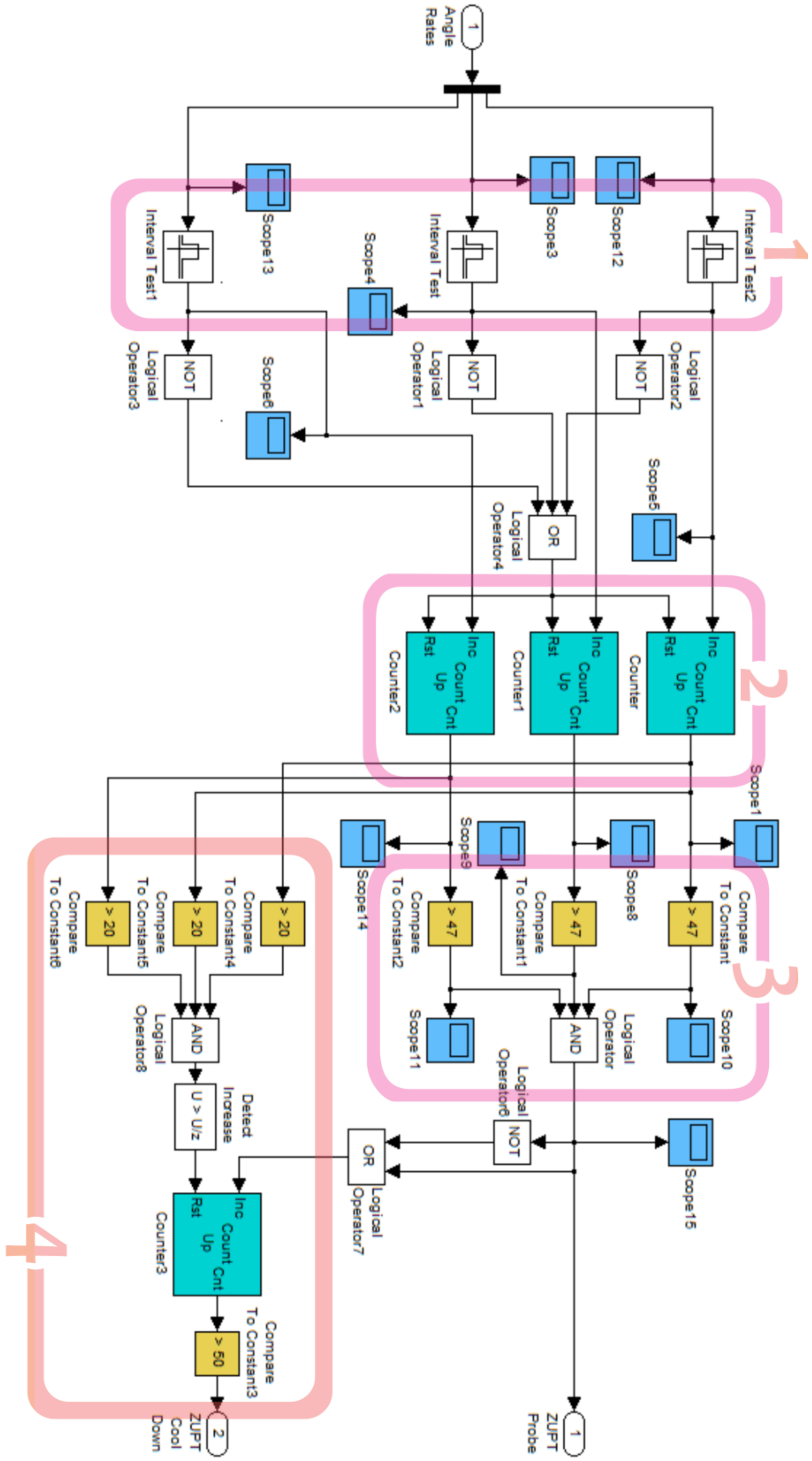
Prožilnik ZUPT, prikazan na Sliki 5.3, je izveden na naslednji način: najprej se ugotovi, če meritve žiroskopov (ang. *angle rates*), od katerih je že odšteta napaka vklopnega odstopanja, ležijo znotraj intervala, ki naj bi predstavljal tipičen razpon kotnih hitrosti stopala, ko je le-to uprto v tla (območje, označeno s številko 1 na sliki). Nadalje, ob vsaki meritvi IME, ko izhod posameznega žiroskopa leži znotraj izbranega intervala kotnih hitrosti, povečamo vrednost pripadajočega števca *n* za 1 (območje, označeno s številko 2 na sliki). Ko vsi trije števci prekoračijo prag n_{ZUPT}, kar pomeni, da je stopalo negibno na tleh dlje kot $T_{\mathrm{ZUPT}} = n_{\mathrm{ZUPT}} \cdot (1/F_s)$, preide prožilnik ZUPT na logično enico in s tem vklopi meritveni način ZUPT v filtru NKF (območje, označeno s številko 3 na sliki). Izhod iz meritvenega načina ZUPT, s prehodom signala prožilnika ZUPT na logično ničlo, se zgodi ob prvi meritvi kateregakoli žiroskopa, ki izstopi iz zgoraj definiranega intervala meritev, saj to pomeni, da se je stopalo začelo premikati. V Sliko 5.3 je vključena tudi simulacijska shema za določanje proženja inhibicijskega signala meritvenega načina ARTK (območje, označeno s številko 4 na sliki). S tem signalom onemogočimo izvajanje meritev ARTK v času, ko je noga z markerjem v fazi izvajanja koraka, in so meritve ARTK neuporabne. Tudi ta simulacijski blok uporablja za svoje delovanje izključno žiroskopske meritve kotnih hitrosti.

Ker meritve translacijskih hitrosti, kamor uvrščamo psevdomeritve ZUPT, pripadajo evklidskemu vektorskemu prostoru, pridemo do pomožne meritve $\delta^{\mathrm{v}}\boldsymbol{z}_k$, ki jo posredujemo naprej filtru NKF, z aritmetičnim odštevanjem:

$$\delta^{\mathrm{v}}\boldsymbol{z}_k = {}^{\mathrm{ZUPT}}\boldsymbol{z}_k - {}^{\mathrm{ZUPT}}\boldsymbol{H} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}, \tag{5.33}$$

kjer ${}^{\mathrm{ZUPT}}\boldsymbol{z}_k$ označuje psevdomeritev ničelne hitrosti ob koraku *k*, ${}^{\mathrm{ZUPT}}\boldsymbol{H}_k$ opazovalno matriko meritvenega načina ZUPT in $\hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}$ trenutni totalni vektor stanja algortima SDINS ob času *k*. Ker so psevdomeritve ZUPT ${}^{\mathrm{ZUPT}}\boldsymbol{z}_k$ ničelne, lahko enačbo (5.33) poenostavljeno zapišemo kot:

$$\delta^{\mathrm{v}}\boldsymbol{z}_k = - {}^{\mathrm{ZUPT}}\boldsymbol{H} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}^{-}_{k(\mathrm{SDINS})}. \tag{5.34}$$



Slika 5.3: Simulacijski blok za določanje proženja meritvenega načina ZUPT (1-3) in določanje inhibicijskega signala za meritveni način ARTK (4)

5.3.2 Meritve pozicije ARTK

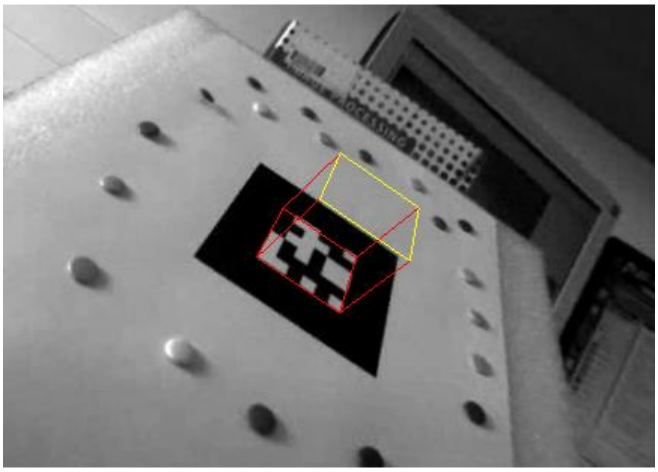
Z meritvami pozicije ARTK omejimo neželeno inherentno lastnost navigacijskega sistema SDINS, da se napaka njegove izračunane pozicije kubično povečuje skozi čas. V sklopu raziskav o možnostih vključitve dodatnih pomožnih senzorjev v sistem PDR smo pred tem poizkusili izvesti dve ideji, ki sta se izkazali za neuporabni.

Najprej smo poizkusili prenesti način delovanja zvezdnega sledilnika, ki se uporablja za merjenje orientacije satelitov, na trdna tla. S knjižnico ARToolKitPlus smo želeli meriti orientacijo markerja na sliki in jo posredovati filtru NKF kot meritev prostorske orientacije v obliki rotacijskega kvaterniona, vendar se je preko začetnih poskusov izkazalo, da pride v tako kratkem času, kot traja človeški korak, nakopičena napaka orientacije premalo do izraza, da bi jo lahko z uporabo ARToolKitPlus knjižnice preko komplementarnega filtra NKF učinkovito popravljali.

Druga ideja je bila merjenje hitrosti z odvajanjem izmerjenih pozicij ARToolKitPlus, s čemer bi dobili vir pomožnih meritev hitrosti med zibom noge. V tem primeru se je pojavilo več težav. Prva nastopi zaradi dejstva, da IME izvaja meritve s približno desetkrat višjo frekvenco kot kamera in posledično tudi algoritem SDINS izračunava hitrost z isto frekvenco kot IME. Meritev hitrosti, pridobljena z ARToolKitPlus, bi tako predstavljala povprečje desetih vrednosti hitrosti, izračunanih z SDINS, kar bi onemogočalo učinkovito delovanje NKF. Nadalje se je izkazalo, da operacija odvajanja pozicije močno ojača napake meritev pozicije ARToolKitPlus. Poleg tega je potrebno za pridobitev ene meritve hitrosti uporabiti dve meritvi pozicije, kar v primerih posameznih zavrženih meritev ARToolKitPlus privede do slabega izkoristka meritev ARToolKitPlus, ki jih med izvajanjem posameznega koraka ob uporabi kamere s frekvenco zajemanja 15 Hz ni veliko.

Odločili smo se zato poizkusiti izkoristiti ojačenje rotacijske napake SDINS, ki ga povzroča gravitacija preko pozicije. Napaka vodoravnega pospeška znaša namreč 9,81 m/s^2, pomnoženo z rotacijsko napako v radianih. Dvojna integracija te naraščajoče kotne napake povzroča napako pozicioniranja, ki kubično narašča skozi čas. Z upoštevanjem meritev lege ARToolKitPlus, ki smo jih nato kot meritve pozicije posredovali komplementarnemu NKF, smo uspeli napako pozicioniranja SDINS pri daljših časih integriranja omejiti.

ARToolKitPlus je knjižnica, ki se večinoma uporablja v sistemih obogatne resničnosti (ang. *Augmented Reality*, AR). Ob pravilno izvedeni predhodni kalibraciji kamere oz. objektiva knjižnica ARToolKitPlus omogoča ugotavljanje lege markerja v prostoru iz video posnetka. Nadalje lahko meritev lege markerja v sliki z ARToolKitPlus preverimo tako, da nadenj narišemo sintetično tvorjeni 3D objekt v legi, ki je soodvisna z lego fizičnega markerja v sliki. Primer umetno tvorjene žičnate kocke, ki sovpada z robovi markerja, prikazuje Slika 5.4:



Slika 5.4: Primer umetno tvorjene žičnate kocke, postavljene v sliki nad fizični marker z njemu identično orientacijo

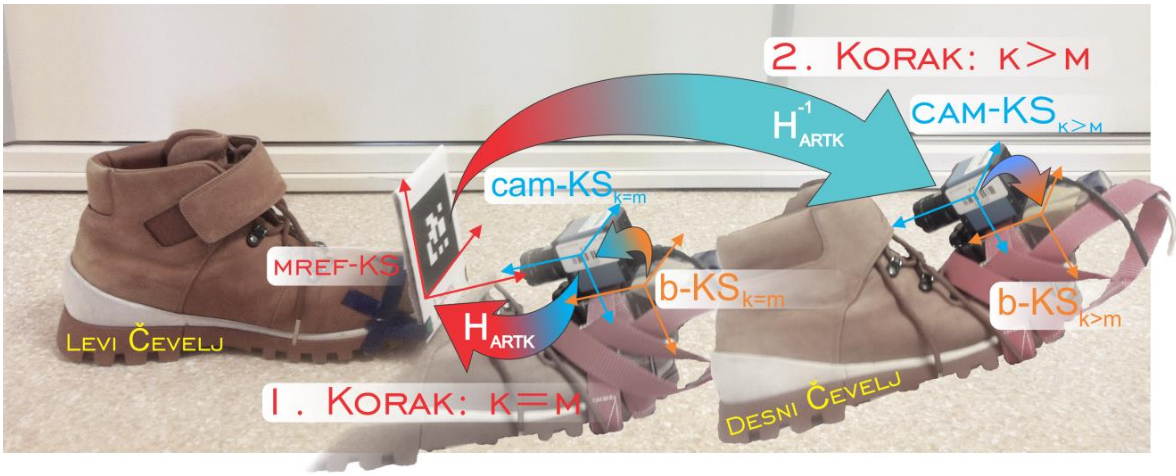
Meritveni način ARTK, s katerim izvajamo pomožne meritve pozicije, predstavlja inovativen način merjenja pozicije hodečega uporabnika. Bistvena prednost našega pristopa pred večino ostalih predstavljenih izboljšav navigacije SDINS hodečih uporabnikov je v neodvisnosti meritev od okolja, saj naš sistem uporablja vizualni marker, ki ga uporabnik prenaša med hojo s sabo, pritrjenega na nasprotnem čevlju. Merjenje pozicije na način, da uporabimo kot meritveno referenco v času predhodno izračunano lego SDINS (in znano prostorsko razmerje med kamero in IME), omogoči, da omejimo s tretjo potenco naraščajočo napako pozicije na neko manjšo, od časa veliko bolj neodvisno vrednost. Ta vrednost naj bi bila vsota napake izračunane pozicije SDINS (orientacije v manjši meri) do trenutka, ko kamera prvič v koraku zazna marker, in napake vizualne meritve knjižnice ARToolKitPlus [68]. Ravno zato naj bi prišlo izboljšanje navigacijske rešitve še posebej do izraza pri daljših integracijskih časih algoritma SDINS, kot se to dogaja npr. pri počasni hoji.

Postopek transformiranja koordinatnih sistemov, preko katerega pridemo do pozicije ARTK, ki jo posredujemo filtru NKF, je dvostopenjski proces (Slika 5.5):

1. Ko ARToolKitPlus med zibom noge v sliki prvič razpozna marker, se izračuna njegovo lego z upoštevanjem lege KS IME, izražene v navigacijskem KS, znanega prostorskega razmerja med IME in kamero ter trenutne meritve ARToolKitPlus markerjeve lege v kamerinem KS. Imenujmo tako dobljeni koordinatni sistem prvega v koraku razpoznanega markerja *KS referenčega markerja* (mref-KS).

2. Ko je KS referenčnega markerja enkrat določen, se računsko sosledje obrne glede na prvo točko procesa. Z matričnim inverzom izhodne homogene transformacijske matrike ARToolkitPlus preidemo iz predhodno določenega mref-KS, izraženega v navigacijskem KS, v KS kamere in ponovno, z upoštevanjem znanega prostorskega razmerja med IME in kamero, lahko izračunamo iskano homogeno transformacijsko matriko, ki opisuje lego KS IME v navigacijskem KS.

Kot smo že omenili, v našem sistemu izvajamo vizualne meritve prostorske lege markerja z uporabo prosto dostopne in široko uporabljane knjižnice ARToolKitPlus, ki temelji na algoritmu ocenjevanja lege, ki sta ga predstavila Schweighofer in Pinz v [69]. Preden smo lahko zajeto sliko ustrezno uporabili kot meritev, je bilo potrebno kamero kalibrirati zaradi kompenzacije napak leče objektiva. Z uporabo *Camera Calibration Toolbox* za MATLAB in natisnjene šahovnice smo določili notranje (ang. *intrinsic*) parametre skupka kamera-leča in izravnali zajete slike, preden smo jih posredovali v obdelavo knjižnici ARToolKitPlus.



Slika 5.5: Prikaz dvostopenjskega procesa izračunavanja pomožne meritve pozicije ARTK

Skupna značilnost sistemov obogatene resničnosti za vizualno ugotavljanje lege markerjev so njihove funkcije napake zaradi zornega kota v obliki črke W [70, 71]. Marker smo zato na uporabnikov čevelj poskušali postaviti na tak način, da bi med celotnim gibom noge ostal izven področij nižje natančnosti, kajti ne samo pozicija, temveč celotna informacija o legi (torej vključno z orientacijo), ki jo podaja ARToolKitPlus, se kasneje uporabi v izračunih. Posledično smo marker glede na smer hoje za nekaj stopinj obrnili okoli zasučne (navpične) osi proti kameri in ga okoli njegove vodoravne osi nagnili nekoliko navzgor.

V našem sistemu je kamera togo pričvrščena na ohišje IME. Z uporabo kalibracijskega algoritma, ki so ga razvili Hol *in sod.* [72], je mogoče natančno določiti oceno relativnega prostorskega razmerja med KS kamere in KS IME, vendar smo se v našem primeru odločili uporabiti enostavnejši, a kljub temu učinkovit pristop. V prvem koraku smo predpostavili, da so si osi kamere in IME povsem vzporedne ali pravokotne. Razdalje med središčem IME in slikovnim senzorjem kamere smo na desetniko milimetra natančno izmerili s kljunastim merilom. Po posameznih oseh, izražene v KS kamere, znašajo:

$$\begin{aligned} \Delta x_{\mathrm{CAM}} &= 0{,}75\ \mathrm{cm}, \\ \Delta y_{\mathrm{CAM}} &= -4{,}70\ \mathrm{cm}, \\ \Delta z_{\mathrm{CAM}} &= 0{,}00\ \mathrm{cm}. \end{aligned} \tag{5.35}$$

Z njimi lahko tvorimo homogeno transformacijsko translacijsko matriko, ki jo poimenujemo ${}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_{cam}^{IMU}$. Glede na izbrano postavitev in uporabljeno predpostavko o pravokotnosti ali vzporednosti osi znaša rotacijska matrika $\boldsymbol{DCM}_{IME}^{cam}$ za prehod iz IME KS v KS kamere:

$$\boldsymbol{DCM}_{IME}^{cam} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{5.36}$$

Z znanimi rotacijskimi in translacijskimi razmerji med b-KS in cam-KS smo lahko določili homogene transformacijske matrike za izvajanje prehajanja iz enega koordinatnega sistema v drugega in obratno.

Transformacijo koordinatnih sistemov iz prve točke ARTK procesa, prikazanega na Sliki 5.5, s katero zapišemo KS referenčnega markerja v navigacijskem KS, opisuje naslednja enačba:

$$\boldsymbol{KS}_{\mathrm{nav}} = (\boldsymbol{H}_{\mathrm{IME}}^{\mathrm{nav}})^{\mathrm{T}} \cdot {}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{cam}}^{\mathrm{IME}} \cdot {}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Rot}_{\mathrm{z}}(90°) \cdot {}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Rot}_{\mathrm{x}}(90°) \cdot \boldsymbol{H}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{cam}} \cdot \boldsymbol{KS}_{\mathrm{mref}}. \tag{5.37}$$

Z upoštevanjem enačbe, ki opisuje drugo točko ARTK procesa, pridemo do zapisa b-KS v KS referenčnega markerja:

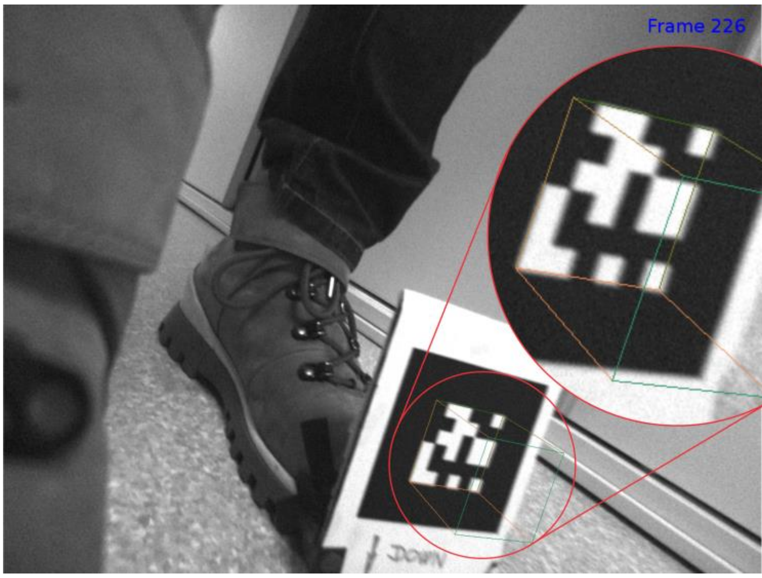
$$\boldsymbol{KS}_{\mathrm{mref}} = (\boldsymbol{H}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{cam}})^{-1} \cdot {}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Rot}_{\mathrm{z}}(-90°) \cdot {}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Rot}_{\mathrm{y}}(-90°) \cdot {}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{cam}}^{\mathrm{IME}} \cdot \boldsymbol{KS}_{\mathrm{IME}}. \tag{5.38}$$

V meritvenem načinu ARTK je komplementarna meritev $\delta^{\mathrm{r}}\boldsymbol{z}_k$, ki jo posredujemo filtru NKF, enaka razliki med pozicijo IME, ki jo dobimo preko ARToolKitPlus meritve, in pozicijo, ki jo v tistem trenutku ocenjuje navigacijski algoritem SIDNS:

$$\delta^{\mathrm{r}}\boldsymbol{z}_k = {}^{\mathrm{ARTK}}\boldsymbol{z}_k - {}^{\mathrm{ARTK}}\boldsymbol{H} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}, \tag{5.39}$$

kjer ${}^{\mathrm{ARTK}}\boldsymbol{z}_k$ označuje vizualno pomožno meritev pozicije ARToolKitPlus ob časovnem koraku *k*, ${}^{\mathrm{ARTK}}\boldsymbol{H}_k$ opazovalno matriko meritvenega načina ARTK in $\hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}$ trenutni totalni vektor stanja algoritma SDINS ob času *k*.

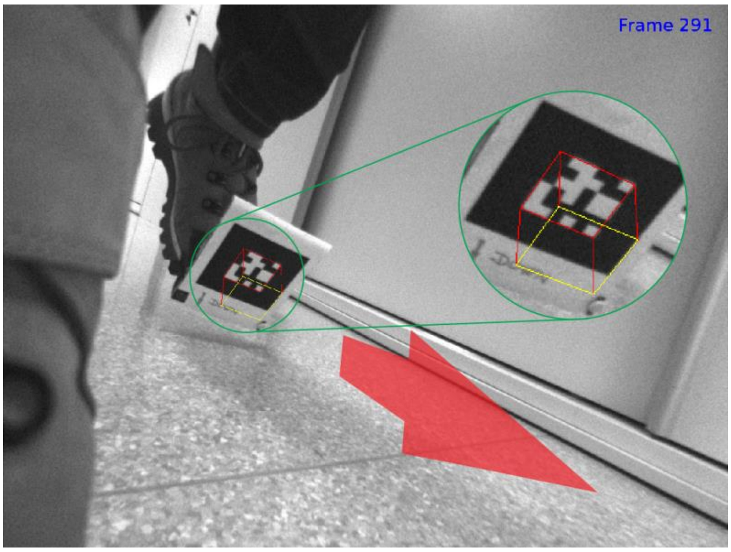
V nadaljevanju posvetimo nekoliko pozornosti proženju meritvenega načina ARTK. Ob izrisovanju umetno tvorjenih žičnatih modelov kock v pripadajoče slike iz podatkov, pridobljenih z opravljanjem meritev ARToolKitPlus, smo opazili, da se kocke, tvorjene iz meritev ARToolKitPlus z nizkim faktorjem zaupanja, slabše prilegajo markerju na sliki (Slika 5.6), kar pomeni, da so meritve lege markerja, opravljene z ARToolKitPlus na teh slikah, slabše kakovosti. Ker prihaja do takih meritev relativno redko, smo se jih odločili zavreči in uporabiti le meritve ARToolKitPlus z visokim faktorjem zaupanja.



Slika 5.6: Primer zavržene meritve ARToolKitPlus zaradi slabo ugotovljene lege markerja – umetno tvorjena žičnata kocka se pri meritvi z nizkim faktorjem zaupanja slabo prilega robovom markerja, kar je nekoliko opazno na njegovem spodnjem, predvsem pa na desnem robu

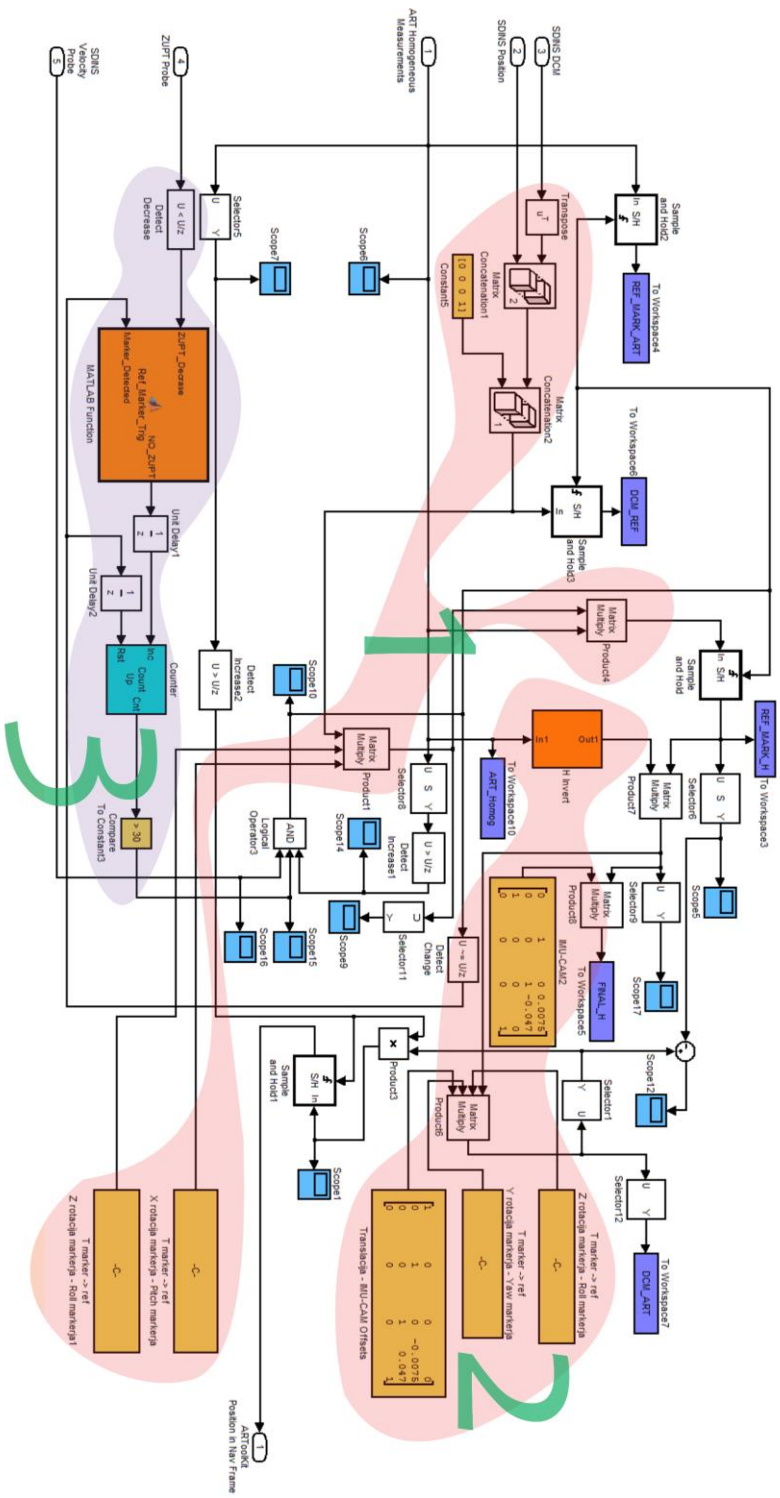
Meritveni način ARTK naj bi se prožil izključno takrat, ko je z markerjem opremljena noga nepremično uprta v tla, zato da se lahko med gibanjem druge noge, opremljene z IMEKK (skupek IME, kamere in kompasa), meritve ARToolKitPlus opravijo dovolj natančno. Vendar so meritve ARToolKitPlus mnogokrat izvedene tudi med izvajanjem koraka z nogo, opremljeno z markerjem, tik preden se proži kurzni meritveni način in takoj za njim še meritveni način ZUPT (Slika 5.7). Take meritve, čeprav so lahko povsem kvalitetno izvedene, je ravno tako potrebno zavreči, zaradi česar smo se odločili v prožilniku meritvenega načina ARTK uporabiti hitrostni prag - če je izračunana hitrost IMEKK enote nižja od empirično določene vrednosti, potem je proženje meritvenega načina ARTK v filtru NKF prekinjeno, saj to pomeni, da je noga, opremljena z IMEKK, v *oporni fazi* koraka. Tak pristop filtriranja proženja je primeren za širok spekter gibanj, vendar odpove, če bi slučajno uporabnik hotel nogo, opremljeno z IMEKK, zadržati negibno v zraku. V takih primerih bi bilo potrebno poseči po alternativnem filtrirnem pristopu proženja, npr. z upoštevanjem izračunane višine SDINS ali z uporabo čevlja z vgrajenim stikalom v podplatu.

Algoritem ARTK predpostavlja, da se marker med oporno fazo stopala, na katerem je pritrjen, ne premika, saj vsak njegov premik med izvajanjem meritev ARTK negativno vpliva na točnost meritve. Nepremičnost markerja smo zato med izvajanjem poskusov preverjali s pregledovanjem video posnetkov. V primeru nadaljnjega razvoja sistema bi bilo potrebno uporabiti mehanizem za detekcijo ali kompenzacijo neželenih premikov markerja.



Slika 5.7: Primer s hitrostnim pragom zavržene, sicer natančno izvedene meritve ARToolKitPlus, ko ARToolKitPlus opravi meritev na premikajočem se markerju

Slika 5.8 prikazuje simulacijski blok ARTK za izračunavanje pozicije središča IME v navigacijskem KS iz meritev lege markerja ARToolKitPlus. Kot lahko razberemo iz slike, potrebuje blok ARTK poleg meritev lege markerja ARToolKitPlus še izračunano pozicijo SDINS, izračunano orientacijo SDINS, prožilni signal ZUPT in pragovni signal hitrosti SDINS. S številko 1 je na sliki označena prva stopnja procesa izračunavanja pozicije ARTK, torej določanje lege referenčnega markerja (enačba 5.37). Območje, označeno s številko 2, zajema drugo stopnjo procesa, ko z upoštevanjem meritev ARToolKitPlus preidemo iz pozicije IME, izražene v mref-KS, v pozicijo IME, izraženo v navigacijskem KS (enačba 5.38). S številko 3 označeno območje na sliki 5.8 vsebuje simulacijske bloke, s katerimi izvajamo zaviranje proženja meritvenega načina ARTK ob začetku izvajanja navigacije, če ni pred tem prišlo do izklopa meritvenega načina ZUPT (blok *Detect Decrease* na sliki 5.8). Ob začetku gibanja se namreč največkrat zgodi, da kamera zagleda mirujoč marker, ki se začne nato premikati, kar ponovno predstavlja neuporabno meritev. Sosledje dogodkov je podobno tistemu na sliki 5.7, z razliko v tem, da sta na začetku navigacije obe nogi nepremično uprti v tla, zaradi česar bi se brez uporabe blokov območja 3 hkrati vklopila meritvena načina ZUPT in ARTK.



Slika 5.8: Simulacijski blok ARTK za izračunavanje pozicije središča IME v navigacijskem KS iz meritev lege markerja ARToolKitPlus

5.3.3 Magnetne meritve kurza

Napaka kota kurza in z njim povezana napaka pristranskosti zasučnega žiroskopa sta edini veličini, ki nista observabilni preko psevdomeritev ZUPT, in ju zato s filtrom NKF ne moremo ocenjevati. Pri navigaciji v zaprtih prostorih je mogoče ta problem rešiti z uporabo natančnejšega žiroskopa na zasučni osi ali z uporabo magnetnega kompasa. Za naš sistem smo se odločili uporabiti slednjo rešitev, ki je od prve cenejša, je pa dovzetna na lokalne spremembe magnetnega polja, kar ni redek pojav v notranjosti stavb. Za okoljske magnetne perturbacije je značilen t.i. *barvni*, korelirani šum, kar pomeni, da bi prepogosta uporaba meritev kurza s kompasom v realnih razmerah lahko navigacijsko rešitev odmaknila od resnične vrednosti, kljub pravilno izvedeni kalibraciji kompasa. Da bi vpliv barvnega šuma v magnetnih meritvah kurza v največji meri zmanjšali, smo se odločili izvajati kurzne meritve le enkrat v vsakem koraku, tako kot je predlagal Foxlin v [29]. Na ta način dobimo veliko manj korelirane meritve, kot če bi kurz merili pogosteje, npr. večkrat na sekundo. V našem sistemu smo se odločili izvesti meritev kurza ob vsakem prvem proženju meritvenega načina ZUPT v posameznem koraku, ko naj bi se kompasova meritev kurza že uspela stabilizirati.

V meritvenem načinu magnetnih meritev kurza imamo opravka z rotacijskimi meritvami, predstavljenimi z enotskimi kvaternioni. To privede do težav pri določanju komplementarnih meritev, saj enotski kvaternioni niso matematično zaprti za odštevanje. V našem sistemu smo se zato odločili uporabiti pristop, ki temelji na kvaternionskem množenju, da bi lahko prišli do meritve napake kurza, ki jo je potrebno posredovati komplementarnemu filtru NKF. Ideja je iz kvaterniona orientacije SDINS $\boldsymbol{q}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{p}}$ najprej izločiti kurz in ga nato odšteti od tistega, ki ga izmeri kompas, in razliko v kurzu v kvaternionski obliki predstaviti komplementarnemu filtru NKF. Z uporabo kvaternionskega množenja smo zgoraj opisan postopek izvedli z enačbo:

$$\delta^{\mathrm{q}}\boldsymbol{z}_k = \left({}^{\mathrm{HDG}}\boldsymbol{H} \cdot {}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}\right) \otimes {}^{\mathrm{HDG}}\boldsymbol{z}_k^{-1}, \tag{5.40}$$

kjer ${}^{\mathrm{HDG}}\boldsymbol{z}_k$ označuje kombinirano orientacijo, sestavljeno iz napovedanega SDINS nagiba in naklona ter kompasove meritve kurza, ${}^{\mathrm{HDG}}\boldsymbol{H}_k$ opazovalno matriko kurznega meritvenega načina in $\delta^{\mathrm{q}}\boldsymbol{z}_k$ iskano kurzno rotacijsko napako med napovedanim kurzom in kurzom, ki ga izmeri magnetni kompas.

Opomnili bi, da so v kurznem meritvenem načinu kompasove meritve kurza posredovane filtru NKF kot kvaternionske meritve orientacije, zaradi česar je sicer splošno nelinearni meritveni model $\boldsymbol{h}_k$ v našem primeru predstavljen z linearno matrično preslikavo ${}^{\mathrm{HDG}}\boldsymbol{H}_k$, ki neposredno prezrcali kvaternionske orientacijske meritve v pripadajoča kvaternionska stanja vektorja stanj filtra NKF. Posledično vektorji rotacijske razdalje $\boldsymbol{\xi}_{i,k}$, izračunani iz kvaternionskih točk sigma ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\chi}_{i,k}$, pripadajo ravno tako tudi preslikanemu naboru sigma točk ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{\gamma}_{i,k}$. To lastnost bomo v nadaljevanju izkoristili pri izračunu križno korelacijske matrike (5.46).

5.3.4 Časovna sinhronizacija podatkovnih meritvenih tokov

Uporaba treh različnih meritvenih podatkovnih tokov - inercijskih meritev IME, vizualnih meritev lege ARTK in kurznih meritev magnetnega kompasa - privede do problematike njihove medsebojne časovne sinhronizacije. Najnatančnejša in najenostavnejša za uporabo bi bila strojno izvedena časovna sinhronizacija vseh treh podatkovnih tokov, podobno kot v [72]. Ker takega sistema nismo imeli pri roki in njegov razvoj v okviru disertacije ne bi bil smotrn, smo se odločili uporabiti bolj *ad-hoc* rešitev, ki nam jo je omogočilo dejstvo, da smo vse podatkovne tokove obdelovali naknadno, torej ne v dejanskem času. Stavke inercijskih meritev žiroskopov in pospeškometrov smo prebirali s frekvenco 156 Hz, video slike smo zajemali s fiksno frekvenco 15 Hz, meritve magnetnega kompasa pa z 20 Hz. Časovno sinhronizacijo smo izvedli tako, da smo medtem, ko smo hkrati zajemali vse tri podatkovne tokove, zavrteli celotno enoto IMEKK in hkrati pazili, da je bil med celotnim gibom marker ves čas v vidnem polju kamere. Ker so vizualni razpoznavalniki markerjev najnatančnejši pri rotacijah okoli nagibne (ang. *roll*) osi markerja (z os v KS kamere, t.j. optična os kamere, če gledamo marker čelno) [71], smo opravili sinhronizacijsko rotacijo okoli dotične osi. Zatem smo nad posnetimi inercijskimi meritvami uporabili navigacijski algoritem SDINS, tako da smo lahko izluščili orientacije IME, ki smo jih pretvorili v RPY (naklon, nagib, zasuk, ang. *Roll-Pitch-Yaw*) zapis orientacije. Za sinhronizacijo kompasovega toka meritev smo se poslužili njegovih meritev naklona, ki jih lahko v našem sistemu uporabljeni magnetni kompas Ocean Server pošilja v svojih izhodnih stavkih poleg kurznih. Na tej točki smo tako imeli tri različne podatkovne tokove, ki opisujejo isto veličino (nagib enote IMEKK) in ki so časovno zamaknjeni za neznan čas. Naslednji korak je predstavljalo časovno interpoliranje tokov z nižjo frekvenco vzorčenja (meritve orientacije ARTK in nagib kompasa) na frekvenco vzorčenja IME, tako da smo ohranili čim višjo natančnost končne časovne sinhronizacije. Da bi dobili gladkejše prevzorčene krivulje, smo uporabili kvadratično interpolacijo namesto linearne. Zadnji korak časovne sinhronizacije podatkovnih tokov je predstavljala določitev zakasnitev med posameznimi tokovi s primerjanjem odvodov orientacijskih krivulj vseh treh modalitet.

5.4 Kalmanovo ojačenje in enačbe meritvenega osveževanja

Do sedaj smo predstavili enačbe za izvedbo prve stopnje filtra NKF, t.i. enačbe *časovnega osveževanja*, in enačbe za pripravo komplementarnih meritev, ki jih posredujemo NKF. V nadaljevanju bomo predstavili drugi del filtra NKF, t.i. enačbe *meritvenega osveževanja* (ang. *measurement update*).

Inovacijsko kovarianco (ang. *innovation covariance*) $\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{vv}}$ izračunamo z enačbo:

$$\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{vv}} = \boldsymbol{P}_k^{\mathrm{yy}} + \boldsymbol{R}_k. \tag{5.41}$$

Ojačanje filtra κ_k izračunamo z enačbo [64]:

$$\boldsymbol{\kappa}_k = \boldsymbol{P}_k^{\mathrm{xy}} (\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{vv}})^{-1}, \tag{5.42}$$

kjer matriko križne korelacije vektorskega NKF izračunamo kot uteženo križno korelacijo med *a posteriori* vektorji sigma $\boldsymbol{\chi}_{i,k}$ in napovedanimi opazovalnimi vektorji sigma $\boldsymbol{\gamma}_{i,k}$:

$$\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{xy}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(\mathrm{c})} \left\{ \boldsymbol{\chi}_{i,k} - \hat{\boldsymbol{x}}_k^- \right\} \left\{ \boldsymbol{\gamma}_{i,k} - \hat{\boldsymbol{y}}_k^- \right\}^{\mathrm{T}}. \tag{5.43}$$

Iskana ocenjeni a posteriori vektor stanj $\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$ in osvežena a posteriori kovarianca $\boldsymbol{P}_k^+$ sta torej [64]:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^+ = \hat{\boldsymbol{x}}_k^- + \boldsymbol{\kappa}_k \left(\boldsymbol{y}_k - \hat{\boldsymbol{y}}_k^- \right), \tag{5.44}$$

$$\boldsymbol{P}_k^+ = \boldsymbol{P}_k^- - \boldsymbol{\kappa}_k \boldsymbol{P}_k^{\mathrm{vv}} \boldsymbol{\kappa}_k^{\mathrm{T}}, \tag{5.45}$$

kjer vektor $\boldsymbol{y}_k$ označuje izvedeno meritev ob koraku k.

Da bi se v rotacijskem NKF ob določanju ocene vektorja stanj izognili odštevanju kvaternionov pri kurznih meritvah, smo se poslužili enačbe (5.40), rezultat pretvorili v rotacijski vektor ${}_{\mathrm{y}}\boldsymbol{\xi}_{i,k}$, ga pomnožili s Kalmanovim ojačenjem $\boldsymbol{\kappa}_k$ in dobljeni rotacijski vektor pretvorili v enakovredni enotski kvaternion rotacijske napake ${}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$.

Da ne bi izstopili iz enotskega kvaternionskega prostora, ne moremo niti križno korelacijske matrike ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{xy}}$ rotacijskega filtra NKF računati z odštevanjem kvaternionov. Zato ponovno uporabimo rotacijske vektorje kot mero rotacijske razdalje:

$$ {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{P}_k^{\mathrm{xy}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(\mathrm{c})} \boldsymbol{\xi}_{i,k} \boldsymbol{\xi}_{i,k}^{\mathrm{T}} . \tag{5.46} $$

Ker v našem sistemu uporabljamo komplementarni filter NKF, ki operira nad napakami navigacijskega sistema, je potrebno navigacijske veličine SDINS vsakokrat, ko z uporabo filtra NKF izračunamo oceno vektorja stanj $\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$, osvežiti, oziroma popraviti z upoštevanjem izračunanih ocen napak in postaviti veličine v vektorju stanj filtra NKF na nevtralno vrednost nične napake:

$$ \begin{aligned} \Delta\boldsymbol{v}^{\mathrm{n}} &= [0,0,0]^{\mathrm{T}} , \\ \Delta\boldsymbol{r}^{\mathrm{n}} &= [0,0,0]^{\mathrm{T}} , \\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{n}} &= [1,0,0,0]^{\mathrm{T}} . \end{aligned} \tag{5.47} $$

Navigacijski algoritem smo zastavili tako, da v času navigacije, ko nobena modaliteta pomožnih meritev ni dostopna, ne osvežujemo vektorja stanj, ampak samo kovariančno matriko vektorja stanj. Za tak pristop smo se odločili, ker so veličine modela napak vzbujane le z Gaussovim šumom in bi zato v povprečju morale ostati napovedane vrednosti teh veličin približno enake nič (če izvzamemo vpliv nelinearnosti modela sistema), vrednosti elementov kovariančne matrike modela pa se zato, ker uporabljamo šumne inercijske senzorje, povečujejo sorazmerno s časom, zaradi česar ni nepomembno, koliko časa deluje navigacijski algoritem

SDINS brez pomožnih meritev, kar opišemo z ob vsakem vzorčenju IME osveženo napovedano kovariančno matriko tako za vektorski kot rotacijski NKF.

Z izračunano oceno vektorja napak $\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$ lahko končno popravimo navigacijska stanja algoritma SDINS. Vektorski del vektorja stanj SDINS ${}^{\mathrm{v}}\boldsymbol{x}_{k(\mathrm{SDINS})}$ popravimo z upoštevanjem vektorskega dela ${}^{\mathrm{v}}\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$ vektorja stanj filtra NKF z enačbo:

$$ {}^{\mathrm{v}}\hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}^+ = {}^{\mathrm{v}}\boldsymbol{x}_{k(\mathrm{SDINS})} + {}^{\mathrm{v}}\hat{\boldsymbol{x}}_k^+ , \tag{5.48} $$

kjer ${}^{\mathrm{v}}\hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}^+$ označuje popravljeni vektorski del navigacijskega algoritma SDINS. Rotacijski del vektorja stanj algoritma SDINS ${}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{x}_{k(\mathrm{SDINS})}$ popravimo s kvaternionskim množenjem z rotacijskim delom ${}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}_k^+$ vektorja stanj filtra NKF [58]:

$$ {}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}^+ = {}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}_k^+ \otimes {}^{\mathrm{q}}\boldsymbol{x}_{k(\mathrm{SDINS})} , \tag{5.49} $$

kjer ${}^{\mathrm{q}}\hat{\boldsymbol{x}}_{k(\mathrm{SDINS})}^+$ označuje končni, z rotacijskim filtrom NKF popravljeni rotacijski kvaternion algoritma SDINS (Slika 2.10).

Poglavje 6

Poskusi

Razviti prototipni nizkocenovni sistem PDR uporablja sledečo strojno opremo:

- nizkocenovno 3-osno IME Analog Devices ADIS 16354AMLZ,
- 3-osni megnetni kompas Ocean Server OS-5000 z vgrajeno kompenzacijo naklona in nagiba ter
- sivinsko video kamero visoke ločljivosti The Imaging Source DMK 41 AF02 s Computar 3.5-8 mm 1:1.4 1/3" CS objektivom.

Kakovost meritev lege markerja je poleg od algoritmov za določanje njegove lege odvisna predvsem od kakovosti zajetega videa, zaradi česar smo med snemanjem uporabili najvišjo nastavitev ločljivosti kamere 1280x960 slikovnih elementov, ki jo je sposobna zajemati pri 15 Hz, in pri času odprtja zaslonke 1/1000 s, ki je predstavljal kompromis med ostrino markerja na sliki in njegovo osvetlitvijo. Ker smo video zajemali pri visoki ločljivosti z nizko kompresijo, smo morali zaradi velike hitrosti podatkovnega prenosa video datoteko snemati v računalnikov pomnilnik RAM in jo kasneje presneti na trdi disk, ker je pri neposrednem snemanju na trdi disk prihajalo do podvojenih ali izpuščenih video slik. Velikost video datoteke je bila zato navzgor omejena z razpoložljivim pomnilnikom RAM uporabljenega računalnika. Podatke iz IME in kompasa smo zajeli v tekstovni datoteki, ki smo jih kasneje skupaj z datoteko ARToolKitPlus predelali v obliko, ustrezno za uporabo v simulacijah. Osrednji simulacijski model smo poganjali v simulacijskem okolju MATLAB Simulink, medtem ko so vse funkcije in skripte napisane v programskem jeziku MATLAB. Simulacije smo izvajali naknadno (ang. *offline*), torej po že izvedenih meritvah.

Poskuse smo zastavili tako, da bi z njihovo pomočjo lahko ovrednotili metode, predstavljene v prejšnjih poglavjih. Notranje parametre kamere in vklopna odstopanja inercijskih senzorjev IME smo določili po postopkih, ki smo jih opisali v Poglavjih 5.3.2 in 2.4.

V našem poskusnem sistemu smo uporabljali sledeče parametre:

$$\mathrm{cov}(\nabla) = 10^{-3} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}3586 & 0{,}0050 & 0{,}0301 \\ 0{,}0050 & 0{,}4013 & -0{,}0617 \\ 0{,}0301 & -0{,}0617 & 0{,}4442 \end{bmatrix}, \tag{6.1}$$

$$\mathrm{cov}(\varepsilon) = \begin{bmatrix} 0{,}0054 & -0{,}0004 & 0{,}0002 \\ -0{,}0004 & 0{,}0051 & 0{,}0002 \\ 0{,}0002 & 0{,}0002 & 0{,}0051 \end{bmatrix}, \tag{6.2}$$

$$\boldsymbol{R}_{\mathbf{ZUPT}} = 0{,}01 \cdot I_{3\times3}, \tag{6.3}$$

$$\boldsymbol{R}_{Heading} = I_{3\times3}, \tag{6.4}$$

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{ARTK}} = 0{,}05 \cdot I_{3\times3}, \tag{6.5}$$

$$\boldsymbol{P}_{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} 0{,}01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}03 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}01 \end{bmatrix}, \tag{6.6}$$

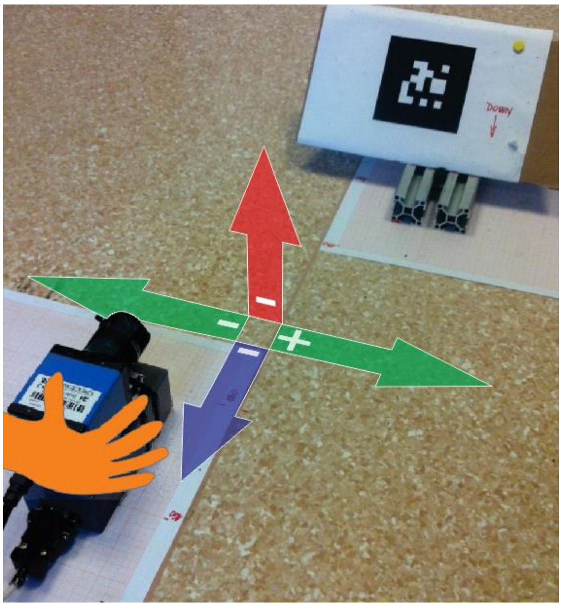
$$\text{Širina markerja} = 79{,}3\ \mathrm{mm},$$

kjer $\mathrm{cov}(\nabla)$ in $\mathrm{cov}(\varepsilon)$ označujeta kovariančni matriki napak triad pospeškometrov in žiroskopov, $\boldsymbol{P}_{\mathbf{0}}$ začetno kovariančno matriko napak vektorja stanj, medtem ko $\boldsymbol{R}_{\mathbf{ZUPT}}$, $\boldsymbol{R}_{\mathrm{Heading}}$ in $\boldsymbol{R}_{\mathrm{ARTK}}$ označujejo ZUPT, kurzno in kovarianco meritvenega šuma ARTK.

6.1 Začetni poskus: ročno premikanje IMEKK z markerjem, pritrjenim na tla

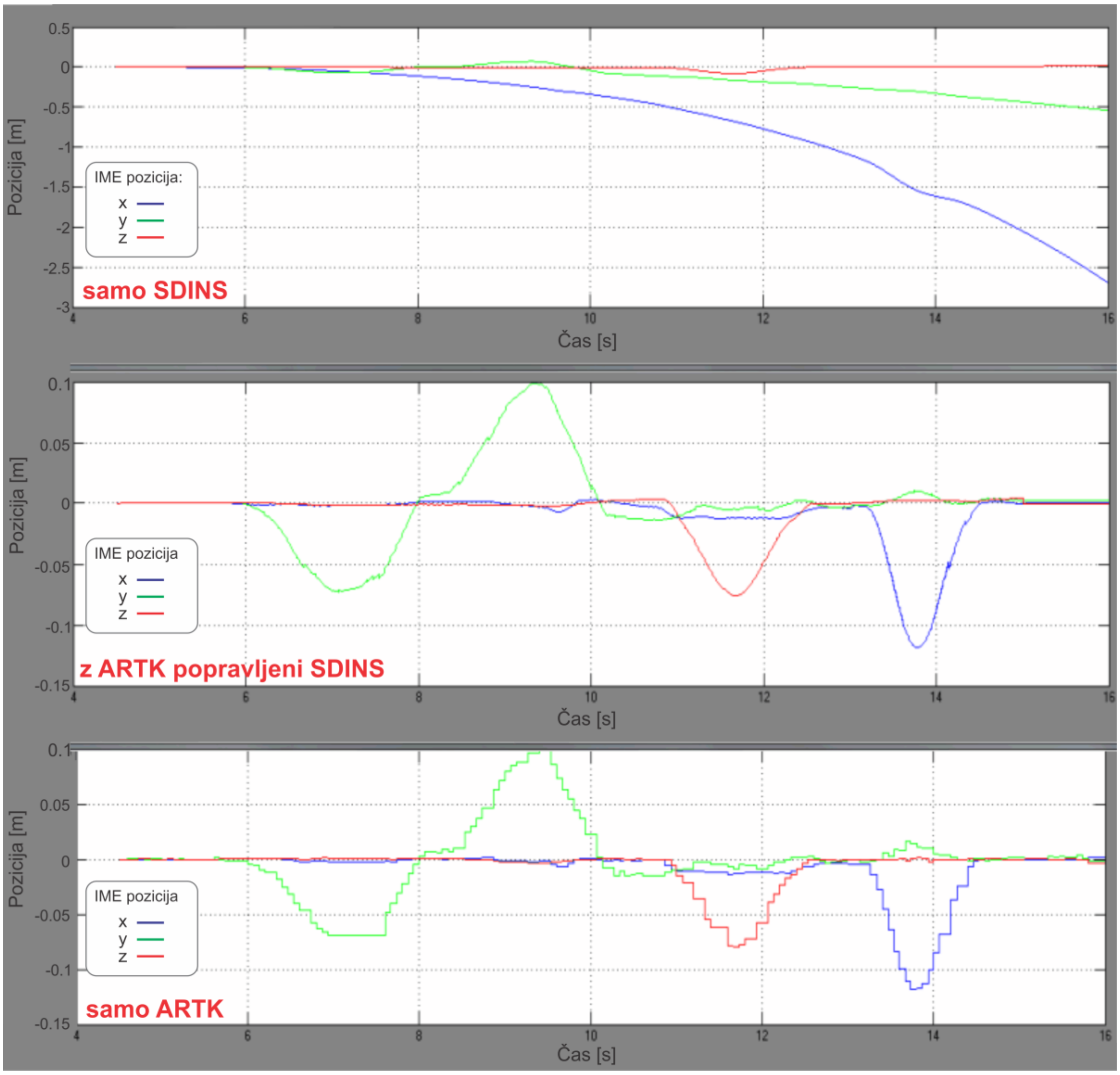
Cilj začetnega poskusa je bil preveritev delovanja predlaganega algoritma senzorskega zlivanja, če z upoštevanjem posredovanih pozicijskih meritev ARToolKitPlus filter NKF pravilno popravlja navigacijski vektor stanj SDINS. Da bi se lahko osredotočili na popravke meritvenega načina ARTK, ki je bistvena novost našega sistema, smo se v začetnem poskusu zato odločili izklopiti meritveni način ZUPT in meritveni način kurza.

Ker natančni prostorski merilni sistem za preizkušanje našega sistema ni bil dosegljiv, smo se odločili oceniti njegovo obnašanje najprej z izvedbo zaporedja gibov, kjer se vsak gib konča v izhodišču, torej tam, kjer smo ga začeli. Odločili smo se za zaporednje levo, desno, gor ter nazaj in ga izvedli z enoto IMEKK v roki, medtem ko je ležal marker v nagnjenem položaju nepremično na tleh (Slika 6.1).



Slika 6.1: Začetni poskus z na tla pritrjenim markerjem in vrisanimi smermi premikanja IMEKK. Barve puščic sovpadajo z barvami pozicijskih krivulj na grafih na Sliki 6.2

Pričakovani rezultat poskusa je bila zaradi visoke frekvence izračunavanj SDINS gladka trajektorija pozicije IME, ki hkrati ne bi izkazovala lezenja zaradi vizualnih pomožnih meritev pozicije ARTK. V obravnavi dajemo poudarek na pozicijski del navigacijske rešitve zato, ker je pozicija načeloma pomembnejša veličina od hitrosti ali orientacije v navigacijskem sistemu, ki je namenjen hodečim uporabnikom. Na Sliki 6.2 je prikazan rezultat začetnega poskusa, ki smo ga opravili v 11 sekundah.



Slika 6.2: Grafi z rezultati začetnega poskusa - krivulje pozicije za: samo algoritem SDINS (zgoraj), z upoštevanjem meritev ARToolKitPlus popravljani algoritem SDINS (sredina), samo vizualne meritve ARToolKitPlus (spodaj)

Zgornji graf prikazuje rezultate, ki jih dobimo z izvajanjem izključno navigacijskega algoritma SDINS, na srednjem grafu je prikazan končni rezultat, ki ga dobimo z uporabo razvitega NKF algoritma za zlivanje vizualnih pozicijskih meritev ARTK z inercijskimi, medtem ko je na spodnjem grafu prikazana pozicija IME v referenčnem KS, pridobljena iz meritev pozicije ARToolKitPlus z upoštevanim prostorskim razmerjem med IME in kamero. Če prvi graf primerjamo z ostalima dvema, ki ne izkazujeta pojava lezenja, lahko iz grafov razberemo, kako je zaradi nenatančne kompenzacije gravitacijskega vektorja koordinata pozicije x (modra krivulja) zlezla za skoraj 3 m, pozicijska koordinata y (zelena krivulja) pa za približno 0,5 m na grafu, ki prikazuje navigacijsko rešitev SDINS. Poleg odprave lezenja lahko v zadnjih dveh grafih na Sliki 6.2 zasledimo tudi opazno povečanje gladkosti (zveznosti) krivulj, ki ponazarjajo s filtrom NKF zlite meritve pozicije, na srednjem grafu, v primerjavi z krivuljami pozicije ARToolKitPlus, ki so prikazane na spodnjem grafu. Do tolikšne izboljšave v zveznosti pride zaradi veliko višje frekvence vzorčenja IME (156 Hz) v primerjavi s kamerino (15 Hz) in zaradi pravilno izvedene korekcije stanj enotskega rotacijskega kvaterniona v rotacijskem delu filtra NKF. V primeru napačno izvedenih rotacijskih popravkov bi namreč namesto gladkih pozicijskih krivulj dobili žagaste, saj bi navigacijski algoritem SDINS med posameznimi meritvami pozicije ARToolKitPlus izračunaval, da napačno orientirani IME potuje v napačno smer.

6.2 Končni poskus: počasna hoja po hodniku

Ko smo se prepričali, da predlagani sistem izboljša navigacijsko rešitev, dobljeno izključno z uporabo inercijskih senzorjev in algoritma SDINS, ko se ga uporablja daljši čas, smo se ga odločili preizkusiti v realističnem scenariju hoje v zaprtem prostoru. Ker je pričakovano, da naš sistem izboljša navigacijske napake pri daljših obdobjih brez ZUPT popravkov, smo ga preizkusili z izvedbo počasne hoje hodečega uporabnika, da bi lahko ovrednotili potencial izboljšanja pozicijske napake med tako navigacijo. Poskus počasne hoje smo izvedli po hodniku laboratorija tako, da smo z nogo, opremljeno z enoto IMEKK, prehodili 14,09 m v približno 46 sekundah.

Po predprocesiranju vseh zajetih podatkov, smo hevristično določili parametre prožilnika ZUPT:

$$\Delta\omega_{\mathrm{x}} = \Delta\omega_{\mathrm{y}} = \Delta\omega_{\mathrm{z}} = \pm 8^\circ / \mathrm{s}\,, \tag{6.7}$$

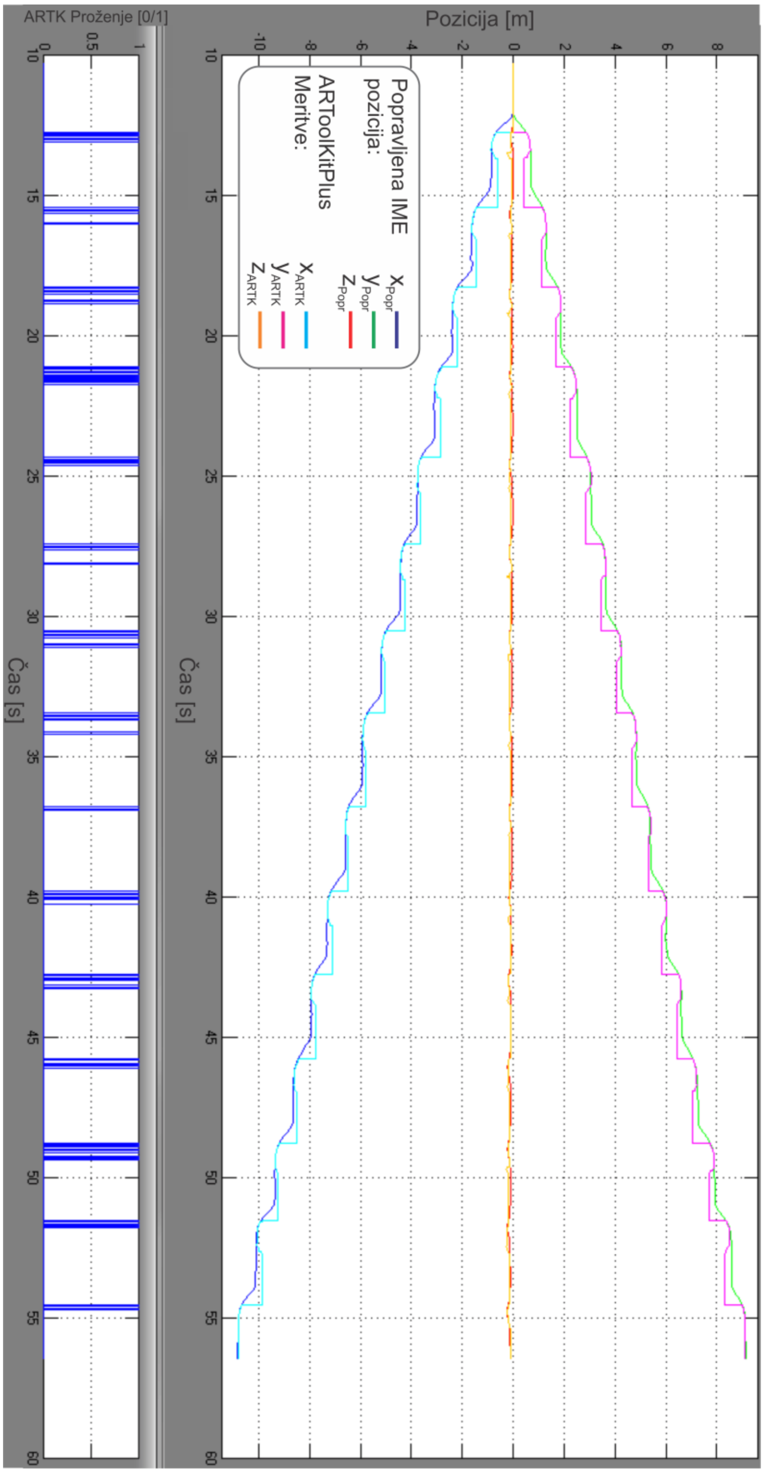
$$n_{\mathrm{ZUPT}} = 47, \tag{6.8}$$

kjer $\Delta\omega_x$, $\Delta\omega_y$ in $\Delta\omega_z$ označujejo intervale kotnih hitrosti in n_{ZUPT} predstavlja prag števcev prožilnika ZUPT, kot je obrazloženo v Poglavju 5.3.1. Pri izbrani vrednosti 47 vzorcev za n_{ZUPT} in pri F_s = 156 Hz znaša čas T_{ZUPT}, ki je potreben, da je stopalo pri miru, preden se vklopi meritveni način ZUPT, približno tretjino sekunde.

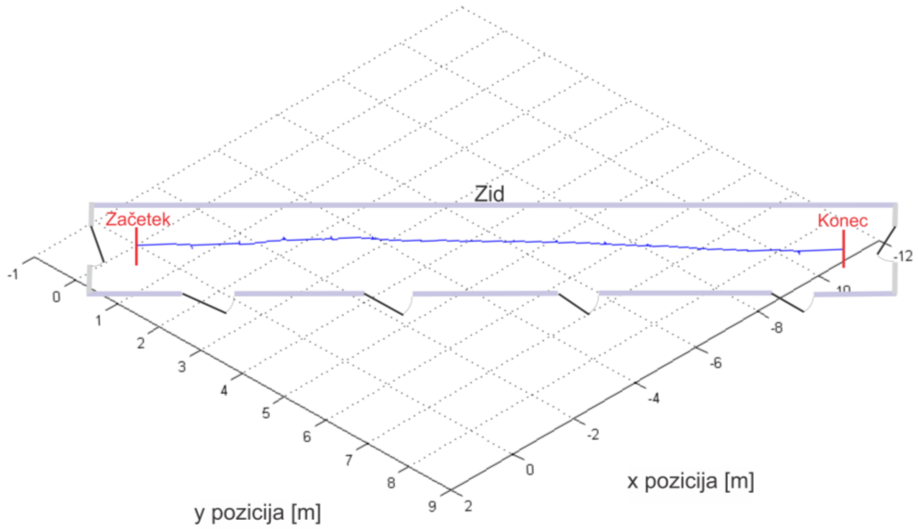
Slika 6.3 prikazuje končni graf pozicije središča IME KS, izraženega v navigacijskem KS, za predstavljeni hibridni navigacijski sistem PDR, z omogočenimi vsemi meritvenimi načini, vključno z ARTK. V zgornjem grafu je mogoče razpoznati 15 korakov, ki smo jih opravili z nogo, opremljeno z IMEKK. Pozicijske koordinate x in y imajo obliko za 90° obrnjene črke V zaradi znatnega začetnega azimuta v našem poskusu, vsiljenega z želeno smerjo opazovanja kamere. Koordinate z na grafu so negativne zaradi konvencije NED, uporabljene za navigacijski KS. Meritve ARToolKitPlus smo posredovali filtru NKF ob trenutkih, ki jih predstavljajo pulzi na spodnjem grafu na Sliki 6.3. Končna izračunana pozicija v prostoru je oddaljena 14,15 m od izhodiščne točke poskusa, kar znaša 6 cm (0,43%) napake prehojene poti. Slika 6.4 prikazuje tloris rekonstruirane prehojene poti v poskusu.

Simulacijo (izračune) smo z v poskusu zajetimi podatki ponovili z identičnimi nastavitvami sistema, vendar z onemogočenim meritvenim načinom ARTK, zato da bi lahko objektivno primerjali naš predlagani sistem z osnovnim referenčnim pristopom izključno inercijske navigacije hodečih uporabnikov, navigacijskim algoritmom SDINS s psevdomeritvami ZUPT. Tudi za ta primer smo izrisali pozicijski graf in ga primerjali s tistim na Sliki 6.3. Ob natančnejšem pregledu obeh grafov (Slika 6.5) smo lahko opazili, da prihaja na grafu, ki prikazuje pozicijske rezultate sistema z omogočenim meritvenim načinom ARTK, do opazno manjših popravkov pozicije ZUPT, kar pomeni, da je bila z upoštevanjem vizualnih pomožnih meritev dosežena večja natančnost ocene vektorja hitrosti. Ta je posledica učinkovitejše kompenzacije vektorja gravitacije oz. natančnejše ocene orientacije IME KS, ki jo preko razvitih korelacij med posameznimi elementi kovariančne matrike vektorja stanj napak NKF omogočajo vizualne meritve pozicije ARToolKitPlus. Zgornji graf na Sliki 6.6 prikazuje potek orientacije IME KS med poskusom počasne hoje, medtem ko spodnji graf na isti sliki prikazuje rotacijske popravke, ki jih izvaja rotacijski del komplementarnega filtra NKF. Kot smo že omenili, med izvajanjem poskusov nismo imeli na razpolago natančnega prostorskega meritvenega sistema, s katerim bi lahko primerjali dejansko in izračunano trajektorijo stopala med gibanjem. Tako smo v fizičnem svetu imeli za referenco samo začetno in končno pozicijo stopala, vendar smo se kot ravno tako verodostojno referenco odločili izkoristiti trenutke proženja ZUPT meritvenega načina, ko je stopalo skoraj popolnoma negibno, in ko lahko zato primerjamo z navigacijskim algoritmom SDINS izračunano hitrost IME z njeno dejansko vrednostjo hitrosti, za katero lahko z veliko natančnostjo trdimo, da je v tistem trenutku enaka nič. Tako dobljene napake hitrosti, pridobljene ob začetku mirujoče faze vsakega koraka, tik preden pride do popravkov izračunane hitrosti zaradi proženja meritvenega načina ZUPT, so prikazane v Tabeli 2. Znatno zmanjšanje norm napak hitrostnih vektorjev je razvidno iz Tabele 3, v kateri so prikazane tudi njihove ostale statistične lastnosti.

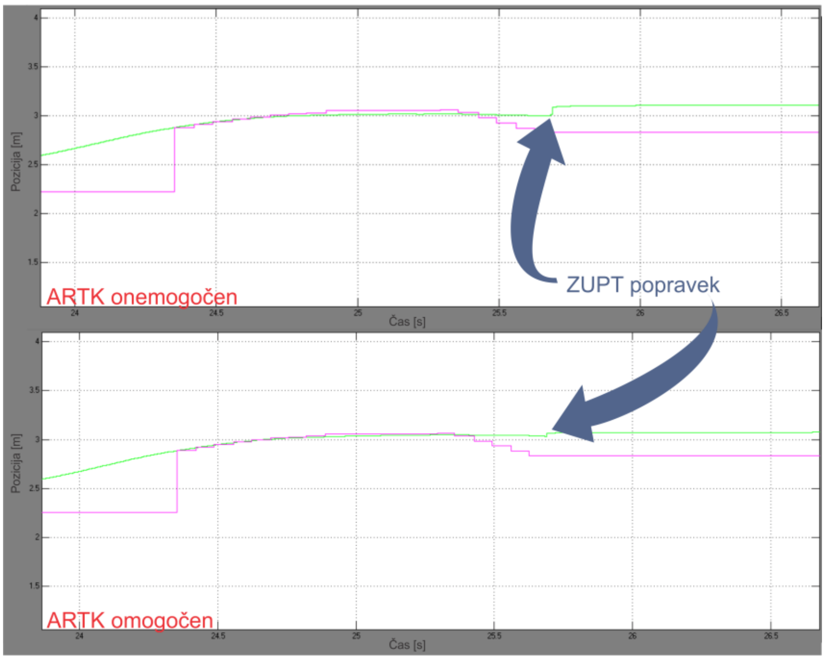
Končna izračunana točka poskusa počasne hoje v prostoru za navigacijski sistem SDINS z onemogočenim meritvenim načinom ARTK in delujočimi pomožnimi meritvami ZUPT ter kurza je oddaljena 14,36 m od izhodiščne točke, kar preračunano znaša 27 cm (1,92 %) napake prehojene poti. Če to vrednost primerjamo s 6 cm napake, ki smo jo dobili s sistemom z omogočenim meritvenim načinom ARTK, lahko govorimo o 78 % izboljšanju natančnosti navigacije v poskusu počasne hoje s predlaganim hibridnim navigacijskim sistemom PDR.



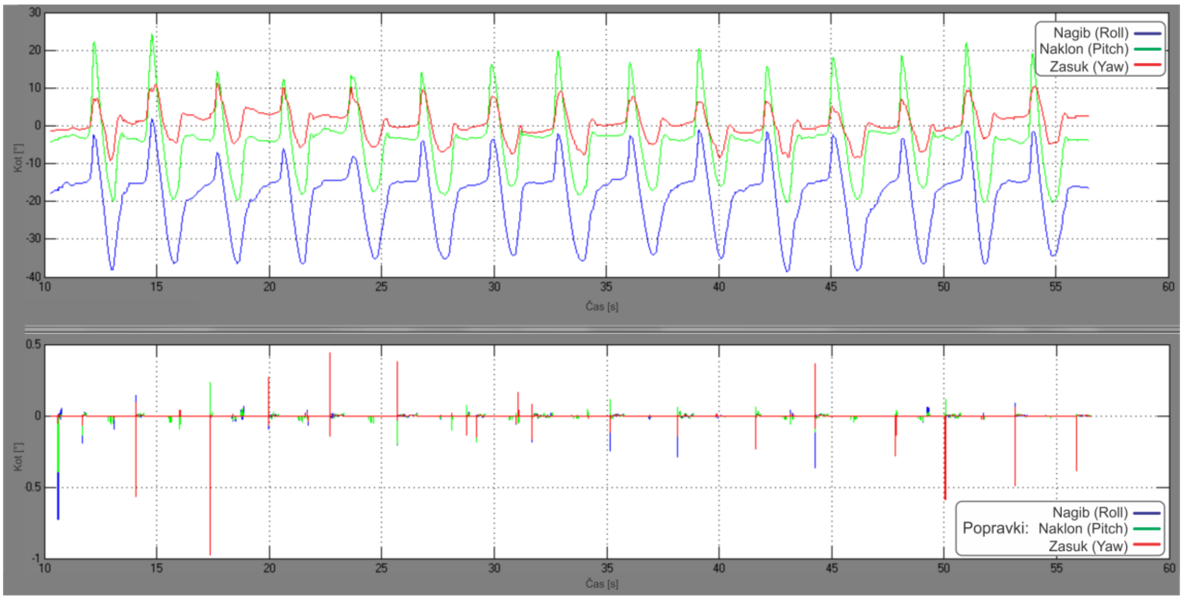
Slika 6.3: Pozicijski graf z meritvami ARToolKitPlus popravljene navigacijske rešitve. Nazobčana rdeča, zelena in temno modra krivulja predstavljajo meritve ARToolKitPlus, ki smo jih posredovali filtru NKF ob trenutkih, ki so z navpičnimi modrimi črtami predstavljeni na spodnjem grafu



Slika 6.4: Tlorisni graf rekonstruiranega poskusa počasne hoje približno vzporedno s steno, po celotnem hodniku laboratorija



Slika 6.5: Povečava pozicijskih grafov, pridobljenih s poskusom počasne hoje z onemogočenim meritvenim načinom ARTK (zgoraj) in omogočenim meritvenim načinom ARTK (spodaj). S puščicama je označeno območje pozicijskih popravkov ob vklopu meritvenega načina ZUPT - opazno manjši popravki so vidni na spodnjem grafu.



Slika 6.6: Orientacija IME KS med poskusom počasne hoje, pretvorjena v Eulerjeve kote (zgoraj). Rotacijski popravki rotacijskega dela komplementarnega NKF, pretvorjeni v Eulerjeve kote (spodaj)

Korak #	Napaka norme vektorja hitrosti[m/s] **ARTK onemogočen**	Napaka norme vektorja hitrosti [m/s] **ARTK omogočen**
1	0,1144	0,0294
2	0,0872	0,0892
3	0,0980	0,0608
4	0,0325	0,0769
5	0,1293	0,0642
6	0,0736	0,0283
7	0,0533	0,0442

8	0,0713	0,0623
9	0,0914	0,0747
10	0,0793	0,0670
11	0,1030	0,0826
12	0,0463	0,0195
13	0,0463	0,0725
14	0,0294	0,0270
15	0,0604	0,0533

Tabela 2: Napake norm vektorjev translacijskih hitrosti IME tik pred proženjem meritvenega načina ZUPT za vsak korak, opravljen v poskusu počasne hoje

	ARTK **onemogočen**	ARTK **omogočen**
Povprečje norme napake vektorja hitrosti [m/s]	0,0754	0,0568
Standardna deviacija norme napake vektorja hitrosti [m/s]	0,0291	0,0222
Najmanjša vrednost norme napake vektorja hitrosti [m/s]	0,0294	0,0195
Največja vrednost norme napake vektorja hitrosti [m/s]	0,1293	0,0892

Tabela 3: Povprečna vrednost, standardna deviacija, najmanjša in največja vrednost podatkov, prikazanih v Tabeli 2

Poglavje 7

Sklep

V nalogi smo predstavili razvoj hibridnega inercijskega navigacijskega sistema PDR. Najprej smo razvili totalni model SDINS v prostoru stanj, ki smo ga za uporabo z nizkocenovnimi inercijskimi merilnimi enotami pri nizki dinamiki in na omejenem območju prikazali tudi v poenostavljeni različici.

Ker smo uporabili komplementarno izvedbo filtriranja, je bilo potrebno v prostoru stanj razviti model napak navigacijskega sistema SDINS. Le-ta služi kot osnova filtrirnemu algoritmu oz. algoritmu zlivanja, ki ga v našem sistemu predstavlja Kalmanov filter v izvedbi, ki ne uporablja linearizacije modela napak sistema, t.i. nepristranski Kalmanov filter. Njegov rotacijski del smo zaradi prednosti, ki jih ponujajo, izvedli z uporabo enotskih rotacijskih kvaternionov, zaradi česar smo morali običajni vektorski NKF preoblikovati tako, da nismo med izračunavanjem rotacijskega dela filtra zapustili kvaternionske enotske hiperkrogle.

Filter smo zasnovali modularno, kar smo izkoristili pri izvajanju poskusov. V sistemu, ki smo ga razvili, s filtrom NKF zlivamo meritve iz senzorjev vseh veličin, ki nastopajo v vektorju stanj filtra - hitrosti, pozicije in orientacije. Po potrebi se lahko relativno enostavno doda, spremeni ali odvzame enega ali več senzorjev - za preverjanje rezultatov poskusa počasne hoje smo tako samo s preklopom stikala v simulacijski shemi omogočali ali onemogočali meritveni način ARTK.

Razvili smo inovativen, od okolja neodvisen vizualni meritveni sistem pozicije, temelječ na algoritmih, ki se uporabljajo na področju obogatene resničnosti. Z njim lahko uporabnik izvaja korak poljubno dolgo, brez da bi se zato poslabšala natančnost navigacijske rešitve. Z navigacijskim sistemom, temelječim le na nizkocenovnih inercijskih senzorjih, to ni mogoče - izračunana pozicija namreč hitro divergira od svoje resnične vrednosti, kar smo prikazali z začetnim poskusom, ko je v času 11 sekund napaka izračunane pozicije SDINS narasla na skoraj 3 m.

S poskusoma smo se prepričali, da sistem deluje tako, kot je bilo zamišljeno. Z začetnim poskusom smo preverili, da celoten NKF deluje pravilno, da ustrezno popravlja vse veličine vektorja stanj (torej pozicijo, hitrost in orientacijo), da ob daljši uporabi meritvenega načina ARTK odpravi lezenje inercijskega dela, da je navigacijska rešitev zvezna in da se neovirano izračunava s frekvenco osveževanja IME. Vse omenjene prednosti oz. izboljšave se pokažejo tudi pri uporabi v realističnem scenariju počasne hoje, saj naš hibridni sistem z vizualnimi meritvami ARToolKitPlus za 78 % izboljša izračunano prehojeno pot v primerjavi s sistemom, z onemogočenim meritvenim načinom ARTK.

7.1 Izvirni prispevki znanosti

Izvirni prispevki znanosti so bili doseženi na naslednjih področjih:

- **Razvili smo modularni nepristranski Kalmanov filter za zlivanje meritev senzorjev vseh za navigacijo pomembnih fizikalnih veličin - hitrosti, pozicije in orientacije**. Njegov rotacijski del smo izvedli v enotskem kvaternionskem prostoru. Zamenjava, odstranitev ali dodajanje senzorjev je zaradi modularne zasnove filtra enostavno, kar smo izkoristili med izvajanjem poskusov.

- **Praktično smo preizkusili razviti nepristranski Kalmanov filter** v sklopu opravljenih poskusov s prototipnim hibridnim sistemom PDR in se prepričali, da z upoštevanjem meritev različnih veličin pravilno popravlja vse veličine vektorja stanj.

- **Raziskali smo možnosti vključitve dodatnih pomožnih senzorjev v hibridni PDR sistem** in v sklopu raziskav razvili inovativen in od okolja v veliki meri neodvisen sistem za merjenje pozicije stopala hodečega uporabnika med zibom.

- **Izdelali smo delujoči prototip hibridnega sistema PDR s sodobnimi senzorji** – nizkocenovno 3-osno inercijsko merilno enoto, 3-osnim magnetnim kompasom in video kamero visoke ločljivosti, ki bi lahko bil uporaben za navigacijo reševalcev v neugodnih okoljih ali v rehabilitacijske namene.

7.2 Možnosti nadaljnjega raziskovalnega dela

V nalogi smo predstavili razvoj vseh navigacijskih algoritmov in algoritmov senzorskega zlivanja, ki so potrebni za učinkovito delovanje nizkocenovnega hibridnega inercijskega pozicionirnega sistema za hodeče uporabnike, primernega za uporabo v zaprtih prostorih. Uporaba video kamere v sistemu, ki zaradi hitro delujočega navigacijskega algoritma SDINS s frekvenco meritev IME zahteva izredno natanačno izvedeno sinhronizacijo med vsemi podatkovnimi tokovi uporabljenih meritvenih načinov, je vzrok, da naš prototipni hibridni PDR ne deluje v dejanskem času, ampak smo morali vse meritve obdelati naknadno, po izvedenih poskusih.

Prva ideja za nadaljnje raziskovalno delo se torej ponuja kar sama - predstavljeni PDR prototip nadalje razviti do te mere, da bi bili vsi meritveni kanali med sabo natančno sinhronizirani že med zajemanjem. To je predpogoj, da bi lahko v naslednji fazi navigacijski algoritem SDINS in filter NKF spremenili tako, da bi na dovolj sposobni strojni opremi lahko delovala v dejanskem času. Šele tako izpopolnjen sistem bi bil dejansko uporaben v praksi, saj bi si le tako lahko npr. gasilec pomagal z njim varno poiskati izhod iz zadimljenega prostora.

Za poskus smo izvedli meritev počasne hoje hodečega uporabnika. Scenarij počasne hoje smo izbrali zato, ker je možen in verjeten in ker naj bi se v njem najlažje pokazala izboljšava natančnosti navigacije, saj med počasno hojo traja integracija algoritma SDINS, in s tem integriranje napak inercijskih senzorjev, dlje. Eksperiment smo posneli tudi pri hoji z normalno hitrostjo, vendar je hitrost stopala v tem primeru že tako velika, da so slike, zajete v trenutkih najhitrejšega gibanja video kamere pri izbranih nastavitvah, zamegljene do take mere, da onemogočajo natančno določanje lege markerja že človeku, kaj šele knjižnici ARToolKitPlus. Da bi sistem lahko uporabili tudi pri normalni hoji, bi se lahko poslužili prijemov, kot so npr. vpeljava osvetlitve markerja v sistem ali uporaba objektiva s širšo zaslonko, tako da bi lahko tudi v za kamero težjih pogojih prišli do kakovostno zajetih slik markerja. S tako izboljšanim optičnim delom navigacijskega sistema bi se lahko tudi lotili raziskav vpliva hitrosti hoje na višino izboljšanja natančnosti navigacijske rešitve.

Literatura

1. Curran, K.; Furey, E.; Lunney, T.; Santos, J.; Woods, D.; McCaughey, A. *An evaluation of indoor location determination technologies*, Journal of Location Based Services 2011, 5, str. 61–78.
2. Lauro Ojeda; Johann Borenstein; Grant R. Gerhart; Douglas W. Gage; Charles M. Shoemaker. *Non-GPS navigation with the personal dead-reckoning system*, Unmanned Systems Technology IX 2007, *6561.*
3. Beauregard, S. *Omnidirectional Pedestrian Navigation for First Responders*, v: Proceedings of the *4th* Workshop on Positioning, Navigation and Communication, *WPNC '07,* Hannover, Nemčija, 22. marec 2007, str. 33–36.
4. Rantakokko, J.; Hä andndel, P.; Fredholm, M.; Marsten-Eklö andf, F. *User requirements for localization and tracking technology: A survey of mission-specific needs and constraints*, v: International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN 2010), Zürich, Švica, 15.-17. september 2010, str. 1–9.
5. Rose, J.; Gibson Gamble, J. *Human walking*, Lippincott Williams & Wilkins: Philadelphia, PA, ZDA, 1981, str. 26.
6. Placer, M. *Sledenje osebam v zaprtih prostorih s pomočjo na čevelj pritrjene video kamere in inercialnih senzorjev*, v: Zbornik Elektrotehniške in računalniške konference ERK 2011, Portorož, Slovenija, 19.-21. september 2011, str. 301–304.
7. Bahl, P.; Padmanabhan, V. *RADAR: an in-building RF-based user location and tracking system.* V: INFOCOM 2000, v: Proceedings of the Nineteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies, Tel Aviv, Izrael, 26.-30. marec 2000, zvezek 2, str. 775 -784.
8. Kuhn, M.; Zhang, C.; Mahfouz, M.; Fathy, A. *Real-time UWB indoor positioning system with millimeter 3-D dynamic accuracy,* v: 2009 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation Society, North Charleston, SC, ZDA, 1.-5. junij 2009, str. 1–4.
9. Ni, L.; Yunhao, L.; Yiu, C.L.; Patil, A. *LANDMARC: indoor location sensing using active RFID,* v: Proceedings of the First IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications *(PerCom 2003)*, Fort Worth, Texas, ZDA, 23.-26. marec 2003, str. 407–415.

10. Harter, A.; Hopper, A.; Steggles, P.; Ward, A.; Webster, P. *The anatomy of a context-aware application,* v: Proceedings of the 5th annual ACM/IEEE international conference on Mobile computing and networking, Seattle, Washington, ZDA, 15.-19. avgust 1999, str. 59-68.
11. Priyantha, N.B.; Chakraborty, A.; Balakrishnan, H. *The Cricket location-support system*, v: Proceedings of the 6th annual ACM/IEEE international conference on Mobile computing and networking, Boston, Massachusetts, 6.-11. avgust 2000, str. 32-43.
12. Want, R.; Falcao, V.; Gibbons, J. *The Active Badge Location System*, v: ACM Transactions on Information Systems **1992**, zvezek *10*, str. 91-102.
13. Betke, M.; Gurvits, L. *Mobile robot localization using landmarks*, v: *Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on* Intelligent Robots and Systems '94 *(IROS '94)*, München, Nemčija, 12.-16. september 1994, zvezek 1, str. 135 -142.
14. Briggs, A.J.; Scharstein, D.; Braziunas, D.; Dima, C.; Wall, P. *Mobile Robot Navigation Using Self-Similar Landmarks*, v: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2000), San Francisco, California, ZDA, 24.-28. april 2000, str. 1428-1434.
15. Jang, G.; Lee, S.; Kweon, I. *Color landmark based self-localization for indoor mobile robots*, v: Proceedings on the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2002), Washington D.C., ZDA, 11.-15. maj 2002, str. 1037–1042.
16. Krumm, J.; Harris, S.; Meyers, B.; Brumitt, B.; Hale, M.; Shafer, S. *Multi-camera multi-person tracking for EasyLiving,* v: Proceedings of the Third IEEE International Workshop on Visual Surveillance, Dublin, Irska, 1. julij 2000, str. 3–10.
17. Kaemarungsi, K.; Krishnamurthy, P. *Modeling of indoor positioning systems based on location fingerprinting*, v: Proceedings of the Twenty-third Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies (*INFOCOM 2004*), Hong Kong, Kitajska, 7.-11. marec 2004, zvezek 2, str. 1012 - 1022.
18. Li, B.; Salter, J.; Dempster, A.G.; Rizos, C. *Indoor positioning techniques based on wireless LAN*, v: Proceedings of The First IEEE International Conference on Wireless Broadband and Ultra Wideband Communications, Sydney, Australia, 13.-16. marec 2006, str. 13-16.
19. Kyamakya, K.; Zapater, A.; Lue, Z. An indoor Bluetooth-based positioning system: concept, implementation and experimental evaluation, *International* **2003**.
20. Otsason, V.; Varshavsky, A.; LaMarca, A.; Lara, E. de. *Accurate GSM Indoor Localization,* v: Proceedings of UBICOMP 2005, Tokyo, Japonska, 11.-14. september 2005, str. 141-158.

21. Rabinowitz, M.; Spilker, J., JR. *A new positioning system using television synchronization signals*, v: Transactions on Broadcasting, IEEE 2005, zvezek 51, str. 51–61.
22. Sim, R.; Dudek, G. *Mobile robot localization from learned landmarks*, v: Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Victoria, B. C., Kanada, 13.-17. oktober 1998, zvezek 2, str. 1060 -1065.
23. Thrun, S. *Finding landmarks for mobile robot navigation,* v: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Lueven, Belgija, 16.-20. maj 1998, zvezek 2, str. 958 -963.
24. Paletta, L.; Frintrop, S.; Hertzberg, J. *Robust localization using context in omnidirectional imaging*, v: Proceedings of the International Conference on Robotics & Automation (ICRA 2001), Seoul, J. Koreja, 21.-26. maj 2001, str. 2072-2077.
25. Ladetto, Q. *Capteurs et algorithmes pour la localisation autonome en mode pédestre,* Schweizerische Geodätische Kommission, Zürich, 2003.
26. Fyfe , K. R.; Rooney , J. K.; Fyfe, K. W. *Motion analysis system*, US patent 6513381, 2003.
27. Stirling, R.; Collin, J.; Fyfe, K. *An Innovative Shoe-Mounted Pedestrian Navigation System, Sensors Peterborough NH* 2003, str. 22-25.
28. Jimenez, A.; Seco, F.; Prieto, C.; Guevara, J. *A comparison of Pedestrian Dead-Reckoning algorithms using a low-cost MEMS IMU*, v: 2009 IEEE *International Symposium on Intelligent Signal Processing (WISP 2009)*, Budimpešta, Madžarska, 26.-28. avgust 2009, str. 37–42.
29. Foxlin, E. *Pedestrian tracking with shoe-mounted inertial sensors*, Computer Graphics and Applications, *IEEE* **2005**, zvezek 25, str. 38–46.
30. Alvarez, J.C.; Alvarez, D.; López, A.; González, R.C. *Pedestrian Navigation Based on a Waist-Worn Inertial Sensor*, *Sensors* 2012, zvezek 12, str. 10536-10549.
31. Johann Borenstein; Lauro Ojeda; Surat Kwanmuang; Craig S. Halvorson; Sarka O. Southern; B. V. K. Vijaya Kumar; Salil Prabhakar; Arun A. Ross. *Heuristic reduction of gyro drift in IMU-based personnel tracking systems,* Optics and Photonics in Global Homeland Security V and Biometric Technology for Human Identification VI 2009, zvezek *7306*.
32. Abdulrahim, K.; Hide, C.; Moore, T.; Hill, C. *Aiding MEMS IMU with building heading for indoor pedestrian navigation*, v: Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service (UPINLBS)*, Kirkkonummi, Finska, 14.-15. oktober 2010*, str. 1–6.
33. Seungwoo Lee; Byounggeun Kim; Hoon Kim; Rhan Ha; Hojung Cha. *Inertial Sensor-Based Indoor Pedestrian Localization with Minimum 802.15.4a Configuration*, Transactions on Industrial Informatics, IEEE 2011, zvezek 7, str. 455–466.

34. Hide, C.; Botterill, T.; Andreotti, M. *Low cost vision-aided IMU for pedestrian navigation*, v: Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service (UPINLBS), *Kirkkonummi, Finska, 14.-15. oktober 2010*, str. 1–7.
35. Renaudin, V.; Yalak, O.; Tomé, P.; Merminod, B. *Indoor Navigation of Emergency Agents,* European Journal of Navigation 2007, zvezek 5, str. 36-45.
36. Chai, W.; Zhou, J.; Chen, C.; Nies, H.; Loffeld, O. *Continuous Indoor Localization and Navigation Based on Low-cost INS/Wi-Fi Integration*, v: 2011 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN 2011), Guimarães, Portugalska, 21.-23. september 2011.
37. Girard, G.; Côté, S.; Zlatanova, S.; Barette, Y.; St-Pierre, J.; van Oosterom, P. *Indoor Pedestrian Navigation Using Foot-Mounted IMU and Portable Ultrasound Range Sensors,* Sensors 2011, zvezek *11*, str. 7606-7624.
38. Kuusniemi, H.; Liang Chen; Ruotsalainen, L.; Ling Pei; Yuwei Chen; Ruizhi Chen. *Multi-sensor multi-network seamless positioning with visual aiding*, v: 2011 International Conference on Localization and GNSS (ICL-GNSS), Tampere, Finska, 29.-30. junij 2011, str. 146–151.
39. Bošnak, M.; Matko, D.; Blažič, S. *Quadrocopter control using an on-board video system with off-board processing*, Robotics and Autonomous Systems 2012, zvezek 60, str. 657–667.
40. Corke, P; Lobo, J; Dias, J. *An Introduction to inertial and visual sensing*, The International Journal of Robotics 2007, zvezek 26, str. 519-535.
41. Morrison, A.; Renaudin, V.; Bancroft, J.B.; Lachapelle, G. *Design and Testing of a Multi-Sensor Pedestrian Location and Navigation Platform*, Sensors 2012, zvezek 12, str. 3720-3738.
42. Placer, M.; Kovačič, S. *Enhancing indoor inertial pedestrian navigation using a shoe-worn marker*, Sensors 2013, zvezek 13, str. 9836-9859 .
43. Do, T.N.; Suh, Y.S. *Gait Analysis Using Floor Markers and Inertial Sensors*, Sensors 2012, zvezek 12, str. 1594-1611.
44. Stovall, S.H. *Basic Inertial Navigation*, 1997. Dosegljivo na spletnem naslovu: http://www.fas.org/spp/military/program/nav/basicnav.pdf.
45. Titterton, D.H.; Weston, J.L. *Strapdown inertial navigation technology*, Peregrinus: Stevenage, Herts, 1997.
46. *Ring laser gyroscope*, slika, iz: *Encyclopædia Britannica*. Original vzet iz: http://www.britannica.com/EBchecked/media/74134/Ring-laser-gyroscope

47. Kim, A. *Development of Sensor Fusion Algorithms for Micro-electromechanical Systems-based Strapdown Inertial Navigation Systems*, Dept. of Mechanical Engineering, University of Waterloo, 2004.
48. Vicci, L. *Quaternions and Rotations in 3-Space: The Algebra and its Geometric Interpretation*, 2001.
49. Kuipers, J.B. *Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality,* Princeton University Press, 2002.
50. Chou, J. *Quaternion kinematic and dynamic differential equations*, IEEE Transactions on Robotics and Automation 1992, zvezek 8, str. 53–64.
51. Analog Devices *ADIS16354: High Precision Tri-Axis Inertial Sensor*, *Data Sheet*, 2009. Dosegljivo na spletnem naslovu: http://www.analog.com/static/imported-files/data_sheets/ADIS16354.pdf (dostopano 2. septembra 2013).
52. Konvalin, C. *Calculating Heading, Elevation and Bank Angle, Technical Document*, 2008. Dosegljivo na spletnem naslovu: http://memsense.com/docs/MTD-0801_1_0_Calculating_Heading_Elevation_Bank_Angle.pdf (dostopano 8. septembra 2013).
53. Kalman, R.E. *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering 1960, zvezek 82, str. 35-45.
54. McGee, L.A.; Schmidt, S.F.; Ames Research Center. *Discovery of the Kalman filter as a practical tool for aerospace and industry [microform]*, National Aeronautics and Space Administration, Ames Research Center, Moffett Field, Kalifornija, ZDA, 1985.
55. Wiener, N. *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*, The MIT Press, 1964.
56. Brown, R.G.; Hwang, P.Y.C. *Introduction to random signals and applied Kalman filtering*: *With MATLAB exercises*, 4th ed, J. Wiley & Sons: Hoboken, NJ, 2012.
57. Kong, X. *Inertial navigation system algorithms for low cost IMU*, Department of Mechanical and Mechatronic Engineering, The University of Sydney, 2000.
58. Kong, X. *INS algorithm using quaternion model for low cost IMU*, Robotics and Autonomous Systems, 2004, zvezek 46, str. 221-246.
59. Benson, D. *A Comparison of Two Approaches to Pure-Inertial and Doppler-Inertial Error Analysis*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1975, zvezek 11, str. 447–455.

60. Collin, J.; Mezentsev, O.; Lachapelle, G. *Indoor positioning system using accelerometry and high accuracy heading sensors*, *Proc. of ION GPS/GNSS 2003 Conference* 2003, str.9-12.
61. Simon J. Julier; Jeffrey K. Uhlmann. *A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems*, v: Proc. SPIE 3068, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition VI, 1997, str. 182-193.
62. Uhlmann, J. *Dynamic map building and localization*: *New theoretical foundations*, University of Oxford, 1995.
63. Wan, E.A.; van der Merwe, R. *The Unscented Kalman Filter*, v: Kalman Filtering and Neural Networks: John Wiley & Sons, Inc, 2002, str. 221-280.
64. Cheon, Y.-J.; Kim, J.-H. *Unscented Filtering in a Unit Quaternion Space for Spacecraft Attitude Estimation*, v: IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE 2007), Vigo, Španija, 4.-7. junij 2007, str. 66–71.
65. John L. Crassidis, F.L.M. *Unscented Filtering for Spacecraft Attitude Estimation*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics 2003, zvezek 26, str. 536–542.
66. Gramkow, C. *On Averaging Rotations,* Int. J. Comput. Vision 2001, zvezek 42, str. 7-16.
67. Kraft, E. *A quaternion-based unscented Kalman filter for orientation tracking*, v: *Proceedings of the Sixth International Conference of Information Fusion, Cairns, Queensland, Avstralija, 8.-11. julij 2003*, str. 47–54.
68. Wagner, D.; Schmalstieg, D. *ARToolKitPlus for Pose Tracking on Mobile Devices*, v: *Proceedings of The 12th Computer Vision Winter Workshop (CVWW'07), Sankt Lambrecht, Avstrija, 6.-8. Februar 2007*.
69. Schweighofer, G.; Pinz, A. *Robust pose estimation from a planar target*. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell 2006, zvezek 28, str. 2024–2030.
70. Abawi, D.F.; Bienwald, J.; Dörner, R. *Accuracy in Optical Tracking with Fiducial Markers*: *An Accuracy Function for ARToolKit*, Third IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality *(ISMAR 2004)*, Arlington, VA, ZDA, 2-5 November 2004, str. 260–261.
71. Pentenrieder, K.; Meier, P.; Klinker, G. *Analysis of Tracking Accuracy for Single-Camera Square-Marker-Based Tracking*, v: Proc. Dritter Workshop Virtuelle und Erweiterte Realität der GI-Fachgruppe VR/AR, Koblenz, Nemčija, 25.-26. september 2006.
72. Hol, J.D.; Schön, T.B.; Gustafsson, F. *A New Algorithm for Calibrating a Combined Camera and IMU Sensor Unit*, 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV 2008), Hanoi, Vietnam, 17.-20. december 2008.

Izjava o avtorstvu

Izjavljam, da je doktorska disertacija z naslovom *Hibridno pozicioniranje s sodobnimi metodami senzorskega zlivanja* rezultat lastnega raziskovalnega dela, da so rezultati korektno navedeni in da nisem kršil avtorskih pravic in intelektualne lastnine drugih.

Mitja Placer